THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE PARIS VII

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : Épistémologie et Histoire des Sciences

par

Scott A. WALTER

HERMANN MINKOWSKI ET LA MATHÉMATISATION DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE 1905-1915

Thèse dirigée par M. Christian Houzel et soutenue le 20 décembre 1996
devant la Commission d'Examen composée de :

Examinateur :	M. Christian Houzel	Professeur à l'Université de Paris VII
Examinateur :	M. Arthur I. Miller	Professeur à University College London
Rapporteur :	M. Michel Paty	Directeur de recherche, CNRS
Rapporteur :	M. Jim Ritter	Maître de conférences à l'Univ. de Paris VIII

Résumé

Au début du vingtième siècle émergeait l'un des produits les plus remarquables de la physique théorique : la théorie de la relativité. Prise dans son contexte à la fois intellectuel et institutionnel, elle est l'objet central de la dissertation. Toutefois, seul un aspect de cette histoire est abordé de façon continue, à savoir le rôle des mathématiciens dans sa découverte, sa diffusion, sa réception et son développement. Les contributions d'un mathématicien en particulier, Hermann Minkowski, sont étudiées de près, car c'est lui qui trouva la forme mathématique permettant les développements les plus importants, du point de vue des théoriciens de l'époque. Le sujet de la thèse est abordé selon deux axes ; l'un se fonde sur l'analyse comparative des documents, l'autre sur l'étude bibliométrique. De cette façon, les conclusions de la première démarche se trouvent encadrées par les résultats de l'analyse globale des données bibliographiques.

Les trois premiers chapitres portent chacun sur un aspect différent du travail de Minkowski. Le premier chapitre aborde la redescription des origines du principe de relativité annoncée lors de la conférence faite par Minkowski à Cologne en 1908. Cette redescription se comprend comme une expansion des frontières disciplinaires des mathématiques ; nous la mettons en rapport avec l'augmentation fulgurante du nombre d'articles consacrés à la théorie de la relativité à partir de 1909. Une conséquence de la redescription minkowskienne des origines du principe de relativité a été de fixer l'attention des théoriciens sur le rôle des mathématiques dans la construction des théories physiques. La réussite de sa théorie de l'espace-temps n'était pas due uniquement à la redescription du principe de relativité et aux revendications de priorité par rapport aux théories de Lorentz et d'Einstein ; certains éléments de la théorie minkowskienne plaisaient aussi bien aux physiciens qu'aux mathématiciens. L'acceptation chez les physiciens théoriciens de la théorie de l'espace-temps a été aidée surtout par Arnold Sommerfeld, qui en publia une forme vectorielle.

Le deuxième chapitre concerne ce que nous regardons comme une spécialisation mathématique dans le domaine des recherches relativistes, à savoir l'application de la géométrie non euclidienne à la relativité minkowskienne. Nous en examinons quelques exemples dans la période qui va de 1907, lorsque la théorie minkowskienne vit le jour, à 1912, quand Einstein reconnut que la géométrie d'un disque en rotation uniforme n'était pas euclidienne. L'étude des manuscrits de Minkowski jette une lumière nouvelle sur la chronologie de sa découverte de la structure de l'espace-temps et ses rapports avec les lois de l'électrodynamique et de la mécanique relativiste. Nous montrons, par exemple, que la notion fondamentale de ligne d'Univers a été ignorée de Minkowski jusqu'au mois de novembre 1907. Sa découverte de la géométrie non euclidienne des vecteurs de vitesse est mise en relation avec le développement ultérieur de l'analyse vectorielle à quatre dimensions, qui a gagné la confiance des plus habiles des théoriciens. Enfin, nous montrons un exemple de la puissance de la démarche minkowskienne chez le mathématicien Theodor Kaluza. Publié en 1910, le travail de Kaluza porta sur le problème du disque tournant dans l'espace-temps à trois dimensions ; nous voyons comment il arrivait à quelques-uns des aperçus fondamentaux de la théorie de la relativité générale (cinq ans avant la découverte des équations du champ de gravitation), sans référence aux forces de gravitation ou au principe d'équivalence. À partir de la fréquence à laquelle la géométrie non euclidienne se rencontrait dans les recherches relativistes, nous suggérons que si Einstein basa sa théorie de la relativité générale sur un tenseur métrique riemannien il le fit en réponse–au moins en partie–aux problèmes rencontrés lors de l'élaboration de la notion de mouvement rigide dans l'espace-temps.

Dans le troisième chapitre, nous regardons un autre aspect du même sujet, à savoir l'influence de la philosophie de la géométrie de Henri Poincaré sur la réception de la relativité minkowskienne. Nous montrons que cette doctrine philosophique n'a pas convaincu quelques-uns des géomètre les plus éminents au début du XX^{e} siècle. Les sources sociales possibles de ce rejet sont examinées brièvement. En ce qui concerne la théorie de l'espace-temps, le fait que certains savants y voyaient une confirmation des vues de Helmholtz a pu favoriser sa réception. La doctrine conventionnaliste a pu la gêner, comme on le voit dans deux cas. D'une façon générale, les découvertes des théories de la relativité d'Einstein (1905) et de Minkowski (1908) n'ont pu donner qu'une confirmation supplémentaire aux opinions sur le fondement physique de la géométrie tenues depuis longtemps par plusieurs géomètres.

Le quatrième chapitre présente une étude bibliométrique des publications sur la théorie de la relativité restreinte sorties entre 1905 et 1915. Les références de sept cents articles et plus de cent livres sont classées selon la discipline de l'auteur et son lieu de travail. Sont également pris en compte le type de journal et le pays de publication. L'étude concerne l'ensemble des revues publiées dans les langues de l'Europe occidentale. L'analyse des données montre qu'en général, le nombre de contributions par discipline était comparable entre les mathématiques, la physique théorique, et la physique non théorique. Déjà en 1911, l'engagement des mathématiciens universitaires dans les recherches relativistes en Allemagne égalait celui de leurs collègues physiciens non théoriciens, alors que l'engagement des physiciens théoriciens dépassait largement celui de ces deux groupes. Deux ans plus tard, davantage de mathématiciens écrivaient des articles sur la relativité restreinte que de physiciens théoriciens ou de physiciens non théoriciens.

A la suite du quatrième chapitre se trouvent quelques observations sur le rôle de Minkowski et des mathématiciens de son époque dans l'histoire de la théorie de la relativité.

Abstract

The first decade of the twentieth century saw the emergence of what is generally viewed to be one of its crowning theoretical artifacts: the special theory of relativity. This theory, embedded in a web of intellectual and institutional history, constitutes the locus of my research. One aspect of this history forms the central theme of the thesis: the role of mathematicians in the discovery, scientific reception and development of the theory of relativity. The work of one mathematician in particular, Hermann Minkowski, is examined in detail, since it was the form provided by his space-time theory that led to the most important developments of the theory of relativity, as viewed by contemporary theorists. The approach to the subject is bilateral, combining textual analysis with a bibliometric study, such that the conclusions drawn from case studies are placed in the context of a global analysis of publication data.

In the first three chapters of the thesis, separate topics relating to Minkowski's work on the theory of relativity are addressed. In the first chapter, the vociferous disciplinary advocacy of Hermann Minkowski's famous lecture on space and time is discussed, and correlated to the rapid increase in publications on the theory of relativity. We show in particular how Minkowski's lecture effectively expanded the disciplinary frontier of mathematics to include the principle of relativity, thereby paving the way for mathematical engagement with the theory of relativity. An important consequence of this view was the heightened sense among physicists and mathematicians of the role of mathematics in the construction of physical theories. The transdisciplinary success of the space-time theory, it is argued, can not be attributed solely to Minkowski's redescription of the origins of the principle of relativity and his claim for the technical superiority of his view over those of Lorentz and Einstein. Some features of Minkowskian relativity, for example, the "absolute" nature of space-time, appealed to physicists as well as to mathematicians. Acceptance by physicists of formal elements of Minkowskian relativity was further enhanced by their recasting in vectorial form by Arnold Sommerfeld and others.

Interpretations of the theory of relativity are found to be particularly well correlated with discipline in applications invoking non-Euclidean geometry, as I show in the second chapter. This field is studied in detail for the period from 1907, when Minkowskian relativity appeared, until 1912, when Einstein recognized that the geometry of a disk in uniform rotation was not Euclidean. A close study of Minkowski's manuscripts and published work throws new light on the chronology of his discovery of the structure of space-time and its relation to the laws of electrodynamics and mechanics. One surprising result of this analysis is that the basic notion of a worldline in spacetime was unknown to Minkowski before November, 1907. The consequences of Minkowski's recognition of the non-Euclidean geometry of velocity vectors are investigated, and related to the subsequent developments of four-dimensional vector analysis, which won the favor of leading theorists. Finally, a little-known geometric investigation of the rigidly-rotating disk in Minkowskian three-space by a Königsberg lecturer in mathematics, Theodor Kaluza, is shown to have incorporated some of the basic insights of Einstein's general theory of relativity, five years before the discovery of the gravitational field equations, and without mentioning either gravitational forces or the principle of equivalence. From the frequency with which non-Euclidean geometry was encountered in the scientific literature of this period, I conclude that Einstein's choice of a Riemannian space-time metric as the foundation of the theory of general relativity was an ordered response to problems encountered in the elaboration of geometric relations of Minkowskian relativity.

A particular point of view is investigated in the third chapter, which relates directly to the non-Euclidean interpretations of Minkowskian relativity discussed in the preceding chapter. Henri Poincaré's philosophy of geometry and its influence on the reception of Minkowskian relativity are examined, and it is shown that many leading continental mathematicians rejected the conventionalist view of the geometry of space prior to the discovery of the special theory of relativity. Furthermore, following the appearance of Minkowski's space-time theory, several theorists saw their intuition confirmed by this theory. The conventionalist doctrine appears to have contributed to the rejection of Minkowskian relativity in only a few isolated cases. I conclude that in general, the advent of the special and general theory of relativity only provided further confirmation of long-held views of leading continental mathematicians concerning the empirical determination of the geometry of space.

In the fourth chapter, a bibliometric analysis of publications on relativity theory is presented. Nearly seven hundred articles and over one hundred books appearing in the period of study are correlated against author discipline, academic rank and geographic location, as well as journal type and site of publication, for European-language periodicals. In the process, a number of trends are revealed, for example, a disciplinary correlation shows that in sheer numbers of publications, the contribution to the scientific literature by mathematicians was comparable in size to that of either non-theoretical or theoretical physicists. A further analysis introducing figures for the size of university teaching staffs in Germany suggests the disciplinary engagement of German mathematicians to equal that of non-theoretical physicists at the height of interest in the special theory of relativity, while both of these groups trailed by far the figure for theoretical physicists. In 1913, there were more mathematicians writing articles on the theory of special relativity than either theoretical or non-theoretical physicists.

Following the fourth chapter are some general remarks on the importance of mathematical contributions to the history of the theory of relativity.

Keywords: Minkowski; special and general theory of relativity; scientific revolution; conventionalist philosophy of geometry; electrodynamics of moving bodies; electron theory; non-

Euclidean geometry; relativistic mechanics; tensor analysis; national science.

Remerciements

Pendant cinq ans de recherche et de rédaction j'ai pu bénéficier des conseils et du soutien moral de mon directeur de recherche, M. Christian Houzel. M. Michel Paty m'a dirigé vers l'étude de la théorie minkowskienne, dans le cadre de son enseignement sur l'histoire de la physique en 1991 ; nos discussions des questions épistémologiques dans l'histoire de la théorie de la relativité ont été un vrai plaisir, et une aide essentielle. Dès l'entrée en thèse, M. Paty m'a accueilli au sein du groupe REHSEIS (CNRS UPR 318), où j'ai été introduit à la recherche en équipe. Enfin, les critiques de M. Olivier Darrigol m'ont permis de préciser les thèmes de ma recherche.

Le financement de mes études doctorales a été assuré par une allocation de recherche MESR, complétée par une subvention généreuse de la famille Walter. Mes missions de recherche aux archives étrangères ont bénéficié de l'aide de la formation doctorale, de l'équipe REHSEIS, et de l'Institut américain de physique (A.I.P.).

Table des matières

Introduction **1**
La situation historiographique . . . 1
Quelques remarques sur la méthode . . . 2
L'utilisation des sources . . . 3
Archives consultées . . . 5
Références . . . 5

1 Minkowski, les mathématiciens, et la théorie mathématique de la relativité restreinte **7**
1.1 L'autorité de Minkowski en mathématique et en physique . . . 8
1.2 La conférence de Cologne . . . 11
1.2.1 L'identité disciplinaire de Minkowski . . . 14
1.2.2 Qu'est-il arrivé à Poincaré ? . . . 16
1.2.3 Lorentz et Einstein . . . 18
1.2.4 Une distorsion de la cinématique einsteinienne . . . 19
1.2.5 Minkowski a-t-il compris les concepts de temps et de simultanéité d'Einstein ? . . . 23
1.3 Quelques réponses à la conférence de Cologne . . . 26
1.3.1 La réception physique . . . 27
1.3.2 Les mathématiciens et la relativité minkowskienne . . . 30
1.4 Remarques . . . 33
1.5 Appendice : Le diagramme de Minkowski . . . 35
1.6 Références . . . 36

2 La géométrie non euclidienne et les recherches relativistes en dehors de la gravitation, 1907–1913 **42**
2.1 Introduction . . . 42
2.2 Les applications préminkowskiennes de la géométrie non euclidienne à la physique . . . 43
2.3 La pénétration de la géométrie non euclidienne en relativité . . . 45
2.4 Hermann Minkowski, la géométrie non euclidienne et le monde à quatre dimensions . . . 47
2.4.1 À la recherche du quadrivecteur de vitesse . . . 49
2.4.2 Le temps relatif d'Einstein et la géométrie non euclidienne . . . 55
2.5 Quelques lectures 'non euclidiennes' des textes de Minkowski . . . 56
2.6 La trigonométrie sphérique d'Arnold Sommerfeld . . . 59
2.7 La trigonométrie hyperbolique et l'espace des vitesses . . . 61
2.8 Le mouvement rigide de Born . . . 63

2.9 La géométrie de la rotation 67
2.10 Épilogue 76
2.11 Conclusion 76
2.12 Références 79

3 La vérité en géométrie : La doctrine conventionnaliste dans la réception de la théorie de l'espace-temps 88
3.1 Introduction 88
3.2 Aux sources de la doctrine conventionnaliste de l'espace 89
3.3 La géométrie non euclidienne vue par les physiciens de la fin du siècle 91
3.4 Les mathématiciens et la géométrie physique à la fin du XIX[e] siècle 93
3.5 En marge de la doctrine : les mathématiques appliquées 101
3.6 L'influence de la doctrine de Poincaré sur la réception de la relativité restreinte 104
3.7 Conclusion 118
3.8 Références 120

4 La théorie de la relativité restreinte 1905–1915 : une description quantitative 129
4.1 Introduction 129
4.2 Méthode 129
4.2.1 Sources bibliographiques 129
4.2.2 Critères de sélection 130
4.3 Résultats 132
4.4 Appendice A. Répertoire des périodiques qui publient sur la relativité, 1905-1915. 139
4.5 Appendice B. Répertoire des auteurs de la théorie de la relativité, 1905–1915. . 144
4.6 Appendice C. Cours universitaires portant sur la théorie de la relativité jusqu'en 1915. 151

5 Conclusions générales 154

Introduction

Quelle était la part des mathématiciens dans la découverte et l'élaboration de la théorie de la relativité ? Telle est la question à laquelle nous espérons apporter quelques réponses. Délimitée dans le temps, entre 1905 à 1915, cette période commença avec la découverte de la signification physique des transformations de Hendrik Antoon Lorentz par Albert Einstein et par Henri Poincaré. Elle se termina avec la découverte des équations du champ de la théorie de la relativité générale par David Hilbert et par Einstein, un événement qui marqua la fin de la théorie newtonienne de la gravitation, et le début de la théorie einsteinienne.

Dans le domaine d'étude ainsi défini, la richesse et la profondeur des travaux des mathématiciens ont été considérables. Or, selon la plupart des savants de l'époque, la contribution d'un mathématicien en particulier, Hermann Minkowski, était plus signifiante que les autres. Le travail de Minkowski et son influence sur les recherches relativistes sont l'objet central de la thèse. Pourtant, elle n'a pas de prétention biographique, et elle ne se veut pas exhaustive même en ce qui concerne les contributions théoriques de Minkowski. L'étude du 'cas de Minkowski' se justifie, par rapport à la question du départ, dans sa capacité à révéler les grands traits du rôle des mathématiciens dans l'histoire de la théorie de la relativité.

La situation historiographique

La théorie de la relativité est sans doute l'une des théories physiques les plus étudiées par les historiens. L'intérêt des historiens et des épistémologues augmenta sensiblement après que Thomas S. Kuhn s'en servit en tant qu'exemple d'une « révolution scientifique » en 1958 Kuhn (1970). Dans les années 1960, Kuhn (1967) observa l'influence de la disciplinarité sur la réception de la théorie de la relativité, et Tetu Hirosige (1968, 1976) souligna l'importance des contributions de Minkowski dans la diffusion des idées relativistes. Au début des années 1970, Russell McCormmach regarda de plus près l'influence du formalisme minkowskien sur la pratique mathématique des physiciens théoriciens (1970, 1971, 1976). Entre 1976 et 1983, Lewis Pyenson (1985) et Peter Galison (1979) examinèrent en détail le travail relativiste de Minkowski, et relevèrent de nombreuses différences par rapport à la théorie antérieure d'Einstein. À partir d'une étude des liens entre le contexte scientifique de l'Université de Göttingen et la réception du travail de Minkowski, Pyenson distingua ce qu'il appela la « relativité minkowskienne » d'une autre interprétation du principe de relativité, qu'il associa avec Einstein.

Au début des années 1980 les historiens commencèrent à prendre en considération les travaux des sociologues sur l'émergence des écoles (« *research schools* ») et des sous-disciplines scientifiques.[1] Notamment, ce fut le sociologue Rudolf Stichweh qui publia le premier en 1984 une étude sur l'origine de la physique théorique en Allemagne au dix-neuvième siècle, mettant à l'oeuvre la théorie de la formation des disciplines par différenciation des fonctions sociales,

[1]Voir, par exemple, Crane (1972) ; Lemaine et al. (1976) ; Geison (1981) ; Graham et al. (1983) ; Latour et Woolgar (1986) ; ; Woodward et Cohen (1991) ; Geison et Holmes (1993).

suggérée par Niklas Luhmann. On voit aussi lors de cette décennie un renouvellement d'intérêt dans l'histoire institutionnelle, dont l'étude de David Cahan sur la construction des instituts de physique en Allemagne à la fin du dix-neuvième siècle est un exemple (1985, 1989). L'intérêt que présente la notion de discipline pour l'étude de l'histoire de la physique moderne s'établit à partir de l'étude de Kathryn Olesko sur le séminaire de physique de l'Université de Königsberg (1991), et des travaux de Christa Jungnickel et Russell McCormmach sur la physique théorique allemande (1986).

À partir de ce bref résumé historiographique, on voit que la notion de discipline ne fait son entrée chez les historiens de la physique qu'à partir des années 1980. C'est une notion étrangère, notamment, aux travaux de Galison et Pyenson sur les contributions relativistes de Minkowski, et à l'étude consacrée par Arthur Miller à l'histoire de la relativité restreinte d'Einstein (1981). Les années 1980 virent les premiers travaux sur les mathématiciens relativistes en Italie (Goodstein 1983 ; Maiocchi 1985), et à Cambridge. Andrew Warwick proposa un nouveau regard sur la réception de la théorie de la relativité pendant la première décennie du vingtième siècle, en balayant certaines définitions traditionnelles de la théorie de la relativité. En ce faisant, il a pu prendre la mesure des différentes façons de comprendre le principe de relativité qu'avaient les membres des communautés mathématique et physique dans le contexte de Cambridge (1992, 1993).

Quelques remarques sur la méthode

Les théories physiques de la fin du dix-neuvième siècle portent à la fois les traces des mentalités particulières de la culture européenne et les effets des forces sociales liées à la vie scientifique. Non seulement productrices de signification à l'intérieur du contexte de leur production, certaines d'entre elles se montrèrent fécondes pendant des laps de temps allant jusqu'à plusieurs siècles, dans le cas de la gravitation newtonienne. Sans doute la puissance explicative et prédictive de la théorie physique contribua au mythe de la transcendance de la science. Or, l'illumination des horizons locaux de la signification de la science est sans doute l'une des tâches principales de l'historien. Mais comment peut-on mettre en lumière les frontières à la fois intellectuelles et sociales d'une interprétation théorique, et saisir les aspects qui permettent sa propagation dans l'espace et le temps ? La poursuite de l'un semble souvent exclure la possibilité d'atteindre l'autre.

Une démarche disciplinaire permet-elle l'accommodement de l'histoire intellectuelle et l'histoire institutionnelle ? Les exemples réussis de son application restent rares, et il semble que la tendance est de favoriser l'identification des interprétations locales au dépens de la considération des éléments théoriques transculturels et même transdisciplinaires. Rien ne permet de conclure que ce soit une faute de l'approche elle-même.

La définition de la notion d'identité disciplinaire a pour conséquence la délimitation du champ de son application. Pour les besoins de cette étude, nous empruntons et modifions le schéma de la construction de l'identité disciplinaire de Mary Jo Nye (1993 : 4). Ce schéma comprend six critères : (1) la généalogie et la descendance familiale, avec les mythes et légendes fondateurs ; (2) la littérature de base, qui sert à la définition du langage et de l'imagerie archétype du groupe ; (3) les pratiques et les rites ; (4) le foyer physique (*homeland*), comprenant l'institution, les droits et les devoirs du citoyen ; (5) la reconnaissance externe (critère réflexif) ; (6) les valeurs partagées et les problèmes à résoudre. Une telle définition de l'identité disciplinaire convient à l'histoire étudiée par Nye (la chimie physique), mais elle ne peut servir celle qui nous occupe. La difficulté vient de la définition du foyer physique, ce que Nye associe avec la notion des paysages naturels et artificiels, où un paysage naturel de physicien, par exemple, serait un rayon de lumière. Il ne semble pas que les mathématiciens du début du siècle comptaient un paysage naturel dans leur foyer physique, dans le sens de Nye. C'est pour cette raison qu'on ne reprend pas ici la distinction que fait Nye entre paysages naturels et artificiels.[2] Modifié de cette façon, le schéma de Nye convient aussi bien aux disciplines mathématiques que physiques.

Cependant il ne va pas de soi que ce schéma modifié de l'identité disciplinaire soit applicable aux sciences physiques du début de siècle. Par exemple, la notion d'une sous discipline autonome de physique théorique n'a pas de sens précis dans certains contextes nationaux ; c'est le cas notamment de la France, de l'Italie et de la Grande Bretagne. En ce qui concerne l'Allemagne, en revanche, à partir des années 1890 on constate une correspondance systématique entre le fait d'occuper une chaire de physique théorique, et celui de publier des recherches appartenant–à l'égard des physiciens contemporains–au domaine de la physique théorique. L'existence d'une telle correspondance entre l'intitulé de la chaire et la recherche poursuivie par son titulaire est le point de départ de l'application de la démarche disciplinaire ; on considère qu'elle a été amplement démontrée par les études susmentionnées de l'émergence de la physique théorique en Allemagne.

Ce travail se distingue des études précédentes sur la théorie de la relativité (à l'exception de celle de Warwick, voir la discussion historiographique) par sa façon de saisir l'ensemble des publications contemporaines concernées par cette théorie. En effet, l'adoption d'une définition trop restreinte de son domaine entraîne aussitôt l'élimination des travaux limitrophes qui peuvent éclairer la réception et l'histoire de l'évolution des traditions théoriques. Le parti pris est de prendre en compte les recherches concernées par la covariance des lois physiques par rapport aux transformations de Lorentz. Sa conséquence principale est d'inclure la théorie de Lorentz-Poincaré parmi les théories relativistes, ce qui est pleinement justifié à l'égard des scientifiques contemporains, comme on le verra dans le premier chapitre.

L'utilisation des sources

L'engagement des mathématiciens avec la théorie de la relativité prit plusieurs formes, qui sont représentées d'une façon inégale par les documents. Les contributions des mathématiciens aux recherches relativistes se laissent regarder dans les périodiques contemporains, par exemple, et comme nous le verrons dans Chapitre IV, les périodiques de physique s'ouvraient à eux, ce qui prouve que les mathématiciens n'étaient pas exclus des débats physiciens. En ce qui concerne la diffusion des idées relativistes, en revanche, les manuels universitaires sont rares, et on dispose de peu d'exemples de notes de cours sur la théorie de la relativité. Par conséquent, s'il est possible de reconstruire les pratiques théoriques employées par les chercheurs, leur façon d'enseigner la théorie de la relativité reste inconnue en général.

La diffusion des idées relativistes dans la communauté des théoriciens se laisse étudier à travers la correspondance scientifique. Les papiers survivent de quelques chercheurs de première importance dans le développement de la théorie relativiste, y compris H. A. Lorentz, Henri Poincaré, Albert Einstein, Max Planck, Willy Wien, Arnold Sommerfeld et Paul Ehrenfest. Malheureusement, la correspondance conservée de Hermann Minkowski d'après 1900 se

[2]Voir Nye (1993) : 27-28. Il semble que Nye introduit cette distinction dans le souci de pouvoir faire une distinction entre la science et des sectes religieuses et autres mouvements idéologiques. La suspension de la démarcation entre science et mouvement idéologique se justifie, nous semble-t-il, par l'intérêt que représente l'extension de la notion d'identité disciplinaire aux mathématiciens.

réduit à quelques lettres et cartes postales. En ce qui concerne les autres grands mathématiciens du début du siècle, les correspondances éditées restent exceptionnelles, ce qui contribue à une certaine dissymétrie entre les sources concernant les mathématiciens et les physiciens.

En ce qui concerne Hermann Minkowski plus particulièrement, les historiens disposent de deux sources intéressantes. La première regroupe quelques ébauches de conférences inédites, ainsi que des conférences publiées. Les papiers de Minkowski à Göttingen livrent quelques surprises, que nous révélons dans les deux premiers chapitres. La seconde source, plus importante en mètres linéaires, se trouve à la Niels Bohr Library. Conservées dans ces archives sont des notes de cours et brouillons de recherche, avec plusieurs manuscrits en rapport avec les cours enseignés entre 1898 et l'été 1905. À partir de ces manuscrits, nous nous faisons une idée de l'orientation scientifique de Minkowski au début du vingtième siècle, ce qui se montre important pour le développement du point de vue présenté lors du premier chapitre.

Archives consultées

1. Allemagne.
   (a) Deutsches Museum, Munich.
   (b) Staatsbibliothek Preußischer Kulturbesitz, Berlin.
   (c) Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Handschriftenabteilung, Göttingen.
2. États-Unis.
   (a) Archives for History of Quantum Physics, American Philosophical Society, Philadelphia, Pennsylvania. Microfilm consulté à la bibliothèque Niels Bohr, Maryland, et à la Médiathèque d'Histoire des Sciences, Cité des Sciences et de l'Industrie, Paris, France.
   (b) Bancroft Library, University of California, Berkeley, California.
   (c) Niels Bohr Library, American Institute of Physics, College Park, Maryland.
   (d) Library of Congress, Manuscript Division, Washington, D. C..
   (e) Dibner Library, Smithsonian Institution Libraries, Washington, D. C.
   (f) Einstein Archives, Boston University, Boston, Massachussetts.
3. France.
   (a) Fonds Langevin, École Supérieure de Physique et de Chimie, Paris.
   (b) Archives Poincaré, Université de Nancy II, Nancy.
   (c) Archives de F. Poincaré, Paris (collection privée).
   (d) Archives de l'Académie des Sciences, Paris.
   (e) Archives de l'École Polytechnique, Palaiseau.
   (f) Archives Nationales, Paris.
4. Pays-Bas.
   (a) Museum Boerhaave, Leiden.
   (b) Rijksarchief in Noord-Holland, Haarlem.

Références

Cahan, David. “The institutional revolution in German physics, 1865-1914,” *Historical Studies in the Physical Sciences* **15** (1985) : 1-65.

———. *An Institute for an Empire : The Physikalisch-Technische Reichsanstalt 1871-1918* (Cambridge : Cambridge University Press, 1989).

Crane, Diana. *Invisible Colleges : Diffusion of Knowledge in Scientific Communities* (Chicago : University of Chicago Press, 1972).

Galison, Peter. “Minkowski's spacetime : From visual thinking to the absolute world,” *Historical Studies in the Physical Sciences* **10** (1979) : 85-121.

Geison, Gerald L. “Scientific change, emerging specialties, and research schools,” *History of Science* **19** (1981) : 20-40.

———, et Holmes, Frederic L. (sous la direction de). *Research Schools : Historical Reappraisals*, Osiris Vol. 8 (Chicago : University of Chicago, 1993).

Goodstein, Judith R. "The Italian mathematicians of relativity," *Centaurus* **26** (1983) : 241-261.

Graham, Loren et al. (sous la direction de). *Functions and Uses of Disciplinary Histories*, Sociology of the Sciences 7 (Dordrecht : Reidel, 1983).

Hirosige, Tetu. "Theory of relativity and the ether," *Japanese Studies in the History of Science* **7** (1968) : 37-53.

———. "The ether problem, the mechanistic worldview, and the origins of the theory of relativity," *Historical Studies in the Physical Sciences* **7** (1976) : 3-82.

Jungnickel, Christa et McCormmach, Russell. *Intellectual Mastery of Nature : Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, 2 Vols. (Chicago : University of Chicago Press, 1986).

Kuhn, Thomas S. et al. *Sources for History of Quantum Physics : An Inventory and Report* (Philadelphia : American Philosophical Society, 1967).

———. *The Structure of Scientific Revolutions*, second edition (Chicago : University of Chicago Press, 1970).

Lemaine, Gérard et al. (sous la direction de). *Perspectives on the Emergence of Scientific Disciplines* (The Hague : Mouton, 1976).

Maiocchi, Roberto. *Einstein in Italia : La scienza e la filosofia italiane di fronte alla teoria della relatività* (Milan : Angeli, 1985).

McCormmach, Russell. "Editor's Forward," *Historical Studies in the Physical Sciences* **2** (1970) : ix-xx.

———. "Editor's forward," *Historical Studies in the Physical Sciences* **3** (1971) : ix-xxiv.

———. "Editor's forward," *Historical Studies in the Physical Sciences* **7** (1976) : xi-xxxv.

Miller, Arthur Ira. *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation* (Reading : Addison-Wesley, 1981).

Nye, Mary Jo. *From Chemical Philosophy to Theoretical Chemistry* (Berkeley : University of California Press, 1993).

Olesko, Kathryn M. *Physics as a Calling : Discipline and Practice in the Königsberg Seminar for Physics* (Ithaca, N.Y. : Cornell UP, 1991).

Pyenson, Lewis. "La réception de la relativité généralisée : disciplinarité et institutionnalisation en physique," *Revue d'Histoire des Sciences* **28** (1975) : 61-73.

———. *The Young Einstein : The Advent of Relativity* (Bristol : Hilger, 1985).

Stichweh, Rudolf. *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen* (Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1984).

Warwick, Andrew C.. "Cambridge mathematics and Cavendish physics : Cunningham, Campbell and Einstein's relativity 1905-11," *Studies in History and Philosophy of Science* **23** (1992) : 625-656.

———. "Cambridge mathematics and Cavendish physics : Cunningham, Campbell and Einstein's relativity 1905-11," *Studies in History and Philosophy of Science* **24** (1993) : 1-25.

Woodward, William R. and Cohen, Robert S. (sous la direction de). *World Views and Scientific Disciplines*, Boston Studies in the Philosophy of Science 134 (Dordrecht : Kluwer, 1991).

Chapitre 1

Minkowski, les mathématiciens, et la théorie mathématique de la relativité restreinte

Introduction

La place de la théorie de la relativité dans la physique du vingtième siècle, ainsi que l'intervention du mathématicien Hermann Minkowski au moment où l'histoire de cette théorie a pris un tournant, sont des sujets qui ont attiré l'attention des historiens depuis longtemps. L'augmentation rapide de l'intérêt–aussi bien philosophique que scientifique–porté vers le principe de relativité a été remarqué par Tetu Hirosige, qui identifia les publications de Minkowski comme le point critique pour la réception de la théorie de la relativité, surtout par leur affirmation qu'elle concernait les fondements mêmes de toute la physique (Hirosige 1968 : 46ff. ; 1976 : 78). Lewis Pyenson replaça le travail de Minkowski dans le contexte de la recherche à Göttingen sur la théorie des électrons, voyant dans le succès de ce qu'il appelait la "relativité minkowskienne" l'effet d'une croyance généralisée à l'harmonie préétablie entre la mathématique pure et la physique (Pyenson 1973 ; 1975 ; 1985). L'emploi des images chez Minkowski, et la nouveauté pour la physique de son canon esthétique intéressa Peter Galison (1979). D'autres chercheurs ont clarifié des aspects techniques et épistémologiques de la théorie minkowskienne.[1] L'introduction à la physique théorique des techniques mathématiques sophistiquées par Minkowski et d'autres savants est un thème illustré par Christa Jungnickel et Russell McCormmach.[2] Ce chapitre aborde un autre aspect du rôle de Minkowski dans l'histoire de la théorie de la relativité : la promotion de sa discipline. Sa conférence de 1908 intitulée "*Raum und Zeit*" (1909) se comprend comme une tentative d'extension de la frontière disciplinaire des mathématiques sur le principe de relativité. Nous analysons les tensions créées par l'intrusion d'un mathématicien dans le domaine spécialisé de la physique théorique, et la stratégie qu'employait Minkowski afin de surmonter les obstacles à la réception de son travail. L'efficacité de ses méthodes est évaluée par rapport à une sélection de réponses à sa conférence, et mise en rapport avec les résultats d'une étude bibliométrique des contributions disciplinaires aux théories de la relativité jusqu'à 1915.

[1] Sur le rôle de Minkowski dans l'histoire de la relativité voir aussi Illy (1981) et Pyenson (1987). Pour des références à la littérature primaire et secondaire voir Miller (1981), et Paty (1993). Pauli (1958) reste un guide valable aux recherches contemporaines.

[2] McCormmach (1976) ; Jungnickel et McCormmach (1986), Vol. 2, p. 334.

1.1 L'autorité de Minkowski en mathématique et en physique

Au moment de la réunion annuelle de l'Association Allemande des Savants et des Médecins, à la fin de septembre 1908, la réputation de Minkowski en physique n'était établie nulle part en dehors de la ville universitaire de Göttingen. La structure et le contenu de sa conférence, nous le verrons plus tard, a été une fonction de ce déficit apparent d'autorité en physique. Afin de comprendre cet aspect de sa conférence, nous examinons d'abord comment Minkowski est venu à l'étude de l'électrodynamique des corps en mouvement.

Vers 1907, le nom de Minkowski était rattaché surtout à la recherche en théorie des nombres.[3] Or, Minkowski s'est aussi attaqué à un sujet de la physique mathématique–la capillarité–dans un rapport rédigé pour l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (1906), ce qui lui conférait une certaine autorité dans ce domaine. En plus, Minkowski professait des cours sur la capillarité, la théorie du potentiel, et la mécanique analytique, ainsi que sur d'autres sujets mathématiques tels que l'Analysis situs et la théorie des nombres, à l'École polytechnique de Zurich, où Einstein, Marcel Grossmann et Walter Ritz avaient compté parmi ses élèves ; il assurait aussi des cours de mécanique et d'électrodynamique à l'université de Göttingen, où il occupait la troisième chaire de mathématiques, créée pour lui à la demande de David Hilbert en 1902.[4]

À Göttingen, Minkowski s'est intéressé à un sujet qui était la spécialité de quelques-uns de ses nouveaux collègues, à savoir la théorie des électrons. Une des premières traces de cet intérêt a été sa direction d'un séminaire sur le sujet, en collaboration avec son ami Hilbert, ainsi que Gustav Herglotz et Emil Wiechert, qui a eu lieu pendant l'été 1905.[5] Alors que l'article de Lorentz de 1904 (qui contenait une forme de la transformation qui porte son nom aujourd'hui) n'a pas figuré sur la liste des travaux abordés, et l'article d'Einstein sur l'électrodynamique des corps en mouvement était encore à paraître, l'un des étudiants se rappela plus tard que Minkowski avait indiqué qu'il travaillait sur les transformations de Lorentz.[6]

Quoi qu'il en soit, Minkowski était encore en train d'élaborer son article sur la capillarité pour l'encyclopédie des sciences mathématiques, et on ne trouve pas de trace de son travail sur le principe de relativité pendant les deux années suivant le séminaire. Ensuite, en octobre 1907, Minkowski demanda à Einstein de lui envoyer un exemplaire de son article de 1905, qu'il voulait utiliser lors du séminaire sur les équations différentielles partielles de la physique qu'il dirigeait en collaboration avec Hilbert.[7] Lors des vacances de Pâques, il prononça une série de conférences sur "Les idées nouvelles sur les lois fondamentales de la mécanique", destinée aux enseignants de matières scientifiques.[8] Dans les notes que Minkowski prépara pour ces conférences, on trouve une critique des connaissances mathématiques d'Einstein. Minkowski rappela à ses auditeurs qu'il avait le droit de faire cette évaluation, parce qu'Einstein lui devait sa for-

[3]Minkowski publia ses cours sur l'analyse diophantienne en 1907.

[4]Des copies des notes de cours se trouvent à la Niels Bohr Library, Minkowski Papers, Cartons 7, 8 et 9.

[5]Sur le séminaire de 1905 voir Pyenson (1985), p. 101.

[6]Manuscrit sans date, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Nachlass Hilbert 570/9 ; Born (1959), p. 682.

[7]Minkowski à Einstein, 9 Oct. 1907, transcrite dans Einstein (1993), Doc. 62 ; *Physikalische Zeitschrift* **8** (1907), p. 712. Des notes fragmentaires de Hermann Mierendorff montrent une discussion de l'électrodynamique lorentzienne des milieux continus, voir la Niedersächsische Staats- und Universitätsbiblio-thek, Nachlass Hilbert 570/5 ; Pyenson (1985), p. 83. Pendant le même semestre, Minkowski a introduit le principe de relativité dans le cours intitulé, "Funktionentheorie", Niels Bohr Library, Minkowski Papers, Carton IX.

[8]"Neuere Ideen über die Grundgesetze der Mechanik," Göttingen, du 21 avril au 2 mai, *L'Enseignement Mathématique* **10** (1908), p. 179.

mation mathématique. Il ajouta qu'il était impossible d'obtenir une connaissance complète des mathématiques à l'École polytechnique de Zurich.[9] Minkowski expliqua que sa critique des connaissances mathématiques d'Einstein avait pour but d'établir son droit d'évaluer le travail d'Einstein, parce qu'il ne savait pas si on était prêt à étendre son autorité en mathématiques à la "validité des jugements sur les choses physiques", qu'il voulait "soumettre à présent".[10] C'est ainsi qu'on voit que même dans son fief de Göttingen, Minkowski savait que son autorité en mathématiques n'était pas valable en physique théorique, mais ce fait ne l'a pas empêché d'exposer ses idées sur le principe de relativité.

Le monde scientifique ne pouvait pas juger de la compétence de Minkowski en physique théorique, parce qu'il avait publié si peu dans ce domaine, mais il paraît que Minkowski lui-même ne se leurrait pas sur l'existence des lacunes dans sa formation. C'est pour cette raison qu'il cherchait un assistant capable de le conseiller sur des questions physiques, et lorsque Max Born–un ancien élève du séminaire de 1905–lui écrivit une lettre sur un problème technique de la théorie d'Einstein, il trouva son homme.

Attiré par les mathématiques au début de ses études, Born assista aux cours de Leo Königsberger à Heidelberg, et ceux d'Adolf Hurwitz à Zurich, et il considérera plus tard que les cours privés de Hurwitz était le couronnement de sa formation. À Göttingen, Born a obtenu un poste convoité en tant qu'assistant de Hilbert, et commença une thèse sur les fonctions de Bessel sous sa direction. Quand Born abandonna le sujet, selon ses souvenirs, Hilbert rit et le consola en disant qu'il était bien meilleur en physique.[11]Dans la même année, Born assista au séminaire sur la théorie des électrons, en même temps que Max Laue et Jakob Laub, entre autres (Born 1959, p. 682 ; Pyenson 1985, p. 102). Influencé profondément par ce qu'il a appris lors de ce séminaire, et très dévoué à Hilbert et à Minkowski, Born n'a pas été autorisé à rédiger une thèse sur la théorie des électrons, même si ce projet lui plaisait (Born 1959, p. 684). Felix Klein l'a obligé à écrire une thèse sur la théorie de l'élasticité, mais afin d'éviter que "le grand Felix" soit membre de son jury de thèse, Born a suivi le conseil de Karl Schwarzschild, en se préparant pour l'examen oral d'astronomie (Born 1906 ; 1968, pp. 20-21). Après avoir soutenu sa thèse le 14 janvier 1907, Born séjourna six mois à Cambridge aux côtés de Joseph Larmor et J.J. Thomson avant de revenir à Breslau (aujourd'hui la ville polonaise de Wrocklaw), où les jeunes physiciens théoriciens Stanislaus Loria et Fritz Reiche attirèrent son attention sur un article d'Einstein paru dans les *Annalen der Physik* en 1905 (Born 1959, p. 684).

C'est en étudiant la relativité d'Einstein avec Reiche que Born avait rencontré des difficultés, comme il se le rappelait plus tard. Il les a formulé dans une lettre à Minkowski, dans l'espoir d'obtenir des éclaircissements. La réponse de Minkowski lui a été une grande surprise, car, au lieu de l'assistance technique qu'il sollicitait, Minkowski lui offrit la possibilité d'une carrière universitaire. Minkowski aurait raconté qu'il travaillait sur le même problème que Born, et qu'il "aimerait avoir un jeune collaborateur qui connaissait un peu de physique, et surtout de

[9]Manuscrit sans date, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Archiv 60 : 4, 52. L'évaluation peu charitable de l'enseignement de mathématiques à Zurich faisait peu d'état de la présence sur la faculté de son ami Adolf Hurwitz, un membre de l'élite mathématique. Parmi les anciens élèves étaient Marcel Grossmann, L.-Gustave du Pasquier, et Louis Kollros, un étudiant en thèse sous la direction de Minkowski à Göttingen ; tous ont poursuivi des carrières universitaires. Selon Kollros, à l'époque il y avait "trop peu de physique théorique et presque trop de mathématiques" (Kollros 1956, p. 273). Si Minkowski pensait que la formation mathématique d'Einstein n'était pas complète, c'était peut-être dû au fait qu'à la différence de ses camarades, Einstein n'a pas poursuivi des études supérieures en mathématiques après avoir décroché le diplôme de l'École polytechnique.

[10]Minkowski a écrit à Robert Gnehm le 18 octobre 1908 au sujet de la satisfaction qu'il avait eu à Cologne en apprenant combien le travail d'Einstein était apprécié des savants Walther Nernst, Max Planck et H. A. Lorentz (Seelig 1956, pp. 131-2).

[11]Transcription d'un entretien avec Thomas S. Kuhn, le 18 octobre 1962, Archives for History of Quantum Physics, p. 5.

l'optique" (Born 1978, p. 130).[12] En dehors des mathématiques, Born avait étudié la physique à Göttingen, y compris le cours "stimulant" de Voigt en optique théorique, et une formation en optique expérimentale (Born 1968, p. 21). C'était précisément la formation qui faisait défaut chez Minkowski, et qu'il cherchait à combler. En retour, Minkowski promettait à Born qu'il lui ouvrirait les portes de l'enseignement universitaire. Les détails de leur collaboration devaient être précisés lors de la réunion de l'association allemande en septembre à Cologne (Born 1978, p. 130).[13]

Au mois d'avril 1908, Minkowski a publié un mémoire sur les processus électromagnétiques dans les corps en mouvement (*Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*, désormais *Grundgleichungen*). C'est dans cet article que Minkowski exprimait dans une forme quadridimensionnelle les équations du champ électromagnétique dans le vide, en utilisant le calcul matriciel d'Arthur Cayley. Il a également formulé les équations de l'électrodynamique des milieux continus en mouvement, et jeté les bases d'une mécanique de l'espace-temps. L'étude de Minkowski a été la première élaboration du principe de relativité par un mathématicien allemand.

Peu de temps après sa parution, deux anciens élèves de Minkowski, Albert Einstein et Jakob Laub, ont publié leur réponse aux *Grundgleichungen* (1908a, 1908b). Ils ont rejeté l'appareil quadridimensionnel, dont l'emploi aurait fait des "demandes assez importantes" du lecteur habituel des *Annalen der Physik* (1908a, p. 532). En l'occurrence, c'était le seul commentaire sur le travail de Minkowski à paraître avant la réunion de l'Association allemande en septembre.

Jusqu'à l'automne 1908, Minkowski avait exposé plusieurs fois ses idées sur le principe de relativité, mais jamais en dehors de Göttingen. La réunion annuelle de l'Association allemande était sa première occasion de s'exprimer sur ce sujet devant une élite internationale de physiciens, de mathématiciens, d'astronomes, de chimistes et d'ingénieurs. C'était la seule réunion de l'année à laquelle on pouvait communiquer avec tant de savants venant de disciplines différentes.

L'organisation des sections disciplinaires de la réunion annuelle était la responsabilité des sociétés professionnelles (Forman 1967, p. 156). La Société allemande de physique, par exemple, s'occupait de la section de physique, et la Société allemande des mathématiciens gérait la section des mathématiques. En ce qui concerne celle-là, le thème de la discussion a été annoncé fin avril par le président, Félix Klein. Le président lança un appel à contributions dans le domaine de la mécanique. Il semble que Klein avait déjà reçu au moins une contribution sur le sujet, parce qu'il promettait qu'un "aspect expert" d'une investigation récente serait présenté.[14] Il se peut que Klein pensait à la conférence de Minkowski, parce que l'une des versions manuscrites porte une date antérieure à l'annonce de Klein. À la réunion de l'Association allemande en septembre, l'exposé de Minkowski sera la première des sept communications dans la section des mathématiques, qui fera double service en tant que séance de la Société allemande des mathématiciens.[15]

[12]Une seconde version de cette histoire met en évidence une division des tâches entre Einstein et Minkowski : le manuscrit qu'envoyait Born à Minkowski aurait montré une méthode nouvelle pour le calcul de la masse électromagnétique de l'électron, une combinaison des "idées d'Einstein avec les méthodes mathématiques de Minkowski" (Born 1968, p. 25).

[13]La mort de Minkowski l'empêcha de tenir sa promesse, mais ses collègues le firent à sa place. Born recevra le venia legendi en physique théorique en 1909, sur la recommandation de Voigt (Born 1978, p. 136).

[14]*Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17** (1908), p. 61, du 26 avril 1908.

[15]La plupart des exposés de la première section ont paru dans le 18e tome du *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung*. Peu après la fin de la guerre, la Société Allemande de physique a commencé à tenir ses séances lors de la réunion de l'Association Allemande (Forman 1967, p. 156).

1.2 La conférence de Cologne

Dans les archives de l'université de Göttingen sont préservés quatre manuscrits de la conférence de Cologne, dont aucun ne correspond précisément à l'une ou l'autre des deux versions imprimées dans l'allemand d'origine.[16] Sauf contre-indication, nous nous référerons à la version la plus complète, publiée de manière posthume dans le *Physikalische Zeitschrift* et dans le *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* au début de l'année 1909. En ce qui concerne la traduction, nous suivons en général la version de Hennequin et Marty parue aux *Annales de l'École normale supérieure*.

Dès le début de son exposé, Minkowski annonça qu'il allait révéler une modification radicale dans les intuitions de l'espace et du temps :

> M. H. ! Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund' an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.
>
> Ich möchte zunächst ausführen, wie man von der gegenwärtig angenommen Mechanik wohl durch eine rein mathematische Überlegung zu veränderten Ideen über Raum und Zeit kommen könnte. [Minkowski 1909, p. 75]

L'évocation de la physique expérimentale était signifiante dans la première phrase de l'exposé, et elle était décevante. Par la suite, Minkowski ne mentionna la physique expérimentale qu'une fois, pour rappeler le résultat nul de la célèbre expérience optique faite par Albert A. Michelson aux années 1880 pour mettre en évidence la translation de la Terre par rapport à l'éther luminifère. Autrement, Minkowski a tenu sa promesse d'un exposé "purement mathématique", c'est-à-dire, dépourvu de considérations expérimentales. Une telle présentation lui permettait d'éviter une discussion des résultats récents des expériences de Walter Kaufmann, qui semblait être en contradiction avec les prévisions des théories relativistes de Lorentz et d'Einstein.[17]

Moins illusoire que la mention de la physique expérimentale, l'annonce d'un changement radical dans les conceptions de l'espace et du temps est plus proche du contenu de son exposé. L'effet de révélation est marqué par la phrase "Von Stund' an" ; l'union de l'espace et du temps devait avoir lieu pour la première fois. C'était faux, parce que tous les concepts abordés dans son exposé avaient déjà paru dans les *Grundgleichungen*. L'effet produit par ce geste rhétorique a sans doute justifié l'exagération, parce que la phrase en question devint rapidement l'emblème de la relativité minkowskienne dans des cercles élargis.

On peut remarquer dès l'introduction que les revendications faites par Minkowski à propos de sa théorie se divisent en deux groupes. Dans l'un étaient les revendications de priorité, qui concernaient ses aspects physiques, mathématiques et philosophiques. Nous considérerons plus en détail les revendications du second groupe, qui étaient de nature *métathéorique*, et concernaient le type de la théorie indépendamment de ses éléments constituants. Les assertions métathéoriques portaient toutes sur la nature géométrique de la théorie, et comme nous

[16] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Arch. 60 : 2 et 60 : 4. L'une des versions est datée du 24 avril 1908 (60 : 4, folder 1, p. 66.) ; les autres versions sont sans date.

[17] L'adéquation empirique de la théorie de "Lorentz-Einstein" a été mise en doute par Walter Kaufmann en 1905, sur la base de ses mesures de la déflexion magnétique des rayons cathodiques (voir Miller 1981 ; Hon 1995). Deux jours après la conférence de Minkowski, Alfred Bucherer annonça les résultats de ses expériences, qui contredisaient ceux de Kaufmann et confirmaient les prévisions de la théorie de Lorentz-Einstein (Bucherer 1908). Pendant la discussion qui s'ensuivit, Minkowski exprima sa joie en voyant l'hypothèse "monstrueuse" de l'électron rigide battue sur le plan expérimental, en faveur de l'hypothèse de l'électron déformable proposée par Lorentz (voir Bucherer 1908, p. 762).

le verrons, elles renforçaient les revendications de priorité. Le passage cité donne un exemple des deux groupes d'assertions : l'allusion au changement des idées sur l'espace et le temps appartient au premier, lorsque la promesse d'un exposé purement mathématique est un énoncé métathéorique, du second groupe.

Afin de démontrer la différence entre l'ancienne et la nouvelle vue de l'espace et du temps, Minkowski distinguait entre deux groupes de transformations par rapport auxquels les lois de la mécanique classique étaient covariantes.[18] Il prit en considération deux systèmes de référence en mouvement uniforme de translation, et avec la même origine dans l'espace et dans le temps, et observa que les axes de l'espace x, y, z pourraient être soumis à une rotation arbitraire autour de l'origine. C'est ce qui correspondait dans la mécanique classique à l'invariance de la somme des carrés $x^2 + y^2 + z^2$, et qui était un aspect fondamental de l'espace physique, a-t-il rappelé, qui ne concernait pas le mouvement. Puis le second groupe a été identifié avec les transformations :

$$x' = x + \alpha t,\ y' = y + \beta t,\ z' = z + \gamma t,\ t' = t.$$

L'espace physique, observa Minkowski, qu'on supposait au repos, aurait pu être en mouvement uniforme de translation ; l'état de repos ne pouvait pas être déterminé à partir des phénomènes physiques (Minkowski 1909, p. 77).

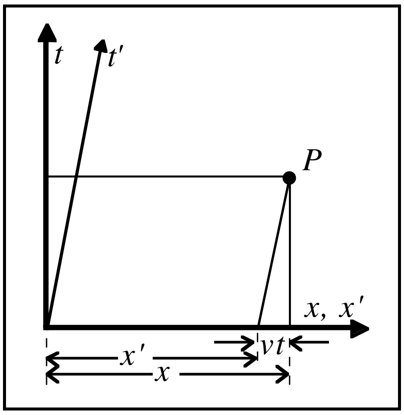

FIG. 1.1 – La cinématique ancienne.

Après avoir distingué les deux groupes, il paraît que Minkowski donna une démonstration graphique sur un tableau noir. Il dessina un diagramme afin de montrer que les transformations citées laissaient la possibilité de fixer l'axe du temps dans n'importe quel sens dans le demi-plan $t > 0$ (en négligeant deux dimensions spatiales). Du dessin de Minkowski on n'a pas trouvé de traces, mais il devait ressembler à celui publié plus tard par Born, qui était parmi les auditeurs (voir Figure 1).[19] C'était l'occasion d'introduire quelques néologismes : *Weltpunkt, Weltlinie* et *Weltachse*, ainsi qu'une redéfinition des termes *Substanz* (quelque chose de perceptible) et *Welt* (l'ensemble de tous les points concevables x, y, z, t ; Minkowski 1909, pp. 76-77).

Ensuite Minkowski attira l'attention sur le rapport entre les deux groupes, surtout en ce qui concernait l'orthogonalité et la direction de l'axe du temps, en introduisant l'équation hyperbolique :

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1,$$

[18]Minkowski a introduit l'emploi de "covariance" par rapport aux transformations de Lorentz en 1908, p. 473. Il employait l'adjectif "invariant" dans "Raum und Zeit" en référence aux expressions covariantes et invariantes.

[19]Born (1920). Le même diagramme a paru plus tôt dans un ouvrage de Vito Volterra, qui l'attribua à une conférence de Guido Castelnuovo à Rome (Volterra 1912, p. 22, Figure 5).

où c est un paramètre positif (p. 77).[20] Il supprima deux dimensions en y et z, et montra comment employer cette hypersurface pour construire un groupe de transformations G_c, une fois qu'on aurait ajouté aux rotations autour de l'origine les translations arbitraires de l'origine des espaces et des temps. La figure obtenue ainsi a été projetée sur un écran à l'aide d'un papier transparent (voir Figure 2, gauche).[21]

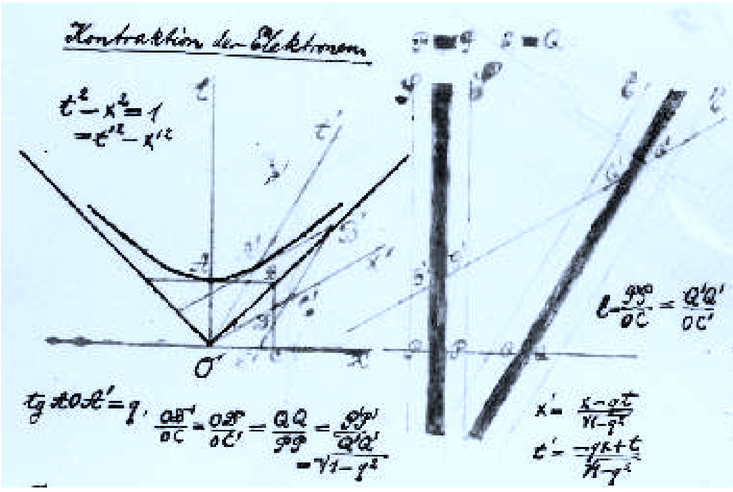

FIG. 1.2 – Le diagramme de Minkowski.

Minkowski prenait la branche supérieure de l'hyperbole à deux branches $c^2t^2 - x^2 = 1$ pour construire le parallélogramme $OA'B'C'$, à partir duquel il déterminait les axes de coordonnées x' et t' (voir Figure 2, gauche, et l'appendice). Il expliquait de la façon suivante le rapport entre ce diagramme et celui correspondant à la cinématique ancienne : à mesure que la valeur du paramètre c s'approchait de l'infini,

> jene spezielle Transformation in der Grenze sich in eine solche verwandelt, wobei die t'-Achse eine beliebige Richtung nach oben haben kann und x' immer genauer sich an x annähert. [Minkowski 1909, p. 78]

C'est ainsi que son diagramme de l'espace-temps s'est plié dans celui montré dans Figure 1, dans une élégante récupération à la limite de la cinématique newtonienne.[22]

Le rapport à la limite entre le groupe G_c et le groupe correspondant à la mécanique newtonienne (G_∞) appela une remarque d'ordre historique. À la lumière de ce rapport, observa Minkowski, et puisque

> ...G_c mathematisch verständlicher ist als G_∞, hätte wohl ein Mathematiker in freier Phantasie auf den Gedanken verfallen können, daß am Ende die Naturerscheinungen tatsächlich eine Invarianz nicht bei der Gruppe G_∞, sondern vielmehr bei einer Gruppe G_c mit bestimmtem endlichen, nur in den gewöhnlichen Maßeinheiten *äusßerst großen c* besitzen. Eine solche Ahnung wäre ein außerordentlicher Triumph der reinen Mathematik gewesen. [Minkowski 1909, p. 78]

[20] Selon Galison (1979, p. 105), Minkowski considérait cette équation et son interprétation comme sa propre contribution au principe de relativité.

[21] Papier transparent, coloré à la main, (10 × 15 cm), Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Archiv 60 : 2, reproduit avec l'autorisation du Handschriftenabteilung (Figure 2). Des figures semblables ont paru dans Minkowski (1909), p. 77.

[22] L'élégance de la présentation de la cinématique relativiste par rapport à la cinématique newtonienne a été admirée par de nombreux savants, y compris Max Planck, qui était présent à Cologne. Voir Planck (1910b), p. 42.

Le fait qu'un mathématicien n'avait pas découvert le rôle du groupe G_c en physique, disait-il en effet, n'était qu'un accident, étant donné que son intelligibilité mathématique était plus grande que le groupe G_∞. Autrement dit, le principe de relativité n'était pas un produit de la mathématique pure, mais il aurait pu l'être. Minkowski reconnaissait le rôle de la physique expérimentale dans la découverte du principe de relativité, qu'il considérait comme un premier pas vers un système plus élaboré. Tout espoir pour les mathématiques n'était donc pas perdu, comme il observa ensuite.

> Nun, da die Mathematik hier nur mehr Treppenwitz bekundet, bleibt ihr doch die Genugtuung, daß sie dank ihren glücklichen Antezedenzien mit ihren in freier Fernsicht geschärften Sinnen die tiefgreifenden Konsequenzen einer solcher Ummodelung un-serer Naturauffassung auf der Stelle zu erfassen vermag. [Minkowski 1909, p. 78]

Minkowski concéda qu'en l'occurrence, les mathématiques pouvaient montrer seulement de l'esprit d'escalier, plutôt qu'un pouvoir de découverte. Une fois de plus il insista sur l'avantage certain du mathématicien à saisir les conséquences profondes d'une réforme de la conception de la nature par rapport aux membres d'autres disciplines.

1.2.1 L'identité disciplinaire de Minkowski

Les références répétitives de Minkowski aux mathématiciens et à la mathématique pure demandent explication. Par sa formation, par son activité professionnelle, Minkowski était un mathématicien, ce qui est loin d'être obscur. En revanche, les raisons pour lesquelles il insistait sur ce point sont peut-être moins évidentes. Deux suggestions peuvent être prises en considération.

D'abord, il nous semble que Minkowski et ses contemporains regardaient ses contributions au principe de relativité comme une expansion de la frontière disciplinaire des mathématiques. L'expansion du terrain mathématique était naturellement interprétée par quelques physiciens allemands comme impérialiste, parce qu'elle devait avoir lieu aux dépens de la sous-discipline naissante et croissante de physique théorique.[23] Le désir d'étendre le dominion mathématique sur la terre neuve de la physique relativiste était l'une des raisons pour lesquelles Minkowski n'a jamais décrit son travail comme faisant partie de la physique théorique. C'est aussi pour cette raison qu'il ne s'est jamais présenté comme un physicien théoricien, ou comme un physicien mathématicien.

Ensuite, à l'égard de son identité disciplinaire, il nous semble que Minkowski était conscient de la confusion que ses idées risquaient d'engendrer dans les esprits. La réponse de Minkowski à la confusion attendue a été d'affirmer ce que ses auditeurs et ses lecteurs savaient déjà, qu'il était mathématicien.[24]

[23] L'entrée des mathématiciens sur le champ de la relativité a été décrit par Einstein comme une invasion, selon Sommerfeld (1949, p. 102). Wien trouvait la théorie minkowskienne extraordinairement impérieuse ("ungemein Zwingendes"), et pour la contrebalancer, il insista sur l'importance pour le physicien des résultats d'expérience, en contraste avec les "ästhetische Momente" qui guidaient le mathématicien (1909, p. 39). Sur l'émergence de la physique théorique en Allemagne, voir Lorey (1916, pp. 261-262) ; Stichweh (1984) ; Jungnickel et McCormmach (1986) ; Olesko (1991). Le terme "frontière disciplinaire" vient de Rudolf Stichweh.

[24] L'analyse de la présentation du soi soutient cette interprétation. Goffman observa que l'individu montre un visage différent selon son audience. Celle-ci, en revanche, se réserve le droit de le considérer sous son identité socioprofessionnelle, ce qui correspond à un gain de temps et d'énergie sentimentale. Selon Goffman, si jamais un individu essayait de sortir de son rôle socioprofessionnel, en général, l'audience ne le permettrait pas (voir Goffman 1959, p. 57).

La réputation solide et l'autorité certaine de Minkowski en mathématique pure créaient une tension qui se manifeste dans tous ses écrits sur le principe de relativité. Aussi longtemps que son travail était signé par un mathématicien, il lui manquerait l'authenticité d'un travail signé par un physicien théoricien. Il n'y avait pas de garantie que son travail concernait la pratique de la physique, bien au contraire. À part quelques rares exceptions (l'article sur la capillarité, notamment), Minkowski était incapable de montrer que ce qu'il faisait avait un rapport quelconque à la physique.

Minkowski était sans doute conscient de la tension disciplinaire que créait son excursion en physique théorique, et on peut voir au moins deux gestes destinés à la rendre moins nuisible. Le premier geste a été de constater dès le début de son exposé que sa théorie se fondait sur la physique expérimentale. Le second geste a été de montrer l'ascendance physico-théorique du principe de relativité, dont certains aspects avaient été mis en lumière par le parangon du physicien théoricien, H. A. Lorentz, et par un agent aux brevets de Berne, Albert Einstein. Inconnu en dehors de sa discipline, en 1908 Einstein obtint l'*Habilitation* en physique théorique à la faculté de Berne.

L'exposé de Minkowski a introduit son interprétation d'une certaine transformation réelle en x, y, z et t, qui était à la base du groupe dénoté G_c. Ce groupe entretenait une relation à la limite avec le groupe par rapport auquel les lois de la mécanique newtonienne étaient covariantes. À partir d'ici, jusqu'à la fin de la première section de son exposé, Minkowski présentait ce que lui, et bientôt des dizaines de savants, considérait comme sa propre théorie.[25] Quelle était cette nouvelle théorie ? Une fois qu'on a déterminé un système de référence x, y, z, t à partir de l'observation, dans lequel les phénomènes de la nature s'accordaient avec les lois connues, le système de référence pouvait être changé de façon arbitraire sans que cette modification altère la forme des lois, pourvu que la transformation au système nouveau soit conforme au groupe G_c. Selon Minkowski,

> Das Bestehen der Invarianz der Naturgesetze für die bezügliche Gruppe G_c würde nun so zu fassen sein : Man kann aus der Gesamtheit der Naturerscheinungen durch sukzessiv gesteigerte Approximationen immer genauer ein Bezugsystem x, y, z und t, Raum und Zeit, ableiten, mittels dessen diese Erscheinungen sich dann nach bestimmten Gesetzen darstellen. Dieses Bezugsystem ist dabei aber durch die Erscheinungen keineswegs eindeutig festgelegt. *Man kann das Bezugssystem noch entsprechend den Transformationen der genannten Gruppe G_c beliebig verändern, ohne daß der Ausdruck der Naturgesetze sich dabei verändert*. [Minkowski 1909, pp. 78-79]

Pour mieux souligner le caractère inédit de son énoncé du principe de relativité, Minkowski revenait à l'interprétation du diagramme de l'espace-temps :[26]

> Z. B. kann man der beschriebenen Figur entsprechend auch t' Zeit benennen, muß dann aber im Zusammenhange damit notwendig den Raum durch die Mannigfaltigkeit der drei Parameter x', y, z definieren, wobei nun die physikalischen Gesetze mittels x', y, z, t' sich genau ebenso ausdrücken würden, wie mittels x, y, z, t. Hiernach würden wir dann in der Welt nicht mehr *den* Raum, sondern unendlich viele Räume haben, analog wie es im dreidimensionalen Raume unendlich viele

[25] Pour des exemples de l'identification de ce passage avec le principe de relativité de Minkowski voir Volkmann (1910, p. 148) ; Wiechert (1915, p. 55). Une analyse bibliométrique des publications sur la relativité est présentée en Section 4, et dans les détails au quatrième chapitre.

[26] Ni Einstein, ni Lorentz, ni Poincaré n'étaient présents à Cologne. En février 1908, Einstein a écrit à Johannes Stark son intention d'assister à cette réunion (Einstein 1993, Doc. 88).

> Ebenen gibt. Die dreidimensionale Geometrie wird ein Kapitel der vierdimensionalen Physik. Sie erkennen, weshalb ich am Eingange sagte, Raum und Zeit sollen zu Schatten herabsinken und nur eine Welt an sich bestehen. [Minkowski 1909, p. 79]

Minkowski identifia la notion de “*unendlich viele Räume*” comme sa propre contribution au principe de relativité, sans doute par analogie avec le concept einsteinien du temps relatif. La proclamation grandiose de la fin de l’espace et du temps encadrait la révélation du principe de relativité de Minkowski.[27]

Les effets rhétoriques dirigeaient l’attention sur la théorie de Minkowski ; son acceptation, en revanche, devait dépendre en grande partie de la présence de deux éléments : son adéquation empirique (revendiquée par Minkowski au début de son exposé), et la perception d’un avantage par rapport aux théories plus anciennes. Pour faire face à cette demande, Minkowski commenta le travail de deux de ses prédécesseurs, Lorentz et Einstein. Mais avant d’aborder ses commentaires, il nous faut prendre en considération le travail d’une tierce personne, dont le nom ne figure pas dans la conférence de Cologne : Henri Poincaré.

1.2.2 Qu’est-il arrivé à Poincaré ?

Au début du vingtième siècle, Henri Poincaré était réputé être le plus grand mathématicien du monde. En 1905, il corrigeait quelques fautes dans la théorie des électrons de Lorentz, ce qui la rendait équivalente–sur le plan formel–à la théorie publiée presque en même temps par Einstein.[28] Poincaré et Einstein observèrent indépendamment que les transformations de Lorentz (nommées ainsi par Poincaré) forment un groupe ; Poincaré seul exploita cette connaissance dans la recherche des invariants.[29] Parmi les aperçus de Poincaré découlant de son emploi d’une quatrième coordonnée imaginaire en $t\sqrt{-1}$ a été l’interprétation d’une transformation de Lorentz en tant qu’une rotation autour de l’origine dans un espace à quatre dimensions, et l’invariance de la somme des carrés dans cet espace, qu’il a décrite comme une mesure de la distance (1906, p. 68).[30] Cette analyse forma ensuite la base de son évaluation de la possibilité d’une théorie covariante de la gravitation.

Il est improbable que l’omission du nom de Poincaré a été la conséquence d’un oubli de la part de Minkowski. La version imprimée de sa conférence, dont il corrigea les épreuves quelques jours avant une attaque d’appendicite, était le fruit d’une rédaction soignée pendant au moins huit mois.[31] La structure de l’exposé et la décision d’inclure (ou d’exclure) certaines références ont été donc les résultats d’une réflexion étendue dans le temps.

Minkowski connaissait bien le travail important de Poincaré sur la dynamique de l’électron, qu’il avait cité dans les *Grundgleichungen*, dans l’appendice sur la gravitation. Le 5 novembre

[27] À Göttingen, la façon de parler un peu théâtrale de Minkowski était un sujet d’humour estudiantin, comme en témoigne une parodie du guide de l’étudiant, voir Galison (1979), p. 111, note 69. Les cours de Minkowski était souvent ponctués de bon mots, selon Born, et il a sans doute su apprécier la plaisanterie (Born 1959, p. 682). Son sens de l’humour était aigu, comme le montre aussi sa correspondance avec Hilbert (voir Rüdenberg and Zassenhaus, 1973).

[28] La prééminence de Poincaré en mathématiques a été marquée par le prix Bolyai, que lui discernait un jury unanime en 1905. Sur sa critique des théories de l’électrodynamique voir Darrigol (1995).

[29] Poincaré démontra que les transformations de Lorentz forment un groupe, et il nota que les transformations des vitesses pour les référentiels parallèles forment également un groupe (voir l’édition des notes prises par Henri Vergne lors des cours de 1906-1907, Poincaré 1953, p. 222).

[30] Poincaré a choisi $c = 1$; voir Cuvaj (1968) et Miller (1973).

[31] Sur l’effort rédactionnel de Minkowski voir Hilbert (1909), p. XXIX.

1907, lors d'une conférence, alors inédite, sur le principe de relativité, prononcée devant la Société mathématique de Göttingen, Minkowski mettait Poincaré parmi les quatre auteurs principaux de ce principe :

> Was das Verdienst der einzelnen Autoren angeht, so rühren die Grundlagen der wesentlichen Ideen von Lorentz her, Einstein hat das Prinzip der Relativität reinlicher herauspräpariert, zugleich es mit besonderem Erfolge zur Behandlung spezieller Probleme der Optik bewegter Medien angewandt, endlich auch zuerst die Folgerungen über Veränderlichkeit der mechanischen Masse bei thermodynamischen Vorgängen gezogen. Kurz danach und wohl unabhängig von Einstein hat Poincaré sich in mehr mathematischer Untersuchung über die Lorentzschen Elektronen und die Stellung der Gravitation zu ihnen verbreitet, endlich hat Planck einen Ansatz zu einer Dynamik auf Grund des Relativitätsprinzipes versucht.[32]

Après avoir figuré dans ce résumé de l'histoire du principe de relativité, les physiciens théoriciens Lorentz, Einstein et Max Planck ont tous trouvé une place dans "*Raum und Zeit*" ; seules les recherches mathématiques de Poincaré ont été écartées.

Au moins un physicien théoricien trouva que la mise à l'écart de Poincaré était injuste : Arnold Sommerfeld. Dans les notes qu'il ajouta à la réédition de cette conférence, Sommerfeld essaya de réparer la faute, en attribuant à Poincaré la priorité sur une théorie covariante de la gravitation, et sur l'idée d'un quadrivecteur. La promotion par Sommerfeld des contributions de Poincaré au principe de relativité (et de celles de Minkowski, comme on le verra plus tard) entraînait le risque de voir diminuer le crédit accordé à Einstein, ce qui pourrait expliquer pourquoi la conclusion de Minkowski à ce propos en 1907 (citée en amont) a été supprimée lorsque Sommerfeld prépara le manuscrit de son ami pour publication en 1915.

Parmi les mathématiciens qui suivaient l'évolution de la théorie des électrons, plusieurs considéraient que Poincaré était le fondateur de la mécanique nouvelle. Par exemple, l'éditeur des *Acta Mathematica* Gustav Mittag-Leffler a écrit à Poincaré en 1909 à propos d'une suggestion faite par le mathématicien Ivar Fredholm. Ce dernier aurait dit que Minkowski avait exprimé les idées de Poincaré sous une forme différente :

> Vous connaissez sans doute l'opuscule de Minkowski "Raum und Zeit", publié après sa mort ainsi que les idées de Einstein et Lorentz sur la même question. Maintenant M. Fredholm me dit que vous avez touché à des idées semblables avant les autres, mais en vous exprimant d'une manière moins philosophique et plus mathématique.[33]

On ne sait pas si Poincaré a reçu cette lettre, et aucune réponse n'a été trouvée. Cependant, on voit que Sommerfeld, Mittag-Leffler et Fredholm ont tous réagi à l'omission du nom de Poincaré.

L'absence du nom de Poincaré de la conférence de Minkowski à Cologne a été remarquée de ces savants, mais qu'en pensait Poincaré ? La réaction initiale, de toute façon, fût le silence. Lors d'une conférence sur la mécanique nouvelle à Göttingen en avril 1909, Poincaré ne dit rien au sujet des contributions de Minkowski et d'Einstein (Poincaré 1910a). Cependant, lorsqu'il s'est agi de son propre engagement avec le principe de relativité, il devint plus loquace. L'année suivante à Berlin, par exemple, Poincaré annonça qu'en 1874-1875, lorsqu'il était élève à l'École polytechnique, il avait fait une expérience avec un camarade, qui confirmait le principe

[32] Dactylographie intitulée "Das Relativitätsprinzip", Niedersächsische Staats- und Universitätsbiblio-thek, Math. Archiv 60 :3, pp. 16-17.

[33] Copie d'une lettre à Henri Poincaré, le 7 juillet 1909. Institut Mittag-Leffler, Djursholm, avec l'aimable assistance de Dr. K. Broms.

de relativité pour les lois de l'optique (1910b, p. 104).[34] Moins de cinq ans après la découverte du principe étendu de relativité, Poincaré écrivait donc sa préhistoire, en mettant l'accent sur ses fondements expérimentaux, ce qui était en fort contraste avec la version minkowskienne.

Poincaré exprimait peu d'enthousiasme envers la mécanique nouvelle déchaînée par le principe de relativité, et il faisait part de ses doutes sur l'assise expérimentale du principe. On sait pourtant que c'est lui qui annonça le premier le principe de relativité (en 1904), et il ne l'a jamais désavoué, en dépit de ses doutes.[35] Le regard de Poincaré sur la théorie minkowskienne sera abordé dans le détail lors du troisième chapitre. Très brièvement, au printemps 1912, Poincaré leva ses derniers doutes (1963, pp. 97, 107), et reconnut le succès d'une formulation des lois de la nature dans un espace-temps à quatre dimensions. Sa préférence restait à la théorie des électrons, qui n'entraînait pas de modification du concept de l'espace (1963, pp. 107, 109).

En l'absence de toute explication de la part des intéressés, on ne peut qu'avancer des conjectures sur les motifs de l'exclusion de Poincaré. Il est vrai que si Minkowski avait dit que Poincaré découvrit l'espace-temps à quatre dimensions, sa propre contribution aurait semblé peu originale. De plus, la modification par Poincaré de la théorie de Lorentz représentait un exemple supplémentaire du rôle subsidiaire de coopérant que jouait le mathématicien dans l'élaboration des théories physiques.[36] L'étude "davantage mathématique" que Poincaré a fait de la théorie de Lorentz montrait la dépendance du mathématicien sur les aperçus du physicien théoricien. Sans doute, la réalisation de l'objectif métathéorique de Minkowski–établir la nature mathématique du principe de relativité–était facilitée par l'occultation du rôle de Poincaré dans l'élaboration de ce principe.

1.2.3 Lorentz et Einstein

S'intéressant d'abord au travail de Lorentz, Minkowski en a supprimé un autre élément qui avait figuré dans ses écrits antérieurs. Dans la rédaction des *Grundgleichungen*, Minkowski adoptait une suggestion de Poincaré, qui avait appelé "groupe de Lorentz" un certain groupe de transformations par rapport auquel les équations de Maxwell sont covariantes (1908, p. 473). Or, lors de la conférence de Cologne, il abandonnait cette convention de langage, et, au lieu de parler de la transformation de Lorentz, se référait aux transformations du groupe G_c. La raison de cette modification est inconnue, mais l'on peut soupçonner un rapport avec la découverte par Minkowski d'un précurseur de Lorentz. En 1887, un professeur de physique mathématique à Göttingen, Woldemar Voigt, publia une preuve de l'invariance par rapport à une certaine transformation en x, y, z et t (qui était formellement équivalente à la transformation de Lorentz) de l'équation différentielle fondamentale de la propagation (avec vitesse c) d'une onde de lumière à travers l'éther libre. Selon Minkowski, c'était une application de la covariance de cette loi par

[34] L'expérience devait confirmer la validité du principe de relativité par rapport aux lois optiques concernant le phénomène de biréfringence. Selon un témoin de la conférence berlinoise, Poincaré aurait mentionné le nom d'Einstein en connexion avec le principe de relativité (Moszkowski 1920, p. 15). L'anecdote de l'École polytechnique a, peut-être, un rapport avec la campagne de nomination pour le prix Nobel de physique 1910, menée en faveur de Poincaré par Mittag-Leffler.

[35] Lors de sa conférence à Saint-Louis en septembre 1904, Poincaré interpréta le "principe de relativité" par rapport à la théorie des électrons de Lorentz ; il distingua le principe "étendu" que respectait la théorie de Lorentz, du principe qu'on employait en mécanique (Poincaré 1904, p. 314).

[36] Willy Wien exposa le rôle des mathématiciens lors de la réunion de la Société allemande des mathématiciens à Meran en 1905. Il suggéra que la "physique elle-même" exigeait une "coopération plus compréhensive" de la part des mathématiciens, afin de trouver la solution à ses problèmes, y compris ceux que rencontrait la théorie des électrons (Wien 1906, p. 42 ; McCormmach 1976, p. xxix). Darrigol (1993, p. 223) observa que le travail de Poincaré en optique et en électricité faisait autorité parmi les physiciens allemands, et en même temps, les mathématiciens voyaient dans le personnage de Poincaré le maître de leur discipline.

rapport au groupe G_c. L'aperçu de Lorentz, disait-il, était plus général encore : cette covariance s'appliquait à toute l'optique (1909, p. 80).[37] En mettant la transformation de Voigt aux origines du principe de relativité, Minkowski n'avait plus à employer le nom choisi par Poincaré. En même temps il reprenait effectivement à son compte l'épigramme de Hertz (la théorie de Maxwell est le système d'équations de Maxwell), dont la logique ne pouvait que renforcer ses propre desseins métathéoriques. C'était également un geste amical de la part de Minkowski, accepté comme tel par son collègue Voigt.[38]

Les origines du groupe G_c éclairées de cette façon, Minkowski prit en considération un autre aperçu de Lorentz, à savoir l'hypothèse de contraction. En se référant au diagramme de l'espace-temps (Figure 2, gauche), Minkowski montra comment interpréter l'hypothèse de contraction des électrons en mouvement uniforme de translation (Figure 2, droite). Il réduisit deux électrons de Lorentz à une dimension spatiale, en les représentant au moyen de deux bandes de largeur différente. L'un des électrons, disait-il, était au repos par rapport aux coordonnées primitives, et l'autre se déplaçait avec une vitesse relative v, mais au repos par rapport au second système de référence. Quand l'électron en mouvement était observé à partir du système de coordonnées primitives, il devait paraître plus court qu'un électron au repos par un facteur $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. L'hypothèse de contraction était donc équivalente à la conception nouvelle de l'espace et du temps. Par rapport à l'apparence "extraordinairement fantastique" de l'hypothèse de Lorentz, obtenue comme "un présent d'en haut", la contraction était ainsi rendue "bien plus facile à comprendre" (1909, p. 80).

La discussion de la théorie de Lorentz amena Minkowski à la notion du temps local, ce qui était l'occasion de mentionner Einstein. Einstein, disait-il, était

> le premier à avoir reconnu d'une manière précise que le temps du premier électron est aussi bon que celui du second, c'est-à-dire qu'on doit traiter de la même manière t et t'.[39]

Cette interprétation par rapport à l'électron de la notion du temps relatif chez Einstein ne se trouve pas dans les écrits d'Einstein. Nous y reviendrons plus tard, mais pour l'instant, nous observons que Minkowski semblait accorder de l'importance à la contribution d'Einstein, parce qu'elle aurait bouleversé le concept du temps comme notion déterminée d'une seule façon par les phénomènes.[40]

1.2.4 Une distorsion de la cinématique einsteinienne

Après avoir rendu compte du travail de ses précurseurs (sauf un), Minkowski était alors prêt à révéler leur insuffisance. Soulignant la différence entre sa conception et celle des physiciens

[37] En effet, l'utilisation par Lorentz d'une transformation galiléenne avec une seconde transformation qui faisait intervenir le temps local a rendu invisible la symétrie de l'union des deux transformations. Poincaré a réduit les deux transformations dans une seule, et il a démontré aussitôt qu'il s'agissait d'un groupe, dans une lettre à Lorentz, ca. 1904-1905, reproduite dans Miller (1980).

[38] L'attribution par Minkowski de la transformation de Lorentz à Voigt suscita une observation de ce dernier, selon laquelle son article de 1887 ne s'occupait pas de la théorie électromagnétique, mais de la théorie de l'éther élastique. Toutefois, Voigt a admis que son article contenait quelques-uns des résultats obtenus ensuite à partir de la théorie du champ électromagnétique (voir la discussion après Bucherer 1908, p. 762). À l'occasion du dixième anniversaire du principe de relativité, les éditeurs de la *Physikalische Zeitschrift* et collègues de Voigt Peter Debye et Hermann Simon ont décidé de réimprimer l'article de 1887, avec des notes de l'auteur (voir Voigt 1915). Peu de temps après, Lorentz concéda généreusement que l'idée pour la transformation aurait pu venir de Voigt (Lorentz 1916, p. 198, note 1).

[39] Jedoch scharf erkannt zu haben, daß die Zeit des einen Elektrons ebenso gut wie die des anderen ist, d. h. daß t und t' gleich zu behandeln sind, ist erst das Verdienst von A. Einstein. Minkowski (1909), p. 81.

[40] Damit war nun zunächst die Zeit als ein durch die Erscheinungen eindeutig festgelegter Begriff abgesetzt. Minkowski (1909), p. 81.

théoriciens Lorentz et Einstein, Minkowski fit l'observation suivante :

> An dem Begriffe des Raumes rüttelten weder Einstein noch Lorentz, vielleicht deshalb nicht, weil bei der genannten speziellen Transformation, wo die *x'*, *t'*-Ebene sich mit der *x*, *t*-Ebene deckt, eine Deutung möglich ist, als sei die *x*-Achse des Raumes in ihrer Lage erhalten geblieben. [1909, pp. 81-82]

Cette phrase est assez singulière, parce qu'elle est la seule justification explicite que Minkowski ait fourni de la supériorité de sa théorie sur celles de Lorentz et Einstein. Sa terminologie tâtonnante (*eine Deutung möglich ist*) semble signaler un manque de confiance dans l'exactitude de son interprétation. En plus, la nouveauté de la présentation géométrique de la cinématique relativiste a sans doute frappé ses auditeurs et ses lecteurs, qui pouvaient difficilement juger de sa justesse. Les détails fournis ici par Minkowski permettent une reconstruction de son interprétation de la cinématique einsteinienne, ce sur quoi nous reviendrons dans un moment.

Pour ceux qui doutaient qu'il revendiquait la supériorité de sa conception, Minkowski prit le soin de rajouter :

> Über den Begriff des Raumes in entsprechender Weise hinwegzuschreiten, ist auch wohl nur als Verwegenheit mathematischer Kultur einzutaxieren. Nach diesem zum wahren Verständnis der Gruppe G_c jedoch unerläßlichen weiteren Schritt aber scheint mir das Wort *Relativitätspostulat* für die Forderung einer Invarianz bei der Gruppe G_c sehr matt. [1909, p. 82]

Là où Einstein déposa le concept du temps (et uniquement ce concept, par implication), Minkowski disait qu'il déposait le concept de l'espace, comme Galison l'a observé (1979, p. 113). Minkowski ne resta pas sur ce point ; il suggéra que son "pas en avant" était indispensable à la "compréhension véritable" de ce qu'il présentait comme le noyau du principe de relativité, à savoir le groupe G_c. Autrement dit, il manquait aux physiciens théoriciens une culture mathématique, ce qui les laissaient un pas en dessous de l'interprétation correcte du principe de relativité.

La supériorité de sa conception ainsi démontrée, Minkowski s'est autorisé à inventer un nom pour sa contribution ; il l'a appelé le Postulat de l'univers absolu, ou plus brièvement Postulat de l'univers (1909, p. 82). C'était sur ce ton triomphal que Minkowski clôt sa conférence, sortant pour l'occasion, une fois de plus, la métaphore de l'ombre :

> Die ausnahmslose Gültigkeit des Weltpostulates ist, so möchte ich glauben, der wahre Kern eines elektromagnetischen Weltbildes, der von Lorentz getroffen, von Einstein weiter herausgeschält, nachgerade vollends am Tage liegt. [1909, p. 88]

Selon Minkowski, Einstein avait clarifié la signification physique de la théorie de Lorentz, sans saisir le sens profond et les conséquences véritables du principe de relativité. Minkowski devait marquer sa loyauté à l'égard de l'image du monde électromagnétique, dont faisait partie le développement d'une théorie électronique de la matière. Lorsque Paul Ehrenfest sollicita de Minkowski un exemplaire d'un article qui avait pour titre "Sur les électrons d'Einstein", Minkowski répondit que ce titre était "librement choisi" lorsqu'il s'agissait des *Grundgleichungen*. Cependant, le titre d'Ehrenfest aurait été "plus juste" à l'égard des développements théoriques qu'il avait l'intention de publier.[41] Le titre choisi par Ehrenfest pour le *Grundgleichungen* a sans doute signalé à Minkowski une tendance parmi les physiciens théoriciens à regarder sa théorie

[41]Minkowski à Paul Ehrenfest, le 22 octobre 1908, Ehrenfest Papers, Museum Boerhaave, Leiden. L'état brouillon des manuscrits du *Nachlass* (Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Archiv 60 : 1) laisse penser que Minkowski a fait peu de progrès sur la version électronique de sa théorie avant de subir une

comme une prolongation du travail d'Einstein. Dans ce sens, la correspondance d'Ehrenfest soulignait l'intérêt qu'il y avait à distinguer sa théorie de celles de Lorentz et Einstein.

L'argument trouvé par Minkowski en faveur de sa théorie, était-il convaincant ? Il semble que l'argument lui-même n'est pas très clair. Peter Galison en avança une reconstruction dans laquelle Minkowski "conjectures [that a] relativistically correct solution can be obtained" dans une dimension spatiale, par une rotation de l'axe du temps qui laisse l'axe des *x'* en coïncidence avec l'axe des *x* (1979, p. 113). Pourtant, Minkowski n'a pas suggéré que l'opération était correcte (ou erronée). En revanche, il observa qu'il était possible d'interpréter une certaine transformation d'une autre façon que Minkowski le faisait lui-même. Proposée par Minkowski comme le regard de Lorentz et d'Einstein sur l'espace et le temps, une telle lecture était à la fois possible et incompatible avec les présentations einsteiniennes du principe de relativité.

Pour comprendre l'argument de Minkowski, il suffit de revenir à l'exposé de la cinématique newtonienne et la cinématique relativiste à travers les diagrammes d'espace-temps. Comme nous l'avons déjà remarqué, Minkowski observa que l'axe du temps dans le cas de la mécanique newtonienne peut prendre une direction arbitraire par rapport aux axes fixes des coordonnées spatiales x, y, z, dans la région $t > 0$. La précision de la "transformation spéciale" (*der genannten speziellen Transformation*) référait, en toute probabilité, à la transformation spéciale de Lorentz. C'est une transformation qui satisfait à la condition supplémentaire de Minkowski, selon laquelle le plan des coordonnées xt coïncide avec le plan des coordonnées $x't'$. D'ailleurs, le terme ne figure à nul autre endroit du texte. Signaler que les physiciens s'appuyaient sur la transformation spéciale de Lorentz était une allusion, peut-être, à son emploi de la forme générale de la transformation, dans laquelle n'étaient privilégiés aucun axe et aucune origine des coordonnées.[42] Puis il proposa que Lorentz et Einstein avaient pu regarder la transformation spéciale de Lorentz comme une rotation de l'axe des t' non accompagnée d'une rotation de l'axe des x'. Or, Minkowski proposa deux modèles de cinématique lors de sa conférence, ce qui veut dire qu'on aura deux cas à examiner dans l'évaluation de son interprétation de la cinématique de Lorentz et d'Einstein.

La première interprétation, et la plus plausible des deux dans ces circonstances, se réfère au diagramme de l'espace-temps 'galiléen' (voir Figure 1).[43] Prenons un système rectangulaire de coordonnées xt avec un troisième axe libellé t' qui forme l'angle avec l'axe du temps t. Un quatrième axe, x', coïncide avec l'axe de l'espace x, ce qui est conforme à la description de Minkowski. Selon la théorie des électrons de Lorentz, les lois de la nature étaient covariantes par rapport à la transformation 'galiléenne', $x' = x - vt$. Les coordonnées $x't'$ sont obliques, et le rapport entre t et t' est déterminé par la condition lorentzienne de simultanéité absolue : $t' = t$. En 1904, Lorentz combina la transformation galiléenne avec une seconde transformation dans laquelle figurait la formule du temps local.[44] La seconde transformation ne se prêtait pas à la représentation graphique, et elle n'avait pas de signification physique pour Lorentz, qui regardait les valeurs transformées comme des quantités auxiliaires. La première étape de cette transformation en deux étapes était donc la transformation par rapport à laquelle les lois de la mécanique classique gardaient leur forme, et par conséquent, elle se prête à la même représen-

attaque d'appendicite, qui mit fin à ses jours en janvier 1909, dix semaines après avoir écrit à Ehrenfest. La dérivation à partir de la théorie des électrons des équations fondamentales de l'électrodynamique de la matière en mouvement, parue sous le nom de Minkowski, fut rédigée en entier par Max Born (cf. Minkowski & Born 1910, p. 527).

[42] Voir Minkowski (1908) : §5 ; (1909), p. 78 ; (1915), p. 932.

[43] Le terme est anachronique, mais il entra rapidement dans le vocabulaire après son emploi par Philipp Frank en 1908.

[44] En effet, Lorentz (1904) a composé la transformation galiléenne et celle-ci (nous modifions la notation) : $x' = \beta x$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t/\beta - \beta v x/c^2$ où $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

tation graphique, dans laquelle une rotation de l'axe du temps n'entraîne pas de changement par rapport à l'axe de l'espace. La description minkowskienne de la transformation spéciale de Lorentz paraît naturelle lorsqu'on l'attache au diagramme de l'espace-temps 'galiléen', et on l'interprète d'après la théorie de Lorentz (1904). En revanche, elle paraît bizarre par rapport à la théorie d'Einstein (1905), parce qu'Einstein abandonna explicitement l'emploi de la transformation 'galiléenne' en faveur de la transformation spéciale de Lorentz.[45] La transformation écrite en deux étapes par Lorentz a été condensée en une étape chez Einstein et Poincaré.

Selon la théorie de Lorentz, la vitesse de propagation de la lumière *in vacuo*, était constante lorsqu'on la mesurait dans un système d'inertie. Cependant, Lorentz considérait que cette vitesse n'était pas une constante universelle, et en cela, sa théorie différait de celles d'Einstein et de Minkowski. Chez Lorentz, le fait de garder la cinématique newtonienne (avec la notion de simultanéité absolue) avait pour conséquence que la vitesse de la lumière dans un système d'inertie était une fonction de la vitesse du système par rapport à l'éther. Les observations de la vitesse de la lumière faites dans les différents systèmes d'inertie devaient toujours donner la même valeur, Lorentz expliqua, parce qu'il y avait une compensation parfaite des effets dilatoires du mouvement sur les instruments de mesure (Lorentz 1916, pp. 224-225).

La notion de la simultanéité concerne aussi notre seconde lecture du raisonnement minkowskien. Cette fois, on se réfère au diagramme de Minkowski (Figure 2, gauche), dans lequel figurent deux systèmes d'inertie S et S'. Les coordonnées spatio-temporelles sont représentées en S par des axes cartésiens, où les unités sont choisies de telle sorte que la vitesse de la lumière *in vacuo* soit égale à 1.[46] Par rapport à l'observateur au repos en S, l'origine du système S' se meut uniformément avec vitesse $v < 1$, dans un sens parallèle à l'axe des x, et l'axe temporel ct' du système S' forme un angle avec l'axe des ct. Einstein postula que la vitesse de la lumière *in vacuo* est une constante universelle, et il donna une définition de la longueur et de la durée qui était valable pour tout système d'inertie (on y reviendra). Quand au postulat de lumière on ajoutait le postulat du principe de relativité, observa Einstein, il s'ensuivait que l'équation d'une onde lumineuse sphérique était invariante. Autrement dit, par rapport aux deux systèmes S et S', les relations suivantes étaient valides pour un point x, y, z, t pris dans S (dénoté x', y', z', t' in S') sur la surface d'une onde lumineuse émise de l'origine des coordonnées :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2, \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2.$$

Einstein présenta cette équivalence en tant que preuve de la cohérence des deux postulats, sans commentaire sur l'éventuelle signification géométrique (Einstein 1905, p. 901 ; 1907, p. 419). D'ailleurs, Einstein maintenait une distinction sémantique entre la cinématique et la géométrie dans ces premiers écrits sur le principe de relativité.[47] Pour sa part, Minkowski préféra plier l'une dans l'autre ; il regarda comme un invariant *géométrique* l'expression $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$. Elle se réduit à la quantité plus simple $c^2t^2 - x^2$ dans notre cas, parce que y et z ne varient pas. Le diagramme espace-temps de Minkowski est un modèle de la géométrie que caractérise cette métrique.

La représentation minkowskienne de la cinématique d'Einstein nous dit que l'axe des x' (sur lequel est rapportée la distribution spatiale des événements pour lesquels $ct' = 0$) coïn-

[45] Plus tard, Einstein a décrit comme "hypothèse arbitraire" la supposition selon laquelle $t = t'$ (1910, p. 26).

[46] Einstein a défini les unités de longueur et de temps d'une manière indépendante des coordonnées choisies.

[47] Sur la réticence qu'avait Einstein à confondre la cinématique et la géométrie, voir, par exemple, son introduction des termes "forme géométrique" et "forme cinématique" pour distinguer entre les formes prises par des corps rigides dans les systèmes d'inertie au repos et en mouvement relatif (Einstein 1907, p. 417 ; 1910, p. 28 ; Miller 1981, p. 203 ; Paty 1993, p. 170). Le rôle fondamental de l'invariance de la quantité $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ne lui échappait pas ; en 1907, par exemple, Einstein en a déduit la transformation de Lorentz (Einstein 1907, p. 419).

cide avec l'axe des x. On rappelle que les unités de longueur et de temps ont été définies par Einstein pour les systèmes d'inertie de telle sorte que la quantité $c^2t^2 - x^2$ est invariante pour un couple quelconque de points-événements, l'emplacement de l'axe des x' par rapport à l'axe des x dépend uniquement de la vitesse relative de S', qui se manifeste dans l'angle que fait l'axe des ct' par rapport à l'axe des ct (et réciproquement). Par conséquent, la condition selon laquelle l'axe des x' coïncide avec l'axe des x ne peut être satisfaite, à moins que : (1) on renonce à l'un ou l'autre des postulats d'Einstein ; (2) on abandonne la définition einsteinienne du temps (et de la simultanéité) ; ou (3) on introduit une transformation supplémentaire pour retrouver ensuite la transformation spéciale de Lorentz. Qu'un savant contemporain de Minkowski adopte (1) ou (2) comme une interprétation de la cinématique d'Einstein n'est plausible que s'il ne connaît pas les publications d'Einstein. En ce qui concerne (3), aucune des propriétés de la transformation de Lorentz ne se reflète géométriquement dans ce cas, et par conséquent l'opération n'a pas de sens. D'ailleurs, une attribution (implicite) à Einstein de l'utilisation du diagramme de l'espace-temps (Figure 2) par Minkowski est peu probable. Cette reconstruction du raisonnement de Minkowski est donc moins plausible que celle qui part du diagramme de la cinématique classique.

D'après ces reconstructions du raisonnement minkowskien, il semble bien que Minkowski décrivait la cinématique d'Einstein d'une façon très curieuse. La première reconstruction s'accorde bien à la cinématique de Lorentz, mais moins bien à celle d'Einstein. La seconde reconstruction n'est plausible ni pour Lorentz, ni pour d'Einstein. Pourtant, Minkowski imputa *une* interprétation (*eine Deutung*) à Lorentz et Einstein.[48] La différence sur le plan cinématique entre la théorie des électrons de Lorentz et la théorie de la relativité d'Einstein n'échappait ni à Philipp Frank, ni à Guido Castelnuovo ; tous les deux ont corrigé le raisonnement de Minkowski, comme nous le verrons en détail pour Castelnuovo.[49] D'autres savants ont adopté l'argument de Minkowski, y compris Vito Volterra (1912, p. 23) et Lothar Heffter (1912, p. 4). Il paraît donc qu'il n'y avait pas de consensus sur la recevabilité du raisonnement de Minkowski dans la période d'avant-guerre.

La confrontation des articles d'Einstein (1905 et 1907), avec l'interprétation de sa cinématique (selon notre reconstruction) met en cause la compétence de Minkowski dans ce domaine. Ici, l'argument de Minkowski semble donner raison à ceux qui croient qu'il n'a pas compris la théorie d'Einstein.[50]

1.2.5 Minkowski a-t-il compris les concepts de temps et de simultanéité d'Einstein ?

Il convient de faire une comparaison détaillée des théories d'Einstein et de Minkowski si on veut évaluer la compréhension qu'avait Minkowski de la théorie d'Einstein. Au lieu d'une telle démarche, nous proposons de rendre compte de l'emploi qu'ils ont fait des seuls concepts de temps et de simultanéité, jusqu'à 1908. Nous avons vu que ces concepts ont un rapport avec l'argument donné par Minkowski en faveur de sa théorie.

Déjà en 1898, Poincaré examina la relativité de la simultanéité et la synchronisation optique des horloges ; il récidiva à plusieurs reprises (Poincaré 1898 ; 1904, p. 311). La théorie de Lorentz n'admettait pas la relativité de la simultanéité, comme nous l'avons remarqué en amont,

[48] Comme l'ont signalé les éditeurs des *Collected Papers* (Einstein 1989, p. 372), Einstein a fourni une base pour cette confusion en 1906, en parlant de la "Theorie von Lorentz und Einstein".

[49] Frank (1910), p. 494 ; Castelnuovo (1911), p. 78. Pour d'autres exemples à une époque plus tardive, voir Silberstein (1914), p. 134 et Born (1920), p. 170.

[50] Miller (1981, p. 241) ; Goldberg (1984, p. 193) ; Pyenson (1985, p. 130).

et pour Lorentz, c'est ce qui distinguait les théories d'Einstein et de Minkowski de la sienne (Lorentz 1910, p. 1236).

Einstein commença son article de 1905, comme on le sait, avec deux postulats (l'invariance de la vitesse de propagation de la lumière *in vacuo*, et le principe de relativité des lois de la physique pour les systèmes d'inertie), et une définition de la simultanéité (1905, p. 892). Il a décrit une méthode de synchronisation des horloges, valable pour deux observateurs au repos dans différents endroits A et B, chacun avec une horloge identique. Einstein remarqua que l'heure d'un événement qui avait lieu au point A ne pouvait être comparée à l'heure d'un événement qui avait lieu au point B sans qu'on s'accorde sur la définition du temps, et il proposa la suivante : le temps de propagation de la lumière du point A au point B, et du point B au point A est le même dans un système d'inertie quelconque.

Einstein supposa qu'un signal lumineux émis au point A à l'heure t_A se réfléchissait au point B à l'heure t_B, avant d'être perçu au A à l'heure t'_A. Les horloges situées aux points A et B étaient alors synchrones par définition, si $t_B - t_A = t'_A - t_B$. Après avoir défini le temps et la synchronisation des horloges, Einstein postula l'invariance de la vitesse de propagation de la lumière dans le vide c (1905, p. 894), telle que

$$\frac{2\overline{AB}}{t'_A - t_A} = c.$$

Einstein présenta les concepts du temps et de la simultanéité de la même manière dans son rapport publié en 1908, sauf qu'il se référait à la propagation lumineuse en sens unique (1907, p. 416).

Nous avons vu qu'avant septembre 1908, Einstein a défini la synchronisation des horloges situées aux endroits différents de l'espace, à travers l'envoi des signaux lumineux en sens unique et en aller-retour. Minkowski, on le sait, connaissait les deux publications concernées. L'équivalence formelle de la théorie d'Einstein et de celle de Minkowski va de soi, du moment où Minkowski admettait que les lois de la nature étaient covariantes par rapport au groupe de Lorentz, et que le paramètre c de ce groupe était la vitesse de la lumière *in vacuo*. En revanche, ne va pas de soi la conscience qu'avait Minkowski de cette équivalence, c'est-à-dire, sa reconnaissance d'une dette intellectuelle à Einstein, ou du fait qu'il développa une théorie de la relativité partiellement ou complètement équivalente à celle d'Einstein. Regardons la preuve qui porte sur la compréhension du concept du temps relatif chez Minkowski.

Admettons d'abord que la façon d'appliquer un concept détermine sa signification. Dans ce cas, on peut conclure qu'Einstein et Minkowski comprenaient les concepts du temps et de la simultanéité de la même manière, parce qu'ils les employaient de la même façon. Dans la conférence de Cologne, Minkowski exposa la relativité de la simultanéité par rapport au diagramme de l'espace-temps (1909, p. 83), dont l'orthogonalité des axes implique, comme on sait, la convention einsteinienne de la simultanéité.

Auparavant, dans les *Grundgleichungen*, Minkowski présentait ce concept d'une façon plus détaillée, sans faire appel au diagramme de l'espace-temps. Il examina les conditions sous lesquelles la notion de simultanéité était bien définie dans un système d'inertie. Son raisonnement supposait naturellement que la durée de propagation d'un signal lumineux entre deux points de l'espace A et B était égale à la distance ordinaire AB divisée par la vitesse de la lumière. Minkowski employait donc la même méthode qu'Einstein. À la fin de son exposé du concept du temps, Minkowski observa qu'Einstein avait répondu au besoin d'un rapprochement physique avec l'essence (*das Wesen*) des transformations de Lorentz :

> Dem Bedürfnisse, sich das Wesen dieser Transformationen physikalisch näher

> zu bringen, kommt der in der Einleitung zitierte Aufsatz von A. Einstein entgegen. [Minkowski 1908, p. 487]

En dépit de cette maîtrise des concepts einsteiniens du temps et de la simultanéité, la compréhension par Minkowski de l'idée du temps relatif d'Einstein reste douteuse pour certains. En particulier, Arthur Miller suppose que l'une des phrases de la conférence de Cologne reflète une confusion chez Minkowski entre les théories de Lorentz et d'Einstein (1981, p. 241). Pour expliquer comment le temps relatif d'Einstein différait du temps local de Lorentz, Minkowski observa que chez Einstein "le temps d'un électron est aussi bon que celui de l'autre", c'est-à-dire, si on se réfère à la discussion qui précède cette phrase, le temps de l'électron au repos est aussi valide que le temps de l'électron en translation uniforme. Dans son mémoire de 1905, Einstein n'a pas pris en compte le temps *d'un électron*, mais le temps *de l'origine d'un système inertiel de coordonnées*, par rapport auquel la vitesse instantanée d'un électron mobile dans un champ électromagnétique est nulle (1905, pp. 917-918). Dès lors que des systèmes d'inertie étaient associés avec des électrons différents, les coordonnées temporelles établies dans ces systèmes étaient ordonnées par la transformation de Lorentz. Dans ce sens, l'interprétation électronique du temps chez Minkowski était compatible avec l'application d'Einstein à la dynamique de l'électron.

L'interprétation minkowskienne du temps relatif d'Einstein reflète le changement conceptuel en physique amorcé par sa propre introduction du temps propre (*Eigenzeit*). À la fin de 1907, Minkowski s'est rendu compte de son besoin d'un paramètre temporel qui soit indépendant des coordonnées.[51] Le résultat de cet aperçu était le temps propre (introduit dans l'appendice des *Grundgleichungen*, p. 515), ce que Minkowski décrivait comme une généralisation du temps local de Lorentz. D'un point de vue analytique, le temps propre semble proche de la description einsteinienne de la dilatation du temps.[52] Il est même possible que Minkowski ait confondu tout simplement le temps propre avec la dilatation du temps, parce que le "temps d'un électron" qu'il trouvait dans la théorie d'Einstein correspondait naturellement au *paramètre de la ligne d'univers d'un électron* dans sa théorie de l'espace-temps. Avec le concept du temps propre, Minkowski développa une mécanique covariante de l'espace-temps, qui fut le point de départ pour toutes les recherches fécondes dans ce domaine. C'est ainsi que la notion du temps propre s'est enracinée dans le système minkowskien des lignes d'univers dans l'espace-temps, qu'Einstein lui-même adoptera à partir de 1912.[53]

L'interprétation électronique du temps, nous l'avons vu, a des rapports avec les écrits d'Einstein et de Minkowski. En revanche, la phrase "*die Zeit des einen Elektrons ebenso gut wie die des anderen ist*" appartient, paraît-il, à Lorentz. Dans l'une des versions manuscrites de la conférence de Cologne, Minkowski se livre à une discussion du temps local de Lorentz, qu'il rayera de la version finale.[54] Il écrit la formule du temps local, puis il raconte une conversation qu'il avait eue avec Lorentz lors du congrès des mathématiciens à Rome, début avril 1908. La reconstruction de Minkowski met Lorentz en scène, en train de lui décrire le sens du concept du temps d'Einstein. La phrase en question n'était pas une paraphrase, mais une citation directe

[51] Sur la découverte du temps propre, voir chapitre II, §3.

[52] L'expression minkowskienne du temps propre ($\int d\tau = \int dt\sqrt{1-v^2/c^2}$) se compare avec l'expression einsteinienne de la dilatation du temps ($\tau = t\sqrt{1-v^2/c^2}$), même si les contextes dans lesquels elles paraissent sont dissemblables (Einstein 1905, p. 904 ; Miller 1981, p. 271-272). Nous modifions la notation.

[53] Les cahiers d'Einstein indiquent l'adoption d'une métrique riemannienne pour les besoins de sa théorie de la gravitation pendant l'été 1912 ; voir les transcriptions et notes dans Einstein (1995).

[54] Manuscrit sans date, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Archiv 60 :4, 11. Pour ceux qui assistaient au congrès, on avait organisé une excursion à Tivoli, aux jardins de la Villa d'Este ; un élève de Minkowski, Louis Kollros, donna un témoignage de la conversation de Lorentz et Minkowski (Kollros 1956, p. 276).

de la bouche de Lorentz. Pour des raisons inconnues, Minkowski a gommé l'anecdote de la version finale de "*Raum und Zeit*", mais il a gardé son interprétation électronique.

À considérer l'emploi presque identique du concept de la simultanéité chez Minkowski et chez Einstein, la reconnaissance par Minkowski que le temps relatif et la simultanéité relative étaient dues à Einstein, et sa propre extension du temps relatif au temps propre, il apparaît que Minkowski comprenait bien ces concepts et leur origine chez Einstein. Par conséquent, il semble bien que la représentation minkowskienne de la cinématique d'Einstein était au mieux peu charitable, et au pire, en contradiction avec sa propre compréhension de la théorie d'Einstein–en un mot, malhonnête. De toute façon, le sort de sa théorie de l'espace-temps dépendait de sa relation avec les théories précédentes ; il fallait donc montrer un avantage par rapport aux théories de Lorentz et d'Einstein. De la même manière, il lui fallait une démonstration directe de la supériorité de la mathématique pure par rapport aux méthodes intuitives des physiciens. Minkowski en a trouvé une dans son diagramme de l'espace-temps.

1.3 Quelques réponses à la conférence de Cologne

La diffusion de la conférence de Minkowski était importante. À peine quelques mois après la réunion de Cologne, elle a paru dans trois périodiques, et sous forme d'un livret. Avant la fin de 1909, elle a été traduite en italien et en français, pour cette dernière version par deux jeunes mathématiciens normaliens, aidés par Max Born (Minkowski 1909, p. 517, note 1). Dans son ensemble, la réponse à ces publications a été phénoménale, pourtant on en attend toujours une évaluation adéquate. À cette fin, nous regardons d'abord quelques données bibliométriques qui concernent les publications sur les théories restreintes de la relativité, avant de rendre compte d'une sélection de réponses au travail de Minkowski.

Les contributions de Minkowski se situent dans l'histoire des publications sur la théorie de la relativité restreinte, que nous prenons pour objet d'une étude lors du quatrième chapitre. L'évolution annuelle du nombre d'articles publiés dans le domaine de la théorie de la relativité restreinte est représentée dans Figure 3, pour tous les périodiques publiés dans les langues de l'Europe occidentale de 1905 à 1915. La figure montre en même temps la distribution des publications selon la discipline de l'auteur, pour les mathématiques, la physique théorique, et la physique non théorique. Les membres de ces trois professions furent à l'origine de neuf publications sur dix pendant la période étudiée.[55]

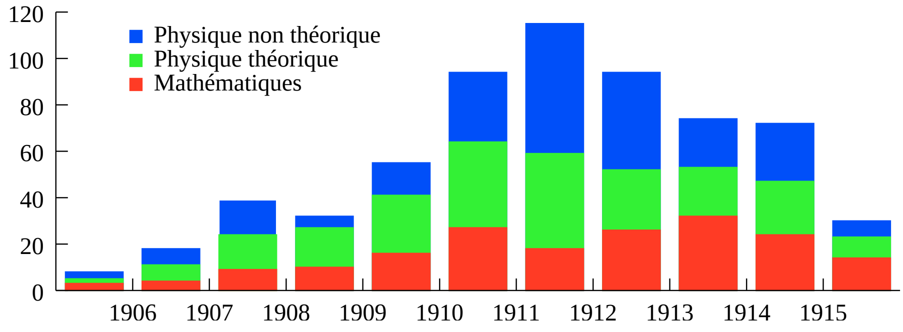

FIG. 1.3 – Articles sur la théorie de la relativité restreinte.

À partir de 1909, le nombre de publications annuelles augmente rapidement jusqu'à 1911, lorsque l'attention des physicien théoriciens se déplace à la théorie des quanta et aux théories de

[55]La figure prend en compte 610 publications sur 674 articles publiés de 1905 à 1915. Sur la méthode d'analyse, voir chapitre IV.

la gravitation. La somme annuelle des publications décroît alors également pour les physiciens non théoriciens, mais elle est stable pour les mathématiciens de 1912 jusqu'au début de la guerre de 1914-1918.

Nous pouvons faire une comparaison de l'importance de l'engagement disciplinaire par rapport à la théorie de la relativité restreinte à travers un classement des auteurs selon la matière professée à l'université. Nous prenons en compte le nombre d'enseignants dans le système universitaire allemand en 1911, pour le comparer avec le sous-ensemble qui publient sur la théorie de la relativité en 1911 (ces derniers constituent plus que la moitié des auteurs relativistes en 1911). Le résultat de la comparaison est présenté dans une Table (voir plus bas), où l'on voit d'abord que la pénétration de la théorie de la relativité était assez profonde parmi les physiciens théoriciens (colonne 4), où un enseignant sur quatre publie au moins un article sur le sujet. Les enseignants de mathématiques et de physique non théorique formaient un corps plus nombreux (voir colonne 2) ; la pénétration de la relativité était moins importante, comme on pouvait s'y attendre. Plus surprenant, peut-être, est le fait que le nombre d'auteurs est à peu près égal dans les trois disciplines (colonne 3), alors que les physiciens théoriciens publient trois fois plus que leurs collègues mathématiciens et physiciens non théoriciens.

Discipline	**Enseignants**	**Relativistes (pubs.)**	**Relativistes/Ens.**
Physique théorique	23	6 (21)	26%
Physique non théorique	100	6 (8)	6%
Mathématiques	86	5 (7)	6%

TAB. 1.1 – La pénétration disciplinaire de la relativité par rapport aux enseignants universitaires en Allemagne en 1911.

Le nombre de postes d'enseignement est établi à partir d'Auerbach et Rothe (1911).

1.3.1 La réception physique

Les premiers à répondre aux *Grundgleichungen*, Einstein et Laub laissaient de côté l'appareil quadridimensionnel, comme nous l'avons déjà dit, et trouvaient insatisfaisante sa formule de la densité de force pondéromotrice. D'autres appréciaient le formalisme minkowskien, y compris les rédacteurs en chef des *Annalen der Physik*, Max Planck et Willy Wien. Selon Planck et Wien, Minkowski venait de mettre la théorie d'Einstein dans une forme mathématique très élégante (Wien 1909, p. 37 ; Planck 1910*a*, p. 110). En privé, les deux physiciens reconnaissaient un contenu physique au delà de la jolie forme mathématique ; dans une lettre à Hilbert, par exemple, Wien exprima son espoir de voir “développées à fond” les idées de Minkowski.[56] Nous montrons lors du chapitre II que leur accueil ouvert du formalisme minkowskien s'accompagnait d'un rejet de sa redescription mathématique des fondements du principe de relativité. L'évaluation publique qu'ils ont faite de la contribution de Minkowski a convaincu l'opinion physique, de sorte qu'on doit considérer comme un échec l'effort de Minkowski à Cologne pour dégager sa théorie de celle d'Einstein, au moins pour la majeure partie des physiciens.

L'échec n'était que partiel, parce que certains physiciens ne partageaient pas l'évaluation publique de Planck et Wien. Arnold Sommerfeld, par exemple, un proche de Minkowski et théoricien de grand renom, était l'exception cruciale. Ancien élève de Hurwitz et Hilbert, ancien

[56]Planck à Wien, le 30 novembre 1909, Staatsbibliothek Preußischer Kulturbesitz, Wien Nachlass, 38 ; Wien à Hilbert, le 15 avril 1909, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Hilbert Nachlass 436.

protégé de Félix Klein, Sommerfeld enseigna les mathématiques à Göttingen avant d'assumer la chaire de mécanique à l'École polytechnique d'Aachen. Ses recherches sur la diffraction et sur la théorie des électrons ont gagné l'admiration de Lorentz, qui a soutenu sa candidature à la chaire de physique théorique à Munich. De cette chaire, occupée en 1906, Sommerfeld dirigera le nouvel institut de physique théorique à partir de 1910.[57]

Sommerfeld a été parmi les premiers à soutenir la relativité minkowskienne à cause de sa forme mathématique *et* son contenu physique. L'enthousiasme qu'il montrait pour la théorie de Minkowski contraste avec son scepticisme envers la théorie d'Einstein. Celle-ci inspirait sa méfiance ; en 1906, Sommerfeld exprimait sa préférence pour la théorie de Max Abraham, qui était un *Privatdozent* à Göttingen. La théorie d'Abraham, avec son modèle de l'électron en forme de sphère rigide, semblait plus adaptée à l'explication des phénomènes physiques par l'unique action électromagnétique que les théories relativistes de Lorentz et d'Einstein.[58] Mais à Munich la position de Sommerfeld commençait à se modifier. La rigueur de ses mémoires sur l'électron rigide avait été critiquée par son ancien directeur de thèse, le mathématicien Ferdinand Lindemann, qui était alors son collègue à Munich. Vexé par ces attaques, Sommerfeld suggéra finalement à Lindemann que les problèmes rencontrés par rapport au temps dans la théorie des électrons ne trouvaient pas leur source dans son élaboration mathématique, mais dans ses fondements physiques (Sommerfeld 1907*a*, p. 281). Sommerfeld rédigea une réponse à la critique faite par Wien contre la théorie d'Einstein (Sommerfeld 1907*b*), et pendant l'été 1908 il correspondait avec Minkowski à propos de la formule einsteinienne de la force pondéromotrice, et de la description minkowskienne du mouvement accéléré de l'électron.[59]

La réaction immédiate de Sommerfeld à la conférence de Minkowski nous est inconnue, mais on sait qu'il fût parmi les trois membres de l'assistance qui prirent la parole à son issue, et le seul physicien à le faire.[60] Peu de temps après la réunion, il écrivait à Lorentz pour le féliciter du succès de sa théorie, désormais confirmée par les résultats des expériences de déflexion des rayonnements de Becquerel, annoncés par Alfred H. Bucherer à Cologne. Ces résultats favorisaient l'hypothèse d'un électron déformable, comme prévue par les théories de Lorentz et d'Einstein, au dépens de l'électron rigide en forme de sphère que proposait la théorie d'Abraham.[61] Un peu plus d'un an plus tard, Sommerfeld annonça à Lorentz, "À présent, moi aussi, je me suis adapté à la théorie relative ; surtout la forme systématique et le point de vue de Minkowski m'en ont facilité la compréhension."[62] Les résultats expérimentaux de Bucherer et le regard théorique de Minkowski ont contribué à l'adaptation de Sommerfeld à la théorie de la relativité, mais l'argument de poids était la théorie de Minkowski.

Les premières publications de Sommerfeld sur la théorie minkowskienne ont souligné l'interprétation de la transformation de Lorentz en tant que rotation dans l'espace-temps ; c'était également un aspect qui figurait dans ses cours à Munich pendant le semestre d'hiver 1909-1910.[63] Sommerfeld montra d'ailleurs l'utilité d'une approche géométrique dans sa déduction

---

[57] Voir Eckert et Pricha 1984 ; Jungnickel et McCormmach (1986, 2, 274).

[58] Voir la transcription de la discussion après Planck (1906), p. 761.

[59] Minkowski à Sommerfeld, le 21 juillet 1908, Archives for History of Quantum Physics, reel 32. Minkowski invita Sommerfeld à participer à un débat sur la théorie des électrons, qui devait avoir lieu le 8 août 1908 dans le cadre des séances de la Société mathématique de Göttingen.

[60] Sommerfeld, Eduard Study et Friedrich Engel ont eu la parole, voir *Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte* **80**(1909), Vol. 2, p. 9.

[61] Sommerfeld à Lorentz, le 16 novembre 1908. Lorentz Papers, Rijksarchief in Noord-Holland te Haarlem ; Archives for History of Quantum Physics, LTZ-4.

[62] Ich bin jetzt auch zur Relativtheorie bekehrt ; besonders die systematische Form und Auffassung Minkowski's hat mir das Verständnis erleichtert. Sommerfeld à Lorentz, le 9 janvier, page 4, Lorentz Papers 74, Rijksarchief in Noord-Holland te Haarlem.

[63] Sommerfeld (1909a) ; (1909b) ; Notes manuscrites intitulées "Elektronentheorie," Deutsches Museum ; Ar-

de la loi de composition des vitesses non parallèles à partir de la trigonométrie sphérique avec des côtés imaginaires, ce qui a ouvert la voie à la reformulation de la théorie de la relativité en termes de trigonométrie hyperbolique. Il observa, notamment, que dans l'interprétation minkowskienne, la formule d'addition des vitesses d'Einstein perdait son caractère étrange. L'unique but de cette dérivation trigonométrique, a-t-il dit, était de montrer que le point de vue de l'espace-temps pouvait être en même temps un "guide utile" pour les questions particulières, et un cadre de développement de la "théorie relative" (1909*a*, pp. 827, 829).

Naturellement, Sommerfeld considérait le point de vue de Minkowski plus géométrique que celui d'Einstein ; il trouvait aussi que les deux théories différaient sur des questions substantielles de physique. L'exemple majeur de cette différence concernait l'expression de la masse transversale et longitudinale de l'électron, qui dépendait de la formulation de la densité de force pondéromotrice. L'expression covariante de la force pondéromotrice que proposait la théorie de Minkowski, décida Sommerfeld, était "plus proche du principe de relativité" que la formule d'Einstein et Laub (1909*b*, p. 815). Proposée uniquement dans le cadre d'un système au repos, celle-ci n'était pas covariante.[64]

Dans un article écrit pour les *Annalen der Physik* (1910), Sommerfeld présenta Einstein comme un précurseur de Minkowski. Ce travail–que Sommerfeld a offert en hommage à son ami disparu–critiquait les "théories anciennes" qui employaient le concept d'espace absolu, ce qui semble répondre à la revendication de paternité faite par Minkowski d'une conception nouvelle de l'espace. La théorie d'Einstein, selon Sommerfeld, a été l'étape intermédiaire entre celles de Lorentz et Minkowski ; d'ailleurs, cette dernière rendait les théories de Lorentz et Einstein obsolètes :

> Die umständlichen Rechnungen, durch die Lorentz (1895 und 1904) und Einstein (1905) ihre vom Koordinatensystem unabhängige Gültigkeit erweisen und die Bedeutung der transformierten Feldvektoren feststellen mußten, werden also im System der Minkowskischen "Welt" gegenstandslos. [Sommerfeld 1910a, p. 224]

Autrement dit, les calculs difficiles qui caractérisaient selon lui les théories de Lorentz et Einstein appartenaient désormais au passé ; là où Minkowski appelait les mathématiciens à l'étude de sa théorie en vertu de son essence mathématique, Sommerfeld encourageait les lecteurs des *Annalen der Physik* à adopter cette théorie sur la base de sa simplicité technique. Son article livrait la théorie de Minkowski dans une forme plus familière aux physiciens, parce qu'il remplaçait le calcul matriciel de Cayley par une notation vectorielle étendue à quatre dimensions. D'autres reformulations de ce genre ont été publiées par Max Abraham (1910) et par Gilbert Newton Lewis (1910a, 1910b).

Si nous faisons abstraction de la reformulation vectorielle, la présentation par Sommerfeld des idées de Minkowski collait bien à la version d'origine. Il citait, par exemple, une remarque de Minkowski selon laquelle les résultats des recherches sur la théorie des électrons par Liénard, Wiechert and Schwarzschild "révèlent pour la première fois leur nature interne en quatre dimensions, en pleine simplicité".[65] La réputation de Sommerfeld en physique théorique, nous l'avons déjà observé, a été bâtie sur ses travaux dans le domaine de la théorie des électrons (rigides), qui élaboraient l'image électromagnétique du monde. Désormais, l'électron rigide

chives for History of Quantum Physics, reel 22.

[64]Selon une lettre d'Einstein à Laub, il aurait réussi à persuader Sommerfeld de la validité de leur formule (le 27 août 1910 ; Einstein 1993, Doc. 224). Sur la force pondéromotrice voir la note éditoriale dans Einstein (1989), p. 503.

[65][..] enthüllen erst in vier Dimensionen ihr inneres Wesen voller Einfachheit. Sommerfeld 1909b, p. 813, il s'agit d'une citation approximative de Minkowski 1909, p. 88. Sur ce thème voir aussi Sommerfeld 1910, pp. 249-250.

était répudié empiriquement (par les expériences de Bucherer), mais Minkowski poursuivait le programme électromagnétique sur la voie des "électrons d'Einstein", comme nous l'avons vu.[66] Par ailleurs, il semble bien que le soutien sans bornes apporté par Sommerfeld à la théorie de Minkowski représente une *adaptation* du cadre de l'image électromagnétique du monde au principe de relativité, plutôt qu'une *conversion* à la théorie de la relativité d'Einstein (au sens de Thomas Kuhn 1967, p. 141).[67]

Un exemple de cette adaptation se voit dans la redescription d'un élément important de l'image électromagnétique du monde, à savoir l'éther. Pour tous ceux qui restaient attachés au concept d'éther (ou à celui de l'espace absolu, dans la terminologie de Sommerfeld), il proposait qu'à sa place ils mettent désormais la notion de l'univers absolu de Minkowski, où le "substrat absolu" de l'électrodynamique devait se trouver (1910, p. 189). C'est ainsi que Minkowski et Sommerfeld ont rempli le vide conceptuel laissé par l'élimination brutale de l'éther par Einstein.

La formation mathématique de Sommerfeld, et ses contacts avec la faculté de Göttingen, le distinguaient des autres physiciens théoriciens ; ils lui permettaient de passer au travers des murs qui séparaient les communautés mathématiques et physiques. Sommerfeld était un interlocuteur privilégié des mathématiciens de Göttingen. Il partageait leur appréciation de la transformation de Lorentz en tant que rotation en quatre dimensions, et sa dérivation de la règle d'addition des vitesses par la trigonométrie sphérique stimula des douzaines de publications dans une spécialité mathématique émergente : les interprétations non euclidiennes de la théorie de la relativité (voir chapitre II). Quand David Hilbert eut besoin d'un assistant en physique, il se tourna vers Sommerfeld pour lui trouver quelqu'un de convenable.[68] Hilbert trouvait que les recherches à Göttingen (y compris les siennes) pouvaient profiter du regard de Sommerfeld sur la physique théorique, et c'est ainsi qu'après Poincaré (1909), Lorentz (1910), et Michelson (1911), Sommerfeld y fit une série de conférences en 1912 sur les "questions récentes en physique mathématique", à l'invitation du *Wolfskehl-Stiftung*.[69]

En ce qui concerne les physiciens, comme nous l'avons vu, Sommerfeld leur facilitait la compréhension de la théorie de l'espace-temps à travers sa reformulation vectorielle. À l'occasion de la réunion de l'Association allemande à Karlsruhe en 1911, la Société Allemande de physique le chargea de faire un rapport sur la théorie de la relativité. Six ans après la publication de l'article d'Einstein (1905), observa Sommerfeld, la théorie faisait déjà partie des "acquis sûrs de la physique" (1911, p. 1057). Si cette évaluation sonnait juste, c'était le fait de l'engagement profond de Sommerfeld avec la théorie de Minkowski, qui se manifestait dans des publications, des conférences, et des cours, et à travers sa correspondance scientifique.

1.3.2 Les mathématiciens et la relativité minkowskienne

En même temps, on trouvait quelques relativistes pour lesquels la théorie de la relativité faisait partie des mathématiques. Il n'est pas surprenant, peut-être, que les physiciens trouvaient peu convaincante l'interprétation minkowskienne de l'essence mathématique du principe de relativité, alors que plusieurs mathématiciens entendaient son message. La plupart du temps,

[66] Poincaré démontra que la stabilité de l'électron de Lorentz impliquait l'existence d'un potentiel de compensation, d'origine non électromagnétique. Il s'agit de la "pression de Poincaré" ; voir Cuvaj (1968) et Miller (1973), p. 300.

[67] La fascination exercée sur Sommerfeld par l'image électromagnétique du monde a duré jusqu'aux années 1920, comme le montre la 3^e édition de *Atombau und Spektrallinien* (1922), chap. 1, §2.

[68] Selon Reid (1970), p. 129, Sommerfeld envoya son élève p. p. Ewald chez Hilbert en 1912.

[69] *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, geschäftliche Mitteilungen* (1910), pp. 13, 117 ; (1913), p. 18 ; Born (1978), p. 147.

ceux-ci pouvaient saisir facilement la structure unifiée de la théorie de l'espace-temps, parce qu'elle employait les concepts bien connus d'eux de la géométrie hyperbolique et de la théorie des groupes. Selon les souvenirs de Hermann Weyl, la théorie de la relativité semblait révolutionnaire aux physiciens, mais ses idées caractéristiques s'accordaient bien avec celles qui faisaient déjà partie des mathématiques (1949, p. 541). Selon Harry Bateman, le principe de relativité unifiait les branches disparates des mathématiques telles que la géométrie, les équations différentielles, l'analyse vectorielle, les groupes continus de transformations, et les invariants différentiels et intégraux (1911, p. 500). Des mathématiciens de tous niveaux, dont certains ne s'étaient pas intéressés auparavant à la physique, se sont mis à l'étude de la théorie de la relativité. Selon notre étude, entre 1909 et 1915, soixante-sept enseignants universitaires de mathématiques ont écrit 146 articles sur la théorie de la relativité restreinte, ce qui représente un article sur quatre publié dans ce domaine. Ils ont également publié trente-quatre livres qui concernaient la relativité dans cette période (voir chapitre IV). Certains mathématiciens faisaient une place pour la théorie de la relativité dans leurs cours et séminaires, où ils exposaient la théorie devant une population estudiantine en plein essor démographique, très intéressée par la théorie "radicale" de l'espace-temps. Selon les répertoires de la *Physikalische Zeitschrift,* celui qui enseignait le cours de relativité était un mathématicien huit fois sur trente-neuf. L'étendue de cet engagement mathématique avec la théorie de la relativité assurait l'intégration institutionnelle et la propagation intellectuelle nécessaire à la survie de tout programme de recherche.

Les motivations de cet engagement étaient sans doute multiples, mais en ce qui concerne les mathématiciens 'relativistes', il semble que les avantages pratiques offerts par le formalisme de Minkowski aient été décisifs. Les découvertes en cinématique et en mécanique des mathématiciens minkowskiens étaient parfois mal assimilées par les physiciens. Un exemple frappant de cet échec de communication est la découverte de la précession de Thomas par Émile Borel en 1913 (Stachel 1995, p. 278).

Bien plus signifiant pour l'histoire de la relativité que les découvertes isolées des mathématiciens minkowskiens était l'introduction d'un ensemble de techniques et d'idées dans la pratique de la relativité. Nous nous rappelons le point de vue de Stachel (1989, p. 55) sur le rôle du problème du disque tournant dans l'histoire de la relativité générale, et la conjecture de Pais (1982, p. 216) selon laquelle l'utilisation de la géométrie riemannienne par Born pour définir le mouvement d'un corps 'rigide' en 1909 montra la voie à Einstein, lorsqu'il adopta (en 1912) une métrique riemannienne dans sa théorie de la gravitation et de la relativité générale. Il s'agit en fait des cas particuliers d'un phénomène plus étendu ; l'infusion des géométries non euclidiennes et non statiques dans la théorie de la relativité entre 1909 et 1913 a été un produit dérivé, en quelque sorte, des discussions du mouvement non uniforme par les minkowskiens Max Born, Gustav Herglotz, Theodor Kaluza, Émile Borel et d'autres (voir chap. II).

L'appel aux mathématiciens ne venait pas uniquement de Minkowski. Très tôt, Félix Klein reconnut le potentiel de la démarche minkowskienne ; déjà en 1907-1908 il introduisit dans son cours de mathématiques élémentaires l'application du calcul matriciel de Cayley aux équations de l'électrodynamique (1908, p. 165). En accord parfait avec le thème de cinématique géométrique retenu par le conseil de la Société Allemande des mathématiciens (à laquelle il appartenait) pour sa réunion de 1909, Klein exposa ses propres idées sur le sujet devant les mathématiciens de Göttingen en avril 1909.[70] Il observa que la théorie nouvelle fondée sur le groupe de Lorentz (ce qu'il préférait appeler "*Invariantentheorie*") aurait pu sortir de la mathématique pure (Klein 1910, p. 19). En fait, il pensait que ses propres idées sur la géométrie et les groupes avancées en 1872 sous le nom du programme d'Erlangen anticipaient cette théo-

[70]Sur les thèmes choisis par la Société allemande des mathématiciens, et le rôle de Klein dans l'encouragement des mathématiques appliquées, voir Tobies (1989), p. 229.

rie.[71] Cette connexion ne trouve pas d'écho chez Minkowski, mais elle a sans doute ancré sa théorie plus solidement dans les mathématiques du dix-neuvième siècle, dont Klein s'est fait l'historien (Klein 1927, p. 28).

L'enthousiasme des mathématiciens de Göttingen envers la relativité minkowskienne contraste avec la réception des physiciens. Pourtant, il faut reconnaître que la disparition de Minkowski à peine quelques mois après la réunion de Cologne a pu influencer les premières évaluations de son travail. L'appréciation de David Hilbert, par exemple, a paru dans un article nécrologique, et accordait à Minkowski ce qu'il s'était tant attaché à démontrer : la supériorité de sa théorie sur celles de Lorentz et d'Einstein. Quelques années plus tard, lorsque Hilbert sollicita de l'argent pour pouvoir inviter des physiciens théoriciens à Göttingen, il soutint que la contribution d'Einstein a été plus fondamentale que celle de Minkowski.[72]

La forme axiomatique de la théorie des *Grundgleichungen* était conforme à l'aspiration pour la mathématisation de la physique, annoncée par Hilbert déjà en 1900 (voir Rowe 1995 ; Corry 1996). Selon Hilbert, le résultat positif le plus important de Minkowski n'était pas la découverte du postulat de l'univers, mais son application à la déduction des équations fondamentales de l'électrodynamique pour la matière mobile (1909, p. xxv). Hilbert n'a pas contribué à la théorie de la relativité restreinte, en revanche, il emprunta le formalisme minkowskien (comme le fit aussi Einstein) dans son travail sur la théorie de la relativité générale (Hilbert 1916).

Dans un sens, la théorie de Minkowski a été le fruit du travail de Hilbert. C'est lui qui fit créer une chaire à Göttingen pour Minkowski, et c'est encore lui qui anima avec Minkowski des séminaires de recherche où s'approfondissaient encore les connaissances considérables de son ami en géométrie et en mécanique, et le dirigeait vers le développement d'une physique axiomatique. Le succès de la théorie de Minkowski était donc en même temps celui de Hilbert, et comme David Rowe observa (1995, p. 24), il représentait un "triomphe majeur" de la communauté mathématique de Göttingen. En 1909, à l'occasion du 60*e* anniversaire de Klein, et en présence de Henri Poincaré, Hilbert a réfléchi sur l'avenir des mathématiques :

> Lust ist er heute, Mathematiker zu sein, wo allerwegen die Math. emporspriesst und die emporgesprossene erblickt, wo in ihrer Anwendung auf Naturwissenschaft wie andererseits in der Richtung nach der Philosophie hin die Math. immer mehr zur Geltung kommt und ihre ehemalige zentrale Stellung zurückzuerobern ein Begriff steht.[73]

La relativité minkowskienne a été sans doute l'exemple même pour Hilbert de la reconquête de la physique par les mathématiciens.

Jusqu'ici nous avons rencontré les réponses au travail de Minkowski chez ses collègues de Göttingen, qui y avaient, évidemment, un accès privilégié. Dans ce sens, la plupart des mathématiciens se trouvaient dans une position plus proche de celle de notre troisième (et dernière) illustration de réponses mathématiques à la conférence de Cologne, celle de Guido Castelnuovo. Pourtant, l'intérêt de son cas se trouve dans l'interprétation de la cinématique einsteinienne ; il ne résume pas à lui seul l'opinion mathématique sur Minkowski en dehors de Göttingen.

[71] Sur le programme d'Erlangen voir Gray (1989), p. 229.

[72] Hilbert à H. A. Krüss, document dactylographié s.d., Niedersächsische Staats- und Universitätsbiblio-thek, Nachlass Hilbert 494. Selon Hilbert, Einstein tira la "conséquence logique complète" de son théorème d'addition, alors que Minkowski donna "l'expression mathématique définitive" à l'idée d'Einstein. Sur ce document voir Pyenson (1985), p. 192.

[73] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Nachlass Hilbert 575. Ce document a été traduit en anglais par Rowe (1986, p. 76).

Castelnuovo était l'un des phares de la géométrie algébrique, professeur de mathématiques à l'Université de Rome et président de la Société Italienne de mathématique en 1911. Dans la revue *Scientia*, il rendait compte des conceptions de Minkowski, en suivant de près la progression thématique de la conférence de Cologne. Mais quand il exposa la différence entre les cinématiques newtonienne et relativiste, il attribua celle-ci à Einstein plutôt qu'à Minkowski. En plus, là où Minkowski disait qu'Einstein n'avait pas modifié la notion de l'espace, Castelnuovo écrivait ceci :

> Affermare che la velocità della luce vale sempre 1, qualunque sia l'osservatore, equivale ad asserire che il cambiamento nell'asse del tempo porta pure un cambiamento nell'asse dello spazio. [1911, p. 78]

Castelnuovo rejeta donc la possibilité d'une interprétation comme celle avancée par Minkowski par rapport à la cinématique d'Einstein, selon laquelle une rotation de l'axe temporel n'entraînait pas une rotation de l'axe spatial. Autrement dit, selon Castelnuovo, dans la théorie d'Einstein l'axe temporel et l'axe spatial devaient tourner ensemble.

Après avoir corrigé de cette façon le raisonnement de Minkowski, Castelnuovo aurait pu constater l'équivalence des théories d'Einstein et de Minkowski, mais il ne l'a pas fait. Il s'est contenté plutôt de reprendre l'une des prétentions métathéoriques de Minkowski. Castelnuovo rappelait que la cinématique d'Einstein se caractérisait par le fait qu'une rotation de l'axe temporel s'accompagnait toujours d'une rotation des axes de l'espace. Mais la différence entre les deux cinématiques était difficile à mettre en évidence :

En fait, seul [un observateur qui se déplace avec la vitesse de la lumière] pourrait s'apercevoir de ce changement. Pourtant, si nos sens étaient suffisamment délicats, certaines différences dans les détails de la présentation des phénomènes ne nous échapperaient pas.[74]

Malgré son rejet du fondement de la revendication de priorité de Minkowski, Castelnuovo reconnaissait à la fois l'utilité de la démarche de Minkowski, et la modification par Einstein du concept de l'espace. La reconnaissance de la rotation des axes de l'espace avec une rotation de l'axe du temps nécessitait soit (1) l'adoption du point de vue de Minkowski, soit (2) les résultats de la physique expérimentale. Évidemment, il s'agissait d'une paraphrase de Minkowski, qui admettait que le principe de relativité s'était établi sur les résultats de la physique expérimentale, comme nous l'avons vu, mais qui suggérait que les mathématiques auraient pu l'établir indépendamment de l'expérience de Michelson. Chez Castelnuovo, il semble que le rejet de la revendication théorique de Minkowski sur le concept de l'espace allait de pair avec l'accord sur l'essence mathématique du principe de relativité.

1.4 Remarques

La conférence "*Raum und Zeit*" était une tentative audacieuse et sophistiquée de changer la façon de comprendre le principe de relativité. Désormais, le principe de relativité se laissait concevoir géométriquement, au moyen de l'intersection de lignes d'univers dans l'espace-temps de Minkowski. En tant qu'invitation aux mathématiciens de participer à la recherche relativiste, la conférence de Cologne semble avoir été très efficace, au vu du nombre croissant

[74] Il cambiamento a dir vero sarebbe solo percepito dal demone di Minkowski. Ma di qualche differenza nelle particolarità dei fenomeni dovremmo accorgerci noi pure, quando i nostri sensi fossero abbastanza delicati. Castelnuovo (1911), p. 78. L'artifice du démon–qui rappelle celui de Maxwell–a été attribué à Minkowski par Castelnuovo. Selon lui, Minkowski "immagina uno spirito superiore al nostro, il quale concepisca il tempo come une quarta dimensione dello spazio, e possa seguire l'eroe di un noto romanzo di Wells nel suo viaggio meraviglioso attraverso ai secoli" (p. 76).

de mathématiciens relativistes après 1909. À vingt et un individus, leur nombre a même dépassé, en 1913, le nombre de physiciens théoriciens (15), ou de physiciens non théoriciens (15) qui publiaient des articles sur la relativité.[75] Mais cette conférence attira aussi l'attention des physiciens sur le principe de relativité. Les théoriciens de Göttingen Max Abraham, Walter Ritz et Max Born ont été les premiers à adopter son formalisme, et avec l'appui de Sommerfeld, la théorie de l'espace-temps a séduit Max von Laue et même Paul Ehrenfest, qui avaient tous les deux un lien avec Göttingen.

Un mathématicien du rang de Minkowski ne pouvait rien gagner en mettant les points sur les *i* d'une théorie découverte par un jeune homme inconnu au monde scientifique, et dépourvu d'ailleurs de tout raffinement mathématique. Avec la publication de sa théorie de l'espace-temps, Minkowski mettait en jeu sa réputation scientifique, ainsi que l'autorité de son université, dont l'identification avec l'image électromagnétique du monde était déjà bien établie. En tant que professeur de mathématiques à la faculté de Göttingen, Minkowski engageait la réputation des mathématiques allemandes, sinon celle de la discipline mathématique en général. Du point de vue aussi bien de l'individu que de la discipline, il était essentiel pour Minkowski de montrer comment son travail se distinguait de ceux de Lorentz et d'Einstein. Mais en même temps, pour surmonter son déficit d'autorité en physique, Minkowski devait établir la continuité de ses conceptions avec celles des théoriciens physiciens. La tension de ces circonstances amenait Minkowski à assimiler la cinématique d'Einstein avec celle de la théorie des électrons de Lorentz, ce qui était contraire à sa propre compréhension de leur différence. À la fin, Minkowski n'a pas réussi à détacher sa théorie de celle d'Einstein, même si certains mathématiciens acceptaient sa version des choses, parce que la plupart des physiciens regardaient la théorie de l'espace-temps comme un développement purement formel de la théorie d'Einstein.

Einstein, aussi, semble avoir partagé cette opinion. On sait bien qu'après avoir unifié la géométrie et la physique sur une base électrodynamique, la théorie de l'espace-temps s'est montrée fort utile à la géométrisation du champ de gravitation. Lors d'une de ses premières présentations de la théorie de la relativité générale, Einstein a écrit (1916, p. 769), avec une discrétion considérable, que la forme donnée à la théorie de la relativité restreinte par Minkowski avait rendu "bien plus facile" sa découverte de la théorie de la relativité générale.

Le caractère fort disciplinaire de cet épisode dans l'histoire de la relativité est sans doute lié aux bouleversements des institutions de la physique et des mathématiques pendant les trois décennies précédant la découverte de la théorie de la relativité. Le vingtième siècle devait voir, selon l'avis de Hilbert, la reconquête du terrain occupé par les spécialistes de la physique théorique à la fin du dix-neuvième siècle. Avec l'influence croissante de la nouvelle sous-discipline, le mérite des candidats aux chaires de mathématiques était soumis au jugement des physiciens théoriciens, et les chaires de mathématiques et de physique mathématique ont été converties en chaires de physique théorique. Après dix ans de vacance, la chaire de Minkowski à Zurich, par exemple, a été offerte à Einstein.[76] Il semble qu'un mouvement critique a eu lieu, alors qu'un sentiment nouveau se faisait jour sur le rôle des mathématiques dans la construction des théories physiques, renforcé en 1915, avec la découverte des équations du champ de la théorie de la relativité générale par Einstein. Ce mouvement a été suivi de près par des mathématiciens comme Levi-Cività, Weyl, Cartan, Schouten, et Eisenhart, entre autres, qui ont renoué avec la tradition de chercher dans les théories physiques l'inspiration de leur travail.

Remerciements : Ce chapitre est la traduction par l'auteur d'un article en anglais dans *Einstein*

[75] Ces chiffres prennent en compte les articles et les livres uniquement, à l'exclusion des compte-rendus de livres et des résumés d'articles ; les détails de l'étude figurent dans le quatrième chapitre.

[76] Robert Gnehm à Einstein, le 8 décembre 1911, selon la transcription dans Einstein (1993), Doc. 317.

Studies 7, 1999 (Boston et Basel : Birkhäuser). Il a bénéficié des commentaires d'Olivier Darrigol, Peter Galison, Christian Houzel, Arthur I. Miller, Michel Paty, Jim Ritter and John Stachel, ainsi que des participants aux séminaires de l'Université de Paris 7 et de l'University College London, et du quatrième congrès sur l'histoire de la relativité générale, tenu à Berlin en août 1995 ; je remercie également les responsables de ces forums.

1.5 Appendice : Le diagramme de Minkowski

Le rapport entre le diagramme de Minkowski et la transformation de Lorentz est exposé souvent dans les livres sur la théorie de la relativité restreinte. Nous reprenons la méthode de Max von Laue (1911, p. 47) pour retrouver la transformation à partir du diagramme.

Sur un diagramme de Minkowski en deux dimensions nous représentons deux systèmes cartésiens avec une origine commune, ce qui revient à limiter les transformations possibles aux transformations linéaires et homogènes. Pour faciliter les calculs, mettons $\lambda = ct$. Les seules transformations qui satisfassent à ces conditions ont la forme :

$$x = v\ell' + \rho x', \qquad \ell = \lambda\ell' + \mu x'.$$

Les unités de longueur et de temps sont choisies telles que $c = 1$, ce qui fait que les courbes invariantes $\lambda^2 - x^2 = \lambda'^2 - x'^2 = \pm 1$ prennent la forme montrée dans Figure 4.

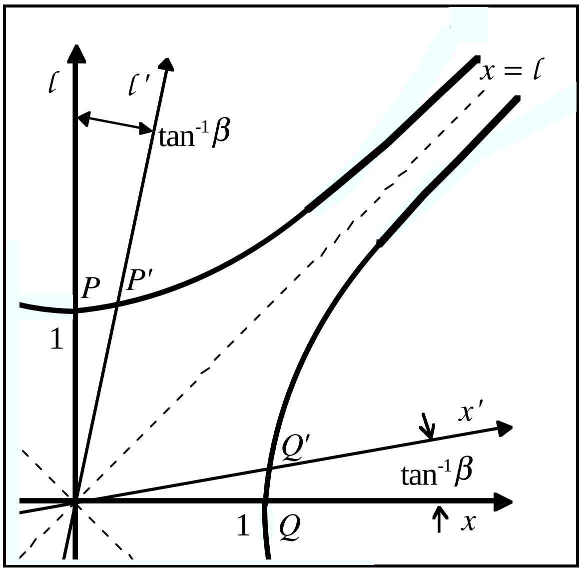

FIG. 1.4 – Diagramme des systèmes S et S'.

Ensuite, nous marquons deux points dans le système des coordonnées $S(x, \lambda)$, $P = (0, 1)$ et $Q = (1, 0)$, situés à l'intersection de l'axe des λ et de l'axe des x avec ces hyperboles. Le second système S' se déplace uniformément à la vitesse $v = c\beta$ par rapport à S, de telle sorte que l'origine de S' paraît se déplacer selon l'expression $x = \beta\lambda$. Nous prenons cette ligne pour l'axe des λ'. À partir de l'équation des hyperboles invariantes, on constate que l'axe des x' et l'axe des λ' sont symétriques l'un à l'autre, et font le même angle $\tan^{-1}\beta$ par rapport à l'axe des x et l'axe des λ, dans l'ordre. Les deux points dans S sont dénotés $P' = (0, 1)$ et $Q' = (1, 0)$ et nous les libellons de cette façon, aux intersections des hyperboles avec les axes correspondants. L'axe des λ', $x = \beta\lambda$, coupe l'hyperbole $\lambda^2 - x^2 = 1$ au point P'. À partir de ces données, nous cherchons les coefficients v et λ.

$$v = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \lambda = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Nous appliquons le même raisonnement à l'axe des x', $x = \beta/\ell$, et nous cherchons les coefficients ρ et μ. Les expressions pour x et λ sont évaluées à l'intersection de l'axe des x' et l'hyperbole $\lambda^2 - x^2 = -1$ au point Q', ce qui nous donne le résultat

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \mu = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Pour obtenir la transformation recherchée, nous mettons ces coefficients dans les expressions originales pour x et λ,

$$x = \frac{x' + \beta\ell'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \ell = \frac{\ell' + \beta x'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

La vieille forme de la transformation de Lorentz se retrouve après les substitutions $\lambda = ct$ et $\beta = v/c$:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

La transformation pour x' et t' se trouve de la même façon : on commence avec S' au lieu de S, et on fait appel à la symétrie entre systèmes d'inertie.

1.6 Références

ABRAHAM, Max. (1910). "Sull'elettrodinamica di Minkowski." *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **30** : 33–46.

AUERBACH, Felix & ROTHE, Rudolf, eds. (1911). "Verzeichnis der Hochschullehrer." *Taschenbuch für Mathematiker und Physiker* **2** : 535–544.

BATEMAN, Harry et al. (1911). "Mathematics and Physics at the British Association, 1911." *Nature* **87** : 498–502.

BORN, Max. (1906). *Untersuchungen über die Stabilität der elastischen Linie in Ebene und Raum, unter verschiedenen Grenzbedingungen*. Göttingen : Dieterichsche Univ.-Buchdruckerei.

——— (1920). *Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen, gemeinverständlich dargestellt*. Berlin : Springer.

——— (1959). "Erinnerungen an Hermann Minkowski zur 50. Wiederkehr seines Todestages." *Die Naturwissenschaften* **46** : 501–505. Reprinted in Born 1963 : vol. 2, 678–680.

——— (1962). *Einstein's Theory of Relativity*. New York : Dover.

——— (1963). *Ausgewählte Abhandlungen*. Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht.

——— (1968). *My Life and My Views*. New York : Scribner's.

——— (1978). *My Life : Recollections of a Nobel Laureate*. New York : Scribner's.

BUCHERER, Alfred Heinrich. (1908). "Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie." *Physikalische Zeitschrift* **9** : 755–762.

CASTELNUOVO, Guido. (1911). "Il principio di relatività e fenomeni ottica." *Scientia (Rivista di Scienza)* **9** : 64–86.

CORRY, Leo. (1997). "Hermann Minkowski and the Postulate of Relativity." *Archive for History of Exact Sciences* **51** : 273–314.

CUVAJ, Camillo. (1968). "Henri Poincaré's Mathematical Contributions to Relativity and the Poincaré Stresses." *American Journal of Physics* **36** : 1102–1113.

DARRIGOL, Olivier. (1993). "The Electrodynamic Revolution in Germany as Documented by Early German Expositions of 'Maxwell's Theory'." *Archive for History of Exact Sciences* **45** : 189–280.

——— (1995). "Henri Poincaré's Criticism of Fin de Siècle Electrodynamics." *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* **26** : 1–44.

ECKERT, Michael & PRICHA, Willibald. (1984). "Boltzmann, Sommerfeld und die Berufungen auf die Lehrstühl für theoretische Physik in Wien und München 1890–1917." *Mitteilungen der Österreichischen Gesellschaft für Geschichte der Naturwissenschaften* **4** : 101–119.

EINSTEIN, Albert. (1905). "Zur Elektrodynamik bewegter Körper." *Annalen der Physik* **17** : 891–921 [= EINSTEIN *CP2* : doc. 23].

——— (1907). "Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen," *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4** : 411–462 [= Einstein *CP2* : doc. 47].

——— (1910). "Le Principe de Relativité et ses conséquences dans la physique moderne." *Archives des Sciences physiques et naturelles* **29** : 5–28 [= EINSTEIN *CP3* : doc. 2].

——— (1916). "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie." *Annalen der Physik* **49** : 769–822 [= EINSTEIN *CP6* : doc. 30].

——— (*CP2*). *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 2 : *The Swiss Years : Writings, 1900–1909*. J. Stachel, D. C. Cassidy, J. Renn, & R. Schulmann, eds. Princeton : Princeton University Press (1989).

——— (*CP4*). *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 4 : *The Swiss Years : Writings, 1912–1914*. M. J. Klein, A. J. Kox, J. Renn & R. Schulmann, eds. Princeton : Princeton University Press (1995).

——— (*CP5*). *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 5 : *The Swiss Years : Correspondence, 1902–1914*. M. J. Klein, A. J. Kox, & R. Schulmann, eds. Princeton : Princeton University Press (1993).

——— (*CP6*). *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 6. *The Berlin Years : Writings, 1914–1917*. A. J. Kox, M. J. Klein, & R. Schulmann, eds. Princeton : Princeton University Press (1996).

EINSTEIN, Albert & LAUB, Jakob. (1908a). "Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper." *Annalen der Physik* **26** : 532–540 [= EINSTEIN *CP2* : doc. 51].

——— (1908b). "Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte." *Annalen der Physik* **26** : 541–550 [= EINSTEIN *CP2* : doc. 52].

VON FERBER, Christian. (1956). *Die Entwicklung des Lehrkörpers in der deutschen Hochschulen 1864–1954*. Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht.

FÖLSING, Albrecht. (1993). *Albert Einstein : Eine Biographie*. Frankfurt am Main : Suhrkamp.

FORMAN, Paul. (1967). "The Environment and Practice of Atomic Physics in Weimar Germany : a Study in the History of Science." Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley.

FRANK, Philipp. (1908). "Das Relativitätsprinzip der Mechanik und die Gleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern." *Annalen der Physik* **27** : 897–902.

——— (1910). "Das Relativitätsprinzip und die Darstellung der physikalischen Erscheinungen im vierdimensionalen Raum." *Zeitschrift für physikalische Chimie* **74** : 466–495.

GALISON, Peter. (1979). "Minkowski's Spacetime : From Visual Thinking to the Absolute World." *Historical Studies in the Physical Sciences* **10** : 85–121.

GOFFMAN, Erving. (1959). *The Presentation of Self in Everyday Life*. New York : Penguin.

GOLDBERG, Stanley. (1984). *Understanding Relativity*. Boston & Basel : Birkhäuser.

GRAY, Jeremy J. (1989). *Ideas of Space*. 2d ed. Oxford : Oxford University Press.

HEFFTER, Lothar. (1912). "Zur Einführung der vierdimensionalen Welt Minkowskis." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **21** : 1–8.

HILBERT, David. (1900). "Mathematische Probleme." *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-Physikalische Klasse* : 253–297.

——— (1909a). "Hermann Minkowski : Gedächtnisrede." *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* : 72–101 [Reprinted : *Mathematische Annalen* **68** (1910) : 445–471 ; MINKOWSKI GA : I, v–xxxi].

——— (1909b). "An Klein zu seinem 60sten Geburts-Tage, 25 April 1909." In Hilbert *Nachlaß* 575, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek.

——— (1916). "Die Grundlagen der Physik (Erste Mitteilung)." *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-Physikalische Klasse* : 395–407.

HIROSIGE, Tetu. (1968). "Theory of Relativity and the Ether." *Japanese Studies in the History of Science* **7** : 37–53.

——— (1976). "The Ether Problem, the Mechanistic Worldview, and the Origins of the Theory of Relativity." *Historical Studies in the Physical Sciences* **7** : 3–82.

HON, Giora. (1995). "The Case of Kaufmann's Experiment and its Varied Reception." In *Scientific Practice : Theories and Stories of Doing Physics*. Jed Z. Buchwald, ed. 170–223. Chicago : University of Chicago Press.

ILLY, József. (1981). "Revolutions in a Revolution." *Studies in History and Philosophy of Science* **12** : 173–210.

JUNGNICKEL, Christa & MCCORMMACH, Russell. (1986). *Intellectual Mastery of Nature : Theoretical Physics from Ohm to Einstein*. Chicago : University of Chicago Press.

KLEIN, Felix. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus*. Vol. 1 : *Arithmetik, Algebra, Analysis. Vorlesungen gehalten im Wintersemester 1907–08*. Leipzig and Berlin : Teubner.

——— (1910). "Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **19** : 281–300. [Reprinted : *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) : 17–27].

——— (1926–27). *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, 2 vols. Berlin : Springer.

KOLLROS, Louis. (1956). "Albert Einstein en Suisse : Souvenirs." *Helvetica Physica Acta. Supplementum* **4** : 271–281.

KUHN, Thomas S. et al. (1967). *Sources for History of Quantum Physics : An Inventory and Report*. Philadelphia : American Philosophical Society.

VON LAUE, Max. (1911). *Das Relativitätsprinzip (Die Wissenschaft* **38**). Braunschweig : Vieweg.

LEWIS, Gilbert Newton. (1910a). "On Four-Dimensional Vector Analysis and its Application in Electrical Theory." *Proceedings of the American Academy of Arts and Science* **46** : 165–181.

——— (1910b). "Über vierdimensionale Vektoranalysis und deren Anwendung auf die Elektrizitätstheorie." *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **7** : 329–347.

LORENTZ, Hendrik Antoon. (1904). "Electromagnetic Phenomena in a System Moving with any Velocity Less than that of Light." *Proceedings of the Section of Sciences. Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* **6** : 809–831.

——— (1910). "Alte und neue Fragen der Physik." *Physikalische Zeitschrift* **11** : 1234–1257.

——— (1916). *The Theory of Electrons and its Application to the Phenomena of Light and Radiant Heat*. 2d ed. Leipzig & Berlin : Teubner.

McCormmach, Russell. (1976). "Editor's Forward." *Historical Studies in the Physical Sciences* **7** : xi–xxxv.

Miller, Arthur I. (1973). "A Study of Henri Poincaré's 'Sur la dynamique de l'électron'." *Archive for History of Exact Sciences* **10** : 207–328.

——— (1980). "On Some Other Approaches to Electrodynamics in 1905." In *Some Strangeness in the Proportion : A Centennial Symposium to Celebrate the Achievements of Albert Einstein*. Harry Woolf, ed. 66–91. Reading : Addison-Wesley.

——— (1981). *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation (1905–1911)*. Reading : Addison-Wesley.

Minkowski, Hermann. (1906). "Kapillarität." In *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*. Vol. 5 : *Physik*. A. Sommerfeld, ed. 558–613. Leipzig & Berlin : Teubner. [= Minkowski *GA* : II, 298–351].

——— (1907a). *Diophantische Approximationen. Eine Einführung in die Zahlentheorie*. Leipzig & Berlin : Teubner.

——— (1907b). "Das Relativitätsprinzip." Typescript. Math. Archiv 60 : 3. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek.

——— (1908a). "Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern." *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-Physikalische Klasse. Nachrichten* : 53–111. [= Minkowski *GA* : II, 352–404].

——— (1908b). [Hermann Minkowski to Arnold Sommerfeld]. 21 July 1908. Sommerfeld *Nachlaß*. Deutsches Museum, Munich.

——— (1909). "Raum und Zeit." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **18** : 75–88 = *Physikalische Zeitschrift* **10** : 104–111. [= Minkowski *GA* : II, 431–446].

——— (*GA*). *Gesammelte Abhandlungen*. 2 vols. D. Hilbert, ed. Leipzig & Berlin : Teubner (1911).

Minkowski, Hermann & Born, Max. (1910). "Eine Ableitung der Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Aus dem Nachlaß von Hermann Minkowski bearbeitet von Max Born in Göttingen." *Mathematische Annalen* **68** : 526–550. [= Minkowski *GA* : II, 405–430].

Mittag-Leffler, Gustav. (1909). [Gustav Mittag-Leffler to Henri Poincaré]. 7 July 1909. Mittag-Leffler Institute, Djursholm.

Moszkowski, Alexander. (1920). *Einstein : Einblicke in seine Gedankenwelt. Gemeinverständliche Betrachtungen über die Relativitätstheorie und ein neues Weltsystem*. Berlin & Hamburg : Fontane.

Olesko, Kathryn M. (1991). *Physics as a Calling : Discipline and Practice in the Königsberg Seminar for Physics*. Ithaca : Cornell University Press.

Pais, Abraham. (1982). *"Subtle is the Lord É"—The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford : Oxford University Press.

Paty, Michel. (1993). *Einstein philosophe*. Paris : Presses Universitaires de France.

Pauli, Wolfgang. (1958). *The Theory of Relativity*. Oxford : Pergamon.

Planck, Max. (1906). "Die Kaufmannschen Messungen der Ablenkbarkeit der β-Strahlen in ihrer Bedeutung für die Dynamik der Elektronen." *Physikalische Zeitschrift* **7** : 753–761. [= Planck *PAV* : II, 121–135].

——— (1909). [Max Planck to Wilhelm Wien]. 30 November 1909. Wien *Nachlaß* 38, Staatsbibliothek Preußischer Kulturbesitz.

——— (1910a). *Acht Vorlesungen über theoretische Physik*. Leipzig : Hirzel.

——— (1910b). “Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturanschauung.” *Physikalische Zeitschrift* **11** : 922–932. [= PLANCK *PAV* : III, 30–46].

——— (*PAV*). *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*. 3 vols. Verband Deutscher Physikalischer Gesellschaften and Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, eds. Braunschweig : Vieweg (1958).

POINCARÉ, Henri. (1898). “La Mesure du temps.” *Revue de Métaphysique et de Morale* **6** : 1–13.

——— (1904). “L’État actuel et l’avenir de la physique mathématique.” *Bulletin des Sciences Mathématiques* **28** : 302–324.

——— (1906). “Sur la dynamique de l’électron.” *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **21** : 129–176. [Reprinted : *Œuvres de Henri Poincaré*. Vol. 9 : 494—550. G. Petiau, ed. Paris : Gauthier-Villars (1954)].

——— (1906/7). Personal course notes by Henri Vergne. Published as “Les Limites de la loi de Newton.” *Bulletin Astronomique* **17** (1953) : 121–269.

——— (1910a). “La Mécanique nouvelle.” In *Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik*. 51–58. Leipzig & Berlin : Teubner.

——— (1910b). “Die neue Mechanik.” *Himmel und Erde* **23** : 97–116.

——— (1912). “L’Espace et le Temps.” *Scientia (Rivista di Scienza)* **12** : 159–170.

PYENSON, Lewis. (1985). *The Young Einstein : The Advent of Relativity*. Bristol : Adam Hilger.

——— (1987). “The Relativity Revolution in Germany.” In *The Comparative Reception of Relativity*. Thomas F. Glick, ed. 59–111. Dordrecht : Reidel.

REID, Constance. (1970). *Hilbert*. Berlin : Springer.

ROWE, David E. (1986). “David Hilbert on Poincaré, Klein, and the World of Mathematics.” *Mathematical Intelligencer* **8** : 75–77.

——— (1995). “The Hilbert Problems and the Mathematics of a New Century.” *Preprint–Reihe des Fachbereichs Mathematik* **1**, Johannes Gutenberg-Universität, Mainz.

RÜDENBERG, Lily & ZASSENHAUS, Hans, eds. (1973). *Hermann Minkowski. Briefe an David Hilbert*. Berlin : Springer.

SEELIG, Carl. (1956). *Albert Einstein : A Documentary Biography*. M. Savill, trans. London : Staples.

SILBERSTEIN, Ludwik. (1914). *The Theory of Relativity*. London : Macmillan.

SOMMERFELD, Arnold. (1907a). “Zur Diskussion über die Elektronentheorie.” *Sitzungsberichte der Königlichen Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Physikalische Klasse* **37** : 281.

——— (1907b). “Ein Einwand gegen die Relativtheorie der Elektrodynamik und seine Beseitigung.” *Physikalische Zeitschrift* **8** : 841. [= SOMMERFELD *GS* : II, 183–184].

——— (1908). [Arnold Sommerfeld to H. A. Lorentz]. 16 November 1908. Lorentz Papers. Rijksarchief in Noord-Holland te Haarlem.

——— (1909a). “Über die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten in der Relativtheorie,” *Physikalische Zeitschrift* **10** : 826–829. [= SOMMERFELD *GS* : II, 185–188].

——— (1909b). [Review of MINKOWSKI 1908 and 1909]. *Beiblätter zu den Annalen der Physik* **33** : 809–817.

——— (1910a). “Zur Relativitätstheorie I : Vierdimensionale Vektoralgebra.” *Annalen der Physik* **32** : 749–776. [= SOMMERFELD *GS* : II, 189–216].

——— (1910b). “Zur Relativitätstheorie II : Vierdimensionale Vektoranalysis.” *Annalen der Physik* **33** : 649–689. [= SOMMERFELD *GS* : II, 217–257].

——— (1910c). [Arnold Sommerfeld to H. A. Lorentz]. 9 January 19[10]. Lorentz Papers 74 : 4. Rijksarchief in Noord-Holland te Haarlem.

——— (1911). “Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik.” *Physikalische Zeitschrift* **12** : 1057–1069. [= SOMMERFELD *GS* : III, 1–19].

——— (1913). “Anmerkungen zu Minkowski, Raum und Zeit.” In *Das Relativitätsprinzip : Eine Sammlung von Abhandlungen*. Otto Blumenthal, ed. 69–73. Leipzig : Teubner.

——— (1922). *Atombau und Spektrallinien*. 3rd ed. Braunschweig : Vieweg.

——— (1949). “To Albert Einstein’s Seventieth Birthday.” In *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*. Paul A. Schilpp, ed. 99–105. Evanston [IL] : The Library of Living Philosophers.

——— (*GS*). *Gesammelte Schriften*. 4 vols. Fritz Sauter, ed. Braunschweig : Vieweg (1968).

STACHEL, John (1989). “The Rigidly Rotating Disk as the ‘Missing Link’ in the History of General Relativity.” In *Einstein and the History of General Relativity* (Einstein Studies, vol. 1). Don Howard and John Stachel, eds. 48–62. Boston : Birkhäuser.

——— (1995). “History of Relativity.” In *Twentieth Century Physics*. Vol. 1 : 249–356. Laurie M. Brown et al., eds. New York : American Institute of Physics Press.

STICHWEH, Rudolf. (1984). *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen*. Frankfurt am Main : Suhrkamp.

TOBIES, Renate. (1989). “On the Contribution of Mathematical Societies to Promoting Applications of Mathematics in Germany.” In *The History of Modern Mathematics*. Vol. 2 : 223–248. David Rowe and John McCleary, eds. Boston : Academic Press.

VOIGT, Woldemar. (1887). “Ueber das Doppler’sche Princip.” *Königliche Gesellschaft der Wissenshaften und der Georg-August-Universität zu Göttingen. Nachrichten* : 41–51. [Reprinted with additions : Voigt 1915].

——— (1915). “Über das Doppler’sche Prinzips.” *Physikalische Zeitschrift* **16** : 381–386.

VOLKMANN, Paul. (1910). *Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften und ihre Beziehungen zum Geistesleben der Gegenwart. Wissenschaft und Hypothese* **9**. Leipzig & Berlin : Teubner.

VOLTERRA, Vito. (1912). *Lectures Delivered at the Celebration of the 20th Anniversary of the Foundation of Clark University*. Worcester : Clark University.

WALTER, Scott. (1996). “Hermann Minkowski et la mathématisation de la théorie de la relativité restreinte, 1905–1915.” Ph.D. dissertation, University of Paris 7.

——— (1999). “The Non-Euclidean Style of Minkowskian Relativity.” In *The Symbolic Universe*. Jeremy J. Gray, ed. 91–127. Oxford : Oxford University Press.

WEYL, Hermann. (1949). “Relativity Theory as a Stimulus in Mathematical Research.” *Proceedings of the American Philosophical Society* **93** : 535–541.

WIECHERT, Emil. (1915). “Die Mechanik im Rahmen der allgemeinen Physik.” In *Die Kultur der Gegenwart*. Teil 3, Abt. 3, Bd. 1 : *Physik*. Emil Warburg, ed. 1–78. Leipzig & Berlin : Teubner.

WIEN, Wilhelm. (1906). “Über die partiellen Differentialgleichungen der Physik.” *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15** : 42–51.

——— (1909a). “Über die Wandlung des Raum- und Zeitbegriffs in der Physik.” *Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg* : 29–39.

——— (1909b). Wilhelm Wien to David Hilbert. 15 April 1909. Hilbert *Nachlaß* 436, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek.

Chapitre 2

La géométrie non euclidienne et les recherches relativistes en dehors de la gravitation, 1907–1913

Die Ideen, welche aus der nichteuklidischen Geometrie sich entwickelt haben, haben sich in der modernen theoretischen Physik als eminent fruchtbar erwiesen.[1]

2.1 Introduction

Au début du vingtième siècle, Einstein trouva la solution au problème de la gravitation à travers la théorie de la relativité générale et sa métrique riemannienne de l'espace-temps. Avec l'aide du mathématicien Marcel Grossmann, Einstein reprit en 1912-1913 quelques concepts qu'il avait déjà proposés en 1907, en essayant de rapporter la courbure de l'espace-temps à la distribution de la matière et de l'énergie dans l'univers. La forme dans laquelle Einstein présenta sa théorie en 1913, à savoir le calcul tensoriel absolu de Gregorio Ricci-Curbastro et Tullio Levi-Cività, était peu connue des physiciens, et son emploi en physique représente une grande innovation.[2] Par rapport aux théories de la gravitation proposées auparavant par Einstein et d'autres dans un espace-temps 'plat', la théorie de 1913 apparaît comme une étape importante dans l'histoire de l'établissement des équations du champ de gravitation, achevé par Hilbert et Einstein en novembre 1915. Or, l'emploi d'une géométrie non euclidienne pour comprendre la gravitation eut lieu à la suite d'une série d'applications à la physique dans l'espace-temps de Minkowski. Certaines sont connues, mais du fait qu'elles n'ont jamais été étudiées ensemble, la carte des connaissances dans ce domaine reste à établir. Dans ce chapitre, nous examinerons les rapports entretenus par les chercheurs entre la géométrie non euclidienne et la théorie de la relativité, à partir de son apparition en 1907 jusqu'à la publication de la théorie d'Einstein et Grossmann en 1913.

Nous commencerons avec un survol du statut des applications de la géométrie non euclidienne à la physique au début du siècle, et une étude bibliométrique de la période. Notre analyse démarrera avec l'investigation du rôle de la géométrie non euclidienne dans la découverte de la structure de l'espace-temps de Minkowski. Ensuite, nous regarderons le cas de la réception de la théorie de Minkowski en tant qu'application de la géométrie non euclidienne, et celui de l'application des fonctions hyperboliques dans cette théorie. Nous suivrons les premières

[1] Einstein 1925, 20.

[2] Jungnickel & McCormmach 1986, vol. 2, 347.

manifestations de la géométrie non euclidienne dans les recherches consacrées à la description de mouvements rigides dans l'espace-temps, avant de prendre en considération six études de systèmes de référence en rotation uniforme.

2.2 Les applications préminkowskiennes de la géométrie non euclidienne à la physique

Les applications de la géométrie non euclidienne à la physique étaient rares au début du vingtième siècle. Selon la bibliographie de la géométrie non euclidienne et de la géométrie de l'hyperespace établie par Duncan Sommerville en 1911, la mécanique non euclidienne était d'un intérêt plutôt ésotérique.[3] Le nombre très faible de publications ayant pour sujet l'application physique de la géométrie non euclidienne nous suggère la position marginale de ce domaine dans le schéma de la recherche contemporaine. Pourtant, les chiffres ne nous révèlent rien en ce qui concerne les sentiments des savants à propos du sens physique de la géométrie non euclidienne et de l'hyperespace. À cet égard, les considérations philosophiques trouvaient souvent leur compte. Selon la doctrine conventionnaliste de Henri Poincaré, il était impossible de connaître la géométrie de l'espace d'une façon sûre. "La géométrie euclidienne," disait Poincaré, "est et restera la plus commode" (1968, 76).

Tout en désavouant la prédiction de Poincaré, le philosophe néokantien Ernst Cassirer considérait que l'opinion de Poincaré avait été "décisive" à l'égard des mathématiciens, selon lui de plus en plus nombreux à s'y rallier (1910, 142, 147). Ensuite, plusieurs commentateurs ont caractérisé la tendance mathématique de la même manière que lui, c'est-à-dire, ils tenaient pour acquis que tous les mathématiciens étaient conventionnalistes dans les décennies précédant la confirmation de la théorie de la relativité générale.[4]

En dehors des mathématiques, la doctrine de Poincaré comptait beaucoup d'adeptes, et il y avait, sans doute, quelques mathématiciens conventionnalistes au début du vingtième siècle. Mais autant que nous puissions le savoir, dans la période d'avant-guerre aucun mathématicien universitaire n'adopta le point de vue de Poincaré sur la géométrie de l'espace. Parmi ceux qui exprimaient leur désaccord avec la doctrine de Poincaré, on peut mentionner Jacques Hadamard et Émile Picard à Paris, Federigo Enriques, Gino Fano et Francesco Severi en Italie, Heinrich Liebmann, Eduard Study, Aurel Voss et David Hilbert en Allemagne.[5] Selon ces géomètres, la géométrie de l'espace était surtout une question d'expérience.

L'investigation des fondements de la géométrie s'accompagnait de spéculations à propos des phénomènes paranormaux. Les écrits populaires de l'époque, notamment ceux de l'écrivain H. G. Wells, vulgarisaient la notion du temps en tant qu'une quatrième dimension. D'autres ont vu dans la quatrième dimension un domaine astral accessible aux médiums. Sommerville observa avec regret que les spiritistes faisaient souvent appel à l'hyperespace et à la géométrie non euclidienne (1911, vi). Plusieurs savants renommés passaient pour des adeptes du spiritisme, tels Friedrich Zöllner, William Crookes, Oliver Lodge et Marie Curie, ce qui devait rendre davantage crédibles les dires des spiritistes. En même temps, la signification attribuée aux notions géométriques par les théosophes et les théologiens était le résultat d'"erreurs d'appréciation"

[3]Pendant la période qui va de 1890 à 1905, la bibliographie de Sommerville fait état de quarante-neuf titres dans le domaine de la cinématique et la dynamique de l'espace non euclidien. Par comparaison, cette source signale plus de deux mille titres dans tous les sujets de la géométrie non euclidienne et hyperspatiale pendant la même période.

[4]Jammer 1960, 163 ; Kline 1972, 922 ; Feuer 1974, 64.

[5]Voir chapitre III.

selon Gino Loria (1907, 16). Ernst Mach alla plus loin que Loria dans la condamnation de ces interprétations, qu'il caractérisait en bloc comme une "monstruosité" (1933, 468).

Les applications de la géométrie non euclidienne en mécanique étaient peu nombreuses, mais ce domaine avait de quoi attirer l'intérêt de quelques théoriciens renommés, tels Eugenio Beltrami et Heinrich Hertz, qui mettaient en ?uvre des méthodes récentes de la géométrie différentielle. Leurs travaux attiraient l'attention de leurs pairs, surtout dans le cas de la mécanique de Hertz. Dans l'absence de résultats concrets convaincants, les applications de la géométrie non euclidienne à la mécanique ont été regardées comme des spéculations sans grande valeur en physique. La mécanique de Hertz, par exemple, avec son application du calcul des variations dans l'espace de configuration à n dimensions, a été la cible des critiques de Boltzmann et de Poincaré, à cause de sa stérilité en physique.[6] L'intérêt des théoriciens dans ces travaux subsistait pour d'autres raisons ; on appréciait le raffinement des idées mathématiques dans les travaux de Hertz, Beltrami et Lipschitz.[7]

Parmi les mathématiciens, l'application de la géométrie non euclidienne en physique a été favorisée par l'émergence de ce domaine en tant que sous-discipline mathématique à partir des années 1890. L'évolution institutionnelle de la géométrie non euclidienne se laisse regarder dans l'introduction des cours autonomes sur ce sujet. De tels cours s'enseignaient à Göttingen, à Cambridge, et à Johns Hopkins dans les années 1890, et entre 1902 et 1904, selon les répertoires du *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung*, on enseignait la géométrie non euclidienne dans cinq facultés allemandes : Leipzig, Greifswald, Münster, Marburg et Königsberg (aujourd'hui la ville russe de Korolev).

Une conséquence en était la publication et la diffusion des manuels universitaires, qui exposaient l'histoire et les techniques mathématiques concernées. Ces manuels présentaient la géométrie non euclidienne en tant qu'une doctrine intellectuelle unifiée, et abordable par trois techniques principales : l'axiomatique, et la géométrie synthétique et la géométrie analytique. L'importance accordée à une démarche particulière put varier par endroits, selon les préférences de l'enseignant. Felix Klein, par exemple, enseignait surtout les méthodes projectives (1892), et laissait peu de place aux autres méthodes. Pourtant, Klein prônait l'unité fondamentale de la géométrie non euclidienne ; davantage qu'une simple collection de techniques abstraites, il s'agissait d'une "discipline concrète" (*reale Disziplin*, 1890, 381-2). Plus équilibrés dans ce sens, les livres plus tardifs de Heinrich Liebmann (1905) et de Roberto Bonola (1906) abordaient leur sujet par la géométrie différentielle, la trigonométrie hyperbolique, la géométrie de Cayley-Klein, et par l'axiomatisation de la géométrie. Dans le cas de Bonola, ces techniques prenaient chacune leur place à l'intérieur d'une démarche *storico-critico*. Mais pour Klein, Bonola, Liebmann et d'autres, la géométrie projective, la géométrie différentielle et la méthode axiomatique étaient unifiées par leur objet.

Au début du vingtième siècle, la géométrie non euclidienne se faisait donc sa place dans les universités allemandes, et plusieurs livres universitaires confortaient l'image des applications de la géométrie non euclidienne comme l'horizon des recherches actuelles.[8] En ce qui concerne l'application à la physique, la minceur des résultats concrets ne pouvait pas justifier la haute technicité des méthodes mises en jeu. Néanmoins, des mathématiciens et des physiciens théoriciens suivaient ces recherches en géométrie non euclidienne, dont la valeur intrinsèque était reconnue.

[6]Sur la réception de la mécanique de Hertz, voir R. S. Cohen 1956 et Lützen 1995*b*, 76.

[7]Voir Ziegler 1985 ; Tazzioli 1993 ; Lützen 1995*a*, 1995*b*.

[8]Voir Barbarin 1902, §8 ; Liebmann 1905, §55 ; Wellstein 1905, §14 ; Bonola 1912, App. I.

2.3 La pénétration de la géométrie non euclidienne en relativité

À la fin de l'année 1907, Minkowski avança une interprétation géométrique de la transformation de Lorentz et de l'espace des vitesses relativiste qui forma la base d'une série d'applications de la géométrie non euclidienne. Nous verrons les détails de cette interprétation et de ces applications bientôt, mais pour situer ces travaux dans un contexte plus large de publications relativistes, nous examinerons d'abord quelques résultats de notre analyse bibliométrique.

De 1908 à 1912, la géométrie non euclidienne paraît dans les publications sur le principe de relativité sous des formes exactes et discursives. Un exemple de la forme discursive est l'analogie faite entre la mise en cause de la notion de la simultanéité absolue par Einstein, d'une part, et de l'autre, la contestation du bien-fondé du postulat des parallèles. Ce genre d'analogie se rencontre assez souvent dans les publications relativistes ; on le trouve dans une douzaine d'articles et dans une demi-douzaine de livres avant 1916. Les auteurs empruntaient presque aussi souvent une autre analogie, qui se réfère à la similitude de structure entre la mécanique classique et relativiste, d'une part, et de l'autre, entre les géométries euclidienne et non euclidienne. Il s'agit ici d'un rapport à la limite–si on prend la limite à l'infini d'une constante de courbure dans une certaine formulation de la géométrie non euclidienne, on obtient la géométrie euclidienne. De la même manière en cinématique relativiste, si on prend la limite d'une certaine constante dans la loi d'addition des vitesses, on obtient la loi de composition des vitesses de la cinématique de Galilée.[9]

Les formes exactes de la géométrie non euclidienne sont celles qu'on trouve dans les textes mentionnés en amont ; il s'agit de l'axiomatique, de la trigonométrie hyperbolique, de la géométrie différentielle, et projective. Si l'on ne prend en considération que ces formes exactes, et que l'on en fait une catégorie, alors on peut comparer la fréquence des articles de cette catégorie avec l'ensemble des articles relativistes. De cette façon, on obtient une mesure approximative de la pénétration des techniques de la géométrie non euclidienne dans la recherche relativiste.

Les premières applications de la géométrie non euclidienne en relativité ont été publiées en 1909. Avec la théorie d'Einstein et Grossmann (1913), les phénomènes de gravitation s'expliquent pour la première fois à travers un principe de relativité généralisée et la géométrie riemannienne. Nous ferons donc une distinction entre la période 1909 à 1912, et après. Afin de pouvoir distinguer entre l'ensemble d'applications de la géométrie non euclidienne sans rapport à la gravitation, et l'ensemble qui la concerne (dont les membres sont postérieurs à 1912), nous introduisons un critère d'exclusion de tout article qui porte principalement sur la théorie de la gravitation.

Dans le domaine hors gravitation, nous prenons en compte tout article qui paraît sur le principe de relativité entre 1909 et 1915 dans l'une des langues de l'Europe occidentale. Notre base de données bibliographiques est construite à partir de la bibliographie de Lecat & Lecat-Pierlot (1924), avec des références supplémentaires de Hentschel (1990) et de notre propre recherche. Elle fait état de 522 articles publiés par 125 périodiques, et 58 articles provenant de volumes reliés, ou 580 articles au total.[10] L'évolution dans le temps du nombre de publications se voit dans la figure 1, qui montre en même temps le nombre d'articles 'non euclidiens' par rapport à l'ensemble d'articles 'relativistes' hors gravitation. Pour la période 1909–1915, les articles non euclidiens comprennent sept pour cent de l'ensemble, ou 40 sur 580.

[9]Sur cette relation de limite en géométrie non euclidienne, voir Bonola (1955, 163), et en mécanique relativiste, voir Klein (1910) et Born (1962, 246).

[10]Pour les détails de l'étude bibliométrique voir chapitre IV.

En ce qui concerne les périodiques, un article sur deux paraît dans les pages de journaux allemands (252 sur 522), ainsi qu'une proportion à peine plus petite des articles non euclidiens (16 sur 38). La domination des périodiques allemands se compare avec le nombre de chercheurs relativistes qui travaillent en Allemagne : sur 224 chercheurs répertoriés, 90 rédigent leurs travaux relativistes en Allemagne. Si on regarde l'ensemble d'auteurs 'non euclidiens', on trouve la même proportion de chercheurs 'allemands', ou 9 sur 23. Dans les deux cas, l'Allemagne compte davantage de chercheurs que les autres pays.

L'analyse disciplinaire nous révèle que lorsque les journaux de physique publient la moitié des articles relativistes, ils accueillent presque la même proportion des articles non euclidiens (16 sur 38). Les journaux de mathématiques, pour leur part, n'accueillent qu'un article relativiste sur dix, et un article non euclidien sur quatre.

Une image de la structure disciplinaire de ces publications se forme au moyen d'une corrélation avec l'affiliation professionnelle des auteurs. Le critère principal d'affiliation est institutionnel : pour les besoins de cette étude, l'intitulé de la chaire universitaire détermine l'appartenance disciplinaire de tous ceux qui en dépendent, y compris les enseignants non titulaires. Le nombre de contributions de mathématiciens, de physiciens (théoriciens et non théoriciens), et de chercheurs appartenant à d'autres disciplines (y compris les indépendants) se compare (voir la table 1) pour l'ensemble d'articles sur le principe de relativité hors gravitation (PdR) et le sous-ensemble des applications de la géométrie non euclidienne (GNE). On voit que dans le domaine de la relativité hors gravitation, neuf articles sur dix sont rédigés par un mathématicien ou un physicien pendant la période 1909-1915. Les mathématiciens sont responsables d'un article sur quatre dans ce domaine, et de deux applications non euclidiennes sur trois. Ils contribuent presque autant d'articles sur le principe de relativité que les physiciens théoriciens ou non théoriciens, et dominent largement le champ des applications non euclidiennes dans la théorie de la relativité.

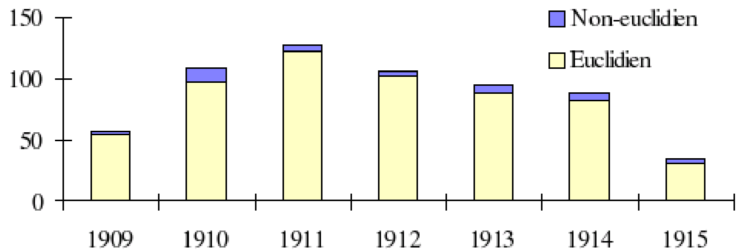

FIG. 2.1 – Articles sur la relativité hors gravitation, 1909–1915.

Discipline de l'auteur	**Publications :** PdR (%)	**Publications :** GNE (%)
Mathématiques	151 (26)	27 (68)
Physique théorique	177 (31)	5 (13)
Physique non théorique	191 (33)	2 (5)
Autre	51 (9)	6 (15)
Inconnue	10 (2)	0 (0)
Total	580	40

TAB. 2.1 – Distribution des publications par discipline de l'auteur, 1909–1915.

2.4 Hermann Minkowski, la géométrie non euclidienne et le monde à quatre dimensions

La théorie de la relativité de Minkowski, publiée le 5 avril 1908, adoptait plusieurs aperçus formels avancés indépendamment par Henri Poincaré et Albert Einstein dès 1905. Minkowski soulignait comme ces prédécesseurs que les transformations de Lorentz forment un groupe, et que les équations de Maxwell ne changent pas leur forme sous l'action de ce groupe. Avec Poincaré, Minkowski interprétait la transformation de Lorentz géométriquement, comme une rotation dans un espace à quatre dimensions avec une coordonnée imaginaire. Il reprenait également la notion du *quadrivecteur* introduite par Poincaré.[11]

Minkowski développa ces éléments dans une théorie de l'électrodynamique des milieux en mouvement, assortie d'une reformulation en quatre dimensions de la mécanique relativiste. Les scientifiques de l'époque étaient nombreux à voir dans le formalisme quadridimensionnel de Minkowski une démarche nouvelle pour la théorie de la relativité, qui partageait avec les théories de Poincaré et d'Einstein l'exigence de la covariance des lois par rapport à la transformation de Lorentz. Sa théorie de l'électrodynamique des milieux en mouvement était largement saluée ; on voyait dans les équations fondamentales de Minkowski toute l'électrodynamique atomistique de l'époque. En plus, comme Laue remarqua (1911, 88), la preuve de leur respect des principes de conservation de l'énergie et du mouvement, et du principe de relativité, découlait de leur forme.

La synthèse minkowskienne des recherches relativistes antérieures subsumait un aspect très remarqué du travail d'Einstein et Poincaré, à savoir la règle d'addition des vitesses. Pour des référentiels inertiels, Einstein remarqua que l'angle α de la vitesse relative de grandeur U entre deux points quelconques se déplaçant aux vitesses constantes v et w, respectivement, s'exprime comme la tangente inverse des composantes x et y de l'un des points, du point de vue de l'observateur considéré comme étant au repos par rapport à l'autre point. On peut réécrire la formule d'Einstein (1905, 905) de cette façon :

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{w_y}{w_x}.$$

Après substitution des expressions pour w_x et w_y, on obtient la formule pour l'angle entre v et w :

$$\tan\alpha = \frac{w' \sin\alpha' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{w' \cos\alpha' + v}.$$

Dans cette forme, on voit qu'en ce qui concerne l'orientation, l'addition de vitesses non parallèles n'est pas commutative. Einstein en était bien conscient ; il observa ensuite que les vitesses rentraient “d'une façon symétrique” dans la formule suivante :

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 + w^2 + 2vw\cos\alpha) - \left(\frac{vw\sin\alpha}{c}\right)^2}}{1 + \frac{vw\cos\alpha}{c^2}}.$$

Lorsque les vitesses en question sont parallèles ($\alpha = 0$), Einstein nota que la dernière expression s'écrit :

$$U = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}},$$

[11] Sur l'électrodynamique relativiste de Poincaré voir Cuvaj 1968 ; Darrigol 1994 ; Miller 1973 et 1981. Pour des comparaisons des contributions relativistes de Minkowski et d'Einstein voir Holton 1964, Pyenson 1985, et Galison 1979.

c'est-à-dire, la loi d'addition des vitesses. À son propos, Einstein dit qu'elle s'obtenait également par la composition de deux transformations de Lorentz ; les transformations des vitesses concernées formaient donc un groupe (1905, 906-907).

Poincaré, dans son mémoire sur la dynamique de l'électron, déduisit la loi d'addition des vitesses de la même façon, à partir des transformations de Lorentz. Il alla de sa part plus loin qu'Einstein dans la recherche formelle, parce qu'il définit en plus un vecteur quadridimensionnel de densité de force. Quand il divisait ce vecteur par la force ponctuelle, il obtenait la densité de courant ρ. À partir de la transformation de la densité de courant, il identifiait un facteur invariant par rapport à la transformation de Lorentz, $\rho/\rho' = k = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$. Les composantes du quadrivecteur de vitesse s'ensuivaient des définitions des quadrivecteurs de position et de densité de force, et Poincaré observa,

> …la transformation de Lorentz …agira sur ξ, η, ζ, 1 [c'est-à-dire, la vitesse de l'électron–SAW] de la même manière que sur δx, δy, δz, δt, avec cette différence que ces expressions seront en outre multipliées par le *même* facteur $\delta t/\delta t' = 1/k(1 + \xi\epsilon)$. [Poincaré 1906, 69]

À l'époque, cette définition n'attirait pas l'attention des théoriciens, et en dehors de Minkowski, personne ne s'intéressa au développement de la démarche quadridimensionnelle pendant les trois années à venir.[12]

En 1907, à partir de la loi d'addition des vitesses Max Laue déduisit le coefficient d'entraînement de Fresnel, mais c'était la seule application.[13] Selon Sommerfeld (1909, 827), la loi d'addition des vitesses semblait étrange (*befremdlich*), jusqu'à l'intervention de Minkowski. Pourtant, elle n'est jamais évoquée chez Minkowski ; en revanche, il remarqua une propriété formelle des vecteurs de vitesse qui, apparemment, avait échappée aux autres chercheurs : en général, leur géométrie était celle d'un espace non euclidien de courbure uniforme et négative.

Minkowski put venir à cette conclusion par plusieurs voies. Nous en exposons trois.

D'abord, il y a un raisonnement suggéré par John Stachel dans son histoire de la relativité (1995). Le principe de relativité des référentiels inertiels exige que l'espace des vitesses soit homogène et isotrope. Si ce n'était pas le cas, on pourrait établir un référentiel privilégié. Un tel espace doit avoir une courbure uniforme ; le signe du rayon de courbure est donc positif, négatif ou nul. Le cas de courbure nulle correspond à la géométrie euclidienne de la cinématique classique, qu'on peut éliminer d'office. La possibilité d'un rayon de courbure positive s'élimine également parce que dans un tel espace, la composition de deux vitesses finies peut produire une vitesse infinie. Par élimination, l'espace des vitesses est de courbure négative, et l'inspection de la loi d'addition des vitesses fixe la valeur du rayon de courbure, la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, d'habitude dénotée par la constante c.

Une deuxième source possible de l'intuition de Minkowski a été suggérée par le mathématicien Vladimir Varičak (1924, 6). Selon lui, Minkowski aurait trouvé son interprétation géométrique des transformations de Lorentz à travers l'étude du modèle de Poincaré de la géométrie hyperbolique du plan sur une nappe d'un hyperboloïde à deux nappes (voir Poincaré 1881). Varičak s'appuyait uniquement sur le fait que Minkowski exposa ce modèle à Göttingen en 1905 (voir *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **14**, p. 457).

Une troisième voie vers la découverte de la géométrie de l'espace des vitesses passe par la reconnaissance d'une équivalence entre le carré du quadrivecteur de vitesse et la métrique de

[12] Les contributions de Poincaré ont été reconnues surtout après sa mort ; Cunningham (1914, 173), par exemple, lui accorda la priorité pour le quadrivecteur de vitesse. Aux sources multiples de cette reconnaissance tardive, il faudra compter le système de notation de Poincaré ; le quadrivecteur de vitesse de Poincaré se laisse réécrire dans la forme transparente $(1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}(v_x, v_y, v_z, i)$.

[13] Einstein reprit cette application en 1907 ; voir Miller 1981, 305.

l'espace non euclidien de courbure uniforme et négative. Les notes de Minkowski suggèrent que cette voie est celle qu'il empruntait. Toutefois, l'histoire est plus compliquée qu'elle ne paraît, car, comme nous le verrons bientôt, Minkowski remarqua cette équivalence *avant* de connaître la définition exacte du quadrivecteur de vitesse.

Notre discussion prend en compte trois documents. Le premier est un discours inédit, sans doute la leçon inaugurale d'un cours de mathématiques du semestre d'hiver à l'université de Göttingen. La deuxième est un manuscrit qui correspond à un exposé prononcé à Göttingen le 5 novembre 1907, et dont une version expurgée a été publiée après la mort de Minkowski. Le troisième est l'article avec lequel nous avons commencé cette section, sur les équations fondamentales des événements électrodynamiques dans les corps en mouvement.

2.4.1 À la recherche du quadrivecteur de vitesse

Lors du semestre d'hiver 1907–1908, Minkowski fit un cours sur la théorie des fonctions d'une variable complexe à l'université de Göttingen.[14] Les notes de la leçon inaugurale contiennent une référence–la première chez Minkowski–au principe de relativité, qu'il décrivit comme la démonstration la plus récente du progrès de la théorie des fonctions.

Depuis la découverte de la forme compréhensive du principe de relativité, son élaboration, Minkowski signala-t-il dans cette leçon, était "encore en flux". Déjà, il trouva que les recherches dans ce domaine "illuminent la valeur de l'application des quantités complexes". De son avis, l'application de la théorie des fonctions en relativité appartenait à une tradition de recherches mathématiques développée par Euler, Gauss, Cauchy, Riemann et Weierstrass. En fait, Minkowski ne revendiqua pas ouvertement cette démarche ; il ne parla pas non plus du travail de Poincaré dans ce domaine (le nom de Poincaré est absent du discours, comme celui d'Einstein).

En abordant "le temps comme une longueur imaginaire", Minkowski était bien conscient du fait qu'il déblayait un nouveau terrain de recherches mathématiques ; après tout, les grands géomètres du dix-neuvième siècle n'avaient pas prévu ceci :

> Le monde est une variété non euclidienne à quatre dimensions ; quelque chose que je voudrais décrire précisément comme un triomphe gigantesque des mathématiques. Si on y réfléchit, il semble remarquable que les mathématiciens ont créé des domaines immenses dans la pensée pure, sans jamais le prévoir.[15]

Ce document ne permet pas de savoir la nature exacte de cette variété non euclidienne (nous verrons comment Minkowski la précisa bientôt) ; en revanche, on voit que Minkowski présentait le "monde" à quatre dimensions dans la tradition–chère aux mathématiciens de Göttingen–des applications de l'analyse mathématique.[16]

Une semaine ou deux plus tard, dans un discours prononcé devant la Société de mathématiques de Göttingen, il reprit la notion d'une variété non euclidienne à quatre dimensions, avec, cette fois, une explication de sa signification. Intitulé "Le principe de relativité", le manuscrit du discours a été annoté pour publication par Minkowski, mais il est resté inédit jusqu'à 1915.[17]

[14] *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **16**, 1907, 456.

[15] Der Mathematiker würde sich weiter so ausdrücken können, was ich für Kenner gewisser Gebiete noch hinzusetze : Die Welt ist eine nichteuklidische Mannigfaltigkeit von 4 Dimensionen, und es würde das Merkwürdige zu Tage treten, was ich eben als riesigen Triumph der Mathematik bezeichnen möchte dass die Mathematiker rein in ihrer Phantasie grosse Gebiete geschaffen haben, die ohne dass dies erwartet worden. Typescript "Funktionentheorie", Niels Bohr Library, Hermann Minkowski Papers, Box 9, Folder 4.

[16] Sur cette tradition, voir chapitre III.

[17] Voir Galison (1979, 93) et notre discussion au chapitre I.

L'objectif de Minkowski était de présenter le projet d'une reformulation des lois de la physique en quatre domaines : l'électricité, la matière, la dynamique et la gravitation. Ces lois devaient s'exprimer à travers les équations différentielles prises par le théoricien hollandais H. A. Lorentz comme le fondement de sa théorie des électrons, mais sous une forme nouvelle, qui s'appuyait davantage sur l'invariance de la forme quadratique $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$. Plus précisément, Minkowski voulait exprimer les lois physiques par rapport à une variété à quatre dimensions, avec les coordonnées x_1, x_2, x_3, x_4, où les trois premières prenaient la place des coordonnées de l'espace ordinaire x, y, et z, et la quatrième coordonnée, $x_4 = it$, était imaginaire. Il choisit les unités de telle sorte que la vitesse de propagation de la lumière dans le vide soit l'unité.

Minkowski proposa alors une reformulation des lois de la physique dans un espace à quatre dimensions avec une métrique indéfinie. Sa rémodélisation commença avec le vecteur de potentiel électromagnétique ψ. Comment définir cette quantité dans l'espace à quatre dimensions ? À sa disposition, Minkowski avait pour modèle le quadrivecteur découvert par Henri Poincaré, comme nous l'avons vu.[18] Une analogie formelle s'est présentée dans le cas du potentiel électromagnétique ; il suffisait de mettre le vecteur de potentiel à la place des trois premières composantes, et d'en rajouter une quatrième égale au produit du nombre imaginaire i et du potentiel scalaire.

Pour obtenir une quantité quadridimensionnelle pour la densité de courant ρ, Minkowski utilisa exactement la même méthode ; il prit le vecteur de densité courant, $\rho\boldsymbol{w}$, avec comme quatrième composante le produit du nombre imaginaire i et la densité de charge.[19] La réécriture en quatre dimensions du potentiel électromagnétique et de la densité de courant de la théorie de Maxwell permettait à Minkowski d'exprimer très succinctement la symétrie dans l'espace et le temps des équations de potentiel, une fois imposée ce qu'on appelle aujourd'hui la condition de jauge de Lorentz.[20]

La démarche de Minkowski montra son respect des notions de symétrie et de concision dans l'expression, mais qu'en était-il du principe de relativité ? Minkowski expliqua la relation entre sa démarche et ce principe de la manière suivante :

Bei diesen Gleichungen, namentlich wie ich sie umgeschrieben habe, liegt nun eine mathematische Tatsache auf der Hand, an die hernach das Relativitätsprinzip anknüpft. Werden nämlich statt x, y, z, t neue Koordinaten x', y', z', t' durch eine rein reelle lineare Transformation eingeführt, so daß dabei der Ausdruck ${x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 + {x_4}^2$ kurz gesagt invariant bleibt, und transformiert man entsprechend wie x_1, x_2, x_3, x_4 den Vektor $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$, so bleibt das ganze System der aufgestellten Formeln in den entsprechenden gestrichelten Zeichen erhalten. [Minkowski 1915, 931]

Autrement dit, les nouvelles quantités quadridimensionnelles révélaient la covariance des équations de l'électrodynamique dans le vide par rapport à une transformation linéaire réelle, laquelle correspond au mouvement uniforme de l'observateur, en accord avec le principe de relativité.

De l'électrodynamique, Minkowski passa à la mécanique, dans la section sur la physique de la matière. Jusqu'ici, Minkowski s'appuyait sur le fait de la covariance des lois de l'électrodynamique par rapport à la transformation de Lorentz ; c'est ce qui lui facilita la réécriture des

---

[18] Poincaré 1906, cité par Minkowski (1915, 938).

[19] En d'autres termes, $\rho_j = \rho\,(\boldsymbol{w}, i)$.

[20] Minkowski 1915, 929-30, équations (1) et (2). Avec la "condition de Lorentz", $\partial\psi_1/\partial x_1 + \partial\psi_2/\partial x_2 + \partial\psi_3/\partial x_3 + \partial\psi_4/\partial x_4 = 0$, Minkowski écrivit les équations de la théorie de Maxwell sous la forme : $\psi_j = -\rho_j$ ($j = 1, 2, 3, 4$), où signifie la généralisation de l'opérateur de Laplace, $\equiv \Sigma\, \partial^2/\partial x^2 - \partial^2/\partial t^2$, déjà introduit par Poincaré (1906, 22). Sur le passage des équations de Maxwell-Hertz à celles de Minkowski, voir Sommerfeld 1952.

équations de Maxwell en forme de quadrivecteurs.

Les lois de la mécanique, en revanche, ne sont pas covariantes par rapport à cette transformation. Assez tôt, Einstein exprima des doutes sur la compatibilité de la notion d'un corps rigide avec la théorie de la relativité. Son allié puissant à la rédaction des *Annalen der Physik* Max Planck souligna alors que le concept de la masse inertielle jouait un rôle secondaire dans la dynamique relativiste, tout en généralisant la relation d'équivalence entre la masse et l'énergie d'Einstein, à partir du principe de la conservation de mouvement de la radiation électromagnétique. C'est ce que Planck appela la loi d'inertie de l'énergie.[21]

Le travail de Planck suscita l'admiration de Minkowski. Pourtant, il sentait que la mécanique relativiste était au mieux un sujet incomplet, puisqu'il lui manquait une élaboration sur des bases purement électriques (1915, 931). Néanmoins, Minkowski trouvait que le mouvement de la matière doit s'exprimer par rapport à l'espace à quatre dimensions ; il s'est mis à chercher les entités formelles correspondantes.

Afin d'exprimer la "vitesse visible de la matière dans un endroit quelconque", Minkowski avait besoin d'un quadrivecteur de vitesse en fonction des coordonnées x, y, z, t.[22] Poincaré, comme nous l'avons vu, avait trouvé un tel quadrivecteur, mais Minkowski ne l'a pas retenu. Suivant la même méthode de généralisation de trois à quatre dimensions qu'il appliqua au potentiel, à la densité de courant et à la densité de force, Minkowski prit pour les trois premières composantes du quadrivecteur de vitesse les composantes du vecteur de vitesse, avec la quantité

$$i\sqrt{1+w^2}$$

comme quatrième composante ; autrement dit, pour w_1, w_2, w_3, w_4, il avait :

$$w_x,\ w_y,\ w_z,\ i\sqrt{1-w^2}. \tag{1}$$

Deux contraintes ont été imposées. D'abord, la grandeur de la vitesse était toujours plus petite que 1 ($w < 1$). Le cas contraire, où la vitesse de la matière égalait ou dépassait la vitesse de propagation de la lumière, était selon lui une "absurdité" (*Unding*, p. 932). Ensuite, la somme des carrés des composantes devait être toujours égale à -1.

La première contrainte se rencontre souvent dans les recherches sur la théorie des électrons ; on considérait aussi qu'il s'agissait d'une conséquence de la théorie d'Einstein. En revanche, la seconde condition–qui concerne la somme des carrés des composantes–demandait plus d'innovation. Minkowski n'expliqua pas son raisonnement en détail ; il remarqua seulement une analogie avec la géométrie non euclidienne. Le vecteur w_1, w_2, w_3, w_4, en effet,

> stets ein Punkt auf der Fläche
>
> $$w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2 = -1 \tag{2}$$
>
> oder, wenn Sie wollen, auf
>
> $$t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1, \tag{3}$$
>
> und repräsentiert zugleich den vierdimensionalen Vektor vom Nullpunkt nach diesem Punkte ; und es entspricht auch der Geschwindigkeit Null, der Ruhe, ein wirklicher derartiger Vektor. Die nichteuklidisch Geometrie, von der ich schon unbestimmt sprach, entwickelt sich nun für diese Geschwindigkeitsvektoren. [Minkowski 1915, 932]

[21] Einstein 1907*a*, 381 ; Planck 1907, 202 ; Miller 1981, 365.

[22] Bei der Betrachtung der Materie haben wir nun vor allem einen neuen Vektor als Funktion von x, y, z, t ins Auge zu fassen, die sichtbare Geschwindigkeit der Materie an jeder Stelle. Minkowski 1915, 931.

Trois géométries–de l'espace-temps, de l'espace non euclidien, et des vecteurs de vitesse– sont rassemblées ici, peut-être pour la première fois. Les mathématiciens à qui Minkowski s'adressait auraient reconnu en (2) l'équation de la pseudohypersphère, et en (3), celle de son pendant réel, l'hyperboloïde à deux nappes. Mathématiquement équivalentes, les deux hypersurfaces forment la base d'un modèle bien connu de l'espace non euclidien de courbure uniforme et négative, ou *hyperbolique*.[23] La contrainte (2) sur la norme du quadrivecteur de vitesse reflétait cette compréhension de la géométrie non euclidienne des vecteurs de vitesse.

L'examen de la forme de la définition (1) montre que Minkowski prit pour la partie spatiale du quadrivecteur de vitesse la vitesse ordinaire. À partir de l'expression (2), la composante temporelle w_4 est alors

$$i\sqrt{1+w^2},$$

mais Minkowski mettait

$$i\sqrt{1-w^2}.$$

On voit que (1) ne satisfait à (2) qu'en cas de vitesse nulle ($w = 0$). Il est facile de réparer cette incohérence par un changement de signe dans la racine.[24]

Même modifiée de cette façon, la définition de Minkowski n'est pas convenable. Le problème de fond est plus subtil ; en fait, les composantes ne se transforment pas comme les coordonnées. Sa première tentative de définition d'un quadrivecteur de vitesse ne satisfait pas à ce que Minkowski reconnaissait comme une contrainte pour un vecteur de ce genre.[25] La source de l'erreur nous est inconnue ; en revanche, on peut inférer que dans la rédaction de sa conférence, Minkowski ne suivait pas de trop près le mémoire de Poincaré (1906).

La définition inadéquate du quadrivecteur de vitesse met en question la compréhension qu'avait Minkowski du principe de relativité. Toutefois, son discours fait preuve d'une connaissance des fondements électrodynamiques de la transformation de Lorentz, chose assez rare à l'époque, surtout chez un mathématicien. Il montre aussi que Minkowski possédait déjà l'interprétation de cette transformation par rapport aux diamètres conjugués d'un hyperboloïde (4), devenue par la suite celle du diagramme de l'espace-temps.

Avec du recul, à travers la difficulté rencontrée ici par Minkowski on mesure son progrès vers la réalisation du programme de reformulation quadridimensionnelle de la physique du champ. D'abord, on sait que Minkowski partait des propriétés des vecteurs de vitesse ordinaires pour en arriver à l'idée de la géométrie non euclidienne de l'espace des vitesses ; en effet, c'est ce qui lui permettait d'écrire la somme des carrés du quadrivecteur de vitesse sans savoir la définition exacte des composantes. Et du fait qu'au moment de son discours, Minkowski ne pouvait pas écrire ces composantes, nous savons qu'il ne possédait pas la conception du mouvement d'une particule en tant qu'une ligne d'Univers dans l'espace-temps. Sinon, la définition du quadrivecteur de vitesse aurait été triviale.[26]

Très peu de temps après, Minkowski reconnut que son quadrivecteur était inadéquat. Six semaines après son discours devant la Société de mathématiques de Göttingen, il présenta un

[23]Cette représentation de l'espace non euclidien figure parmi les sujets traités par Helmholtz (1884, vol. 2, 31), ainsi que dans le livre de géométrie de Clebsch et Lindemann (1891, 524). Nous rappelons que les coordonnées de l'espace des vitesses de Minkowski sont sujettes à la condition $\boldsymbol{w} < 1$.

[24]Le manuscrit s'accorde bien avec la version publiée (Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Math. Archiv 60, 3 ; reproduit in Galison 1979, 116).

[25]Le quadrivecteur est une quantité dont les composantes se transforment comme les coordonnées, par rapport à chaque système de coordonnées, et le carré du quadrivecteur est un scalaire. Pour une discussion détaillée, voir Møller 1972, 97. Pour un exposé moderne du quadrivecteur de vitesse, voir Kopczynski et Trautman 1992, 64.

[26]Par rapport à la métrique $ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, la vitesse u^μ d'une particule s'écrit $u^\mu = dx^\mu/ds$ ($\mu =$ 1, 2, 3, 4).

mémoire intitulé“*Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*” (désormais *Grundgleichungen*).[27] Ce travail examinait en détail les thèmes introduits lors du discours de novembre, y compris celui de la transformation du quadrivecteur de densité de courant. Pour Minkowski, il s'agissait de l'exemple même du “vecteur espace-temps du premier genre.”[28]

Du quadrivecteur de densité de courant Minkowski tira une expression valide du quadrivecteur de vitesse. En mettant ρ_1, ρ_2, ρ_3, ρ_4 à la place de ρw_x, ρw_y, ρw_z, $i\rho$, comme dans le discours de novembre, Minkowski écrivit la transformation pour un système en mouvement uniforme de vitesse $q < 1$:

$$\rho' = \rho\left(\frac{(-qw_z + 1)}{\sqrt{1-q^2}}\right),\ \rho' w'_z = \rho\left(\frac{w_z - q}{\sqrt{1-q^2}}\right),\ \rho' w'_x = \rho w_x, \rho' w'_y = \rho w_y.$$

Il observa que cette transformation ne modifie pas l'expression $\rho^2\ (1-\boldsymbol{w}^2)$, puis se dit prêt à faire une “remarque importante” concernant la relation entre le quadrivecteur de vitesse avec et sans prime (1908, §4). Alors, il divisa le quadrivecteur de densité de courant par ce dernier invariant, pour obtenir les composantes du quadrivecteur de vitesse,

$$\frac{w_x}{\sqrt{1-w^2}},\ \frac{w_y}{\sqrt{1-w^2}},\ \frac{w_z}{\sqrt{1-w^2}},\ \frac{i}{\sqrt{1-w^2}},$$

dont la norme est toujours égale à -1. Le résultat le satisfit ; il l'appela “vecteur espace-temps de vitesse”.[29] Minkowski observa ensuite que l'expression

$$dt\sqrt{1-w^2} \tag{4}$$

est également invariante par rapport à la transformation de Lorentz, et qu'elle est égale à la racine carrée de la somme des carrés des différentielles des coordonnées.[30]

D'habitude saisie comme une conséquence de la métrique de l'espace-temps, la définition du quadrivecteur de vitesse était en fait un développement assez tardif dans les recherches de Minkowski. Ce quadrivecteur s'emploie souvent chez Minkowski ; sa norme, par exemple, apparaît huit fois dans le cours de son article. C'est une pratique distinctive de la démarche de Minkowski.

S'il est vrai que les équations de la théorie de Maxwell sont le fondement de l'électrodynamique minkowskienne des milieux en mouvement–reconnue comme sa contribution la plus originale à la relativité–le concept du quadrivecteur de vitesse était essentiel à sa réalisation. Le noyau de la théorie de Minkowski est sa combinaison de l'énergie du champ électromagnétique, la quantité de mouvement et la tension de Maxwell dans une seule entité à seize composantes, qu'on connaît aujourd'hui du nom de *tenseur d'impulsion-énergie* du champ électromagnétique. Ce tenseur était reconnu comme une découverte capitale par Planck et Laue, entre autres, mais sa forme asymétrique, et la formule correspondante de la densité de force pondéromotrice, ont attiré des critiques de partout.[31] En fait, le tenseur de Minkowski a été jugé incompatible avec la loi d'inertie de l'énergie de Planck, mentionnée plus haut. Mais comme le montra A. Scheye en 1909, il est bien le seul compatible en général avec la loi d'addition des vitesses.[32]

[27]Minkowski 1908. Le mémoire a été présenté le 21.12.07.

[28]Minkowski 1908, §5. Sommerfeld (1910a) l'appela le *Vierervektor*.

[29]*Raum-Zeit-Vektor Geschwindigkeit* (Minkowski 1908, §8).

[30]Planck signala l'invariance lorentzienne de cette expression en juin 1907 (voir Planck 1907, § 12). Poincaré (1906, 69) trouva une forme équivalente.

[31]Voir la note éditoriale dans Einstein 1989, 506.

[32]Pauli 1958, 115.

Minkowski savait que sa formulation de la force pondéromotrice serait controversée ; le supplément sur la mécanique relativiste des *Grundgleichungen*, expliqua-t-il, a été écrit afin de la rendre plus plausible (1908, 98). Dans ce supplément (*Anhang*) Minkowski observa que la formule (4) était équivalente au produit de la coordonnée du temps imaginaire x_4 et la quatrième composante du quadrivecteur de vitesse, w_4. Il définit l'intégrale de cette expression comme le “temps propre” (*Eigenzeit*) d'un point matériel, qu'il interprétait comme un paramètre de la ligne décrite dans l'espace-temps par un tel point.[33]

À partir de la notion du temps propre (désigné comme l'intégrale de $d\tau$), Minkowski adapta le principe de Hamilton à l'espace-temps, et écrivit les équations de mouvement d'un point matériel. En ce faisant il réécrivait la norme du quadrivecteur de vitesse :

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2 = \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - 1.$$

On voit que tous les termes sont réels dans cette expression, mais Minkowski n'écrivit pas le quadrivecteur de vitesse avec des composantes réelles, ce qui l'aurait obligé de distinguer entre les quantités covariantes et contravariantes (voir Whittaker 1953, 65). En revanche, à cette occasion il reformula sa définition par rapport au temps propre :[34]

$$\frac{dx}{d\tau},\ \frac{dy}{d\tau},\ \frac{dz}{d\tau},\ i\frac{dt}{d\tau}.$$

Une interprétation géométrique de cette forme du quadrivecteur de vitesse, observa Minkowski, se trouve dans le vecteur tangent à la ligne de l'espace-temps.

Minkowski compléta la représentation géométrique du quadrivecteur de vitesse d'une application physique. À la suite de Poincaré (1906, §9), mais avec une démarche différente, il examina la compatibilité du principe de relativité avec les phénomènes de la gravitation, en postulant un certain quadrivecteur pour la force agissant sur un point matériel. Son résultat ne différa pas de celui de Poincaré ; ce qui fait que l'analyse servait surtout à valider le calcul quadridimensionnel. Pour sa part, Einstein n'y voyait qu'une “complication inutile” du problème de la gravitation, tout en adoptant un formalisme quadridimensionnel pour les besoins de sa propre théorie, quatre années plus tard.[35]

Résumons notre reconstruction de la démarche de Minkowski. Au moment de son discours de novembre 1907, Minkowski possédait l'interprétation de la transformation de Lorentz en tant que rotation dans l'espace à quatre dimensions, et il concevait le projet d'une reformulation des lois de la physique par rapport à une variété à quatre dimensions. Il lui manquait une définition exacte du quadrivecteur de vitesse, et par implication, il ne possédait pas encore le concept du temps propre. Dans les dernières semaines de 1907, Minkowski a dû faire ces découvertes, et en tirer les conséquences par rapport à l'électrodynamique des milieux en mouvement et à la mécanique relativiste.

Toujours selon notre lecture, la reconnaissance de la métrique non euclidienne de l'espace des vitesses précédait une définition adéquate du quadrivecteur de vitesse. On peut supposer

[33]Plus tard Minkowski l'appela *Weltlinie*, ou ligne d'Univers (1909, 104). Einstein (1905, 904) montra que l'horloge d'un observateur en mouvement uniforme rectiligne prend du retard par rapport à l'horloge d'un observateur au repos, d'un facteur $(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$. Il suggéra encore que cette relation resterait valide pour tout mouvement uniforme selon un chemin de courbure continue. Sa contribution a été reconnue par Minkowski, qui présenta le temps propre plutôt comme une extension du temps local de Lorentz (voir chapitre I, §3.5).

[34]Minkowski 1908, 521.

[35]North 1965, 49 ; Pyenson 1985, 88 ; Corry 1996, 14 ; Einstein à Besso, 03.01.16, d'après la traduction de Speziali 1979, 38.

que cet aperçu permit à Minkowski d'écrire la norme de ce quadrivecteur. On peut même suggérer que la démarche 'non euclidienne' n'était, en fin de compte, qu'une distraction, parce que Minkowski finit par déduire la définition exacte du quadrivecteur à partir de la densité de courant, et non pas à partir des propriétés géométriques des vecteurs de vitesse.

2.4.2 Le temps relatif d'Einstein et la géométrie non euclidienne

Plus d'une fois, Minkowski exprima l'opinion que le principe de relativité méritait l'attention de ces collègues mathématiciens.[36] Un aspect de ce principe était privilégie dans ce sens ; comme il l'expliquait,

> Dem Mathematiker, der an Betrachtungen über mehrdimensionale Mannigfaltigkeiten und andererseits an die Begriffsbildungen der sogenannten nicht-Euklidischen Geometrie gewöhnt ist, kann es keine wesentliche Schwierigkeit bereiten, den Begriff der Zeit an die Verwendung der Lorentz-Transformationen zu adaptieren. [Minkowski 1908, 69-70].

Autrement dit, la compréhension du concept relativiste du temps devait venir facilement aux mathématiciens, à cause de leur connaissance des concepts analogues dans le domaine des géométries hyperspatiales et non euclidiennes. Suivant cette idée, Minkowski renforça la distinction disciplinaire entre la géométrie et la physique, en attribuant à Einstein la compréhension *physique* de la coordonnée du temps de la transformation de Lorentz.

Mise à part la remarque que nous venons de citer, le sujet de la géométrie non euclidienne se distingue surtout par son absence des deux premières publications relativistes de Minkowski. Comme le remarqua Felix Klein, la présentation du principe de relativité des *Grundgleichungen* était "froide" (*kühle Darstellung*) par rapport à l'exposé "ouvert" (*unverhüllt*) du discours de novembre 1907. Klein attribua ce changement de ton à la perspicacité de son ancien collègue ; Minkowski ne révélait qu'à ses collègues

> seine innersten mathematischen, insbesondere invariantentheoretischen Gedanken [..]. [Klein 1926-27, 2, 74]

En tant que complément à l'explication psychologique de Klein, on peut suggérer une motivation pragmatique derrière la disparition de la géométrie non euclidienne dans les publications relativistes de Minkowski. Comme nous l'avons vu au premier chapitre, Minkowski n'avait presque rien publié sur les sujets traditionnels de la physique théorique ; en électrodynamique, il n'avait rien publié du tout. Il se souciait naturellement de la réception physique de son travail. Chez les physiciens, en général, la géométrie non euclidienne faisait partie des branches les plus abstraites des mathématiques pures, et de ce point de vue une théorie physique qui l'employait était suspecte dès le départ. C'est peut-être pour cette raison que Minkowski choisit d'éliminer de ses publications l'identification explicite de la géométrie non euclidienne de l'espace des vitesses. Il ne restait donc dans ses publications que la caractérisation *formelle* de cet espace. Le résultat principal de cette opération était une réception mixte de son travail, comme nous le verrons dans la section suivante.

[36]Minkowski 1915, 938 ; 1909, 78.

2.5 Quelques lectures 'non euclidiennes' des textes de Minkowski

Il est souvent utile dans l'étude de l'histoire de la théorie de la relativité restreinte d'introduire une distinction entre les démarches einsteiniennes et minkowskiennes.[37] Brièvement, à partir de 1910 environ, les savants regardaient le principe de relativité du point de vue de la physique des principes, ou bien, plus souvent même, ils le comprenaient dans des termes géométriques. C'est ce que Pyenson appelle la " différence Einstein-Minkowski" (1985, 96).

Cette différence, il faut le souligner d'abord, n'implique pas qu'aux yeux des savants de l'époque les théories d'Einstein et de Minkowski représentaient deux alternatives empiriquement distinctes. Même si l'électrodynamique de Minkowski a été critiquée par Einstein (nous le verrons plus tard), on considérait que les deux théories s'élevaient sur la même base empirique. Quand il considérait à la fois l'équivalence empirique des deux théories et leur dissemblance formelle, le physicien mathématicien de Dublin Arthur Conway voyait une raison de plus pour croire à la vérité des deux théories. À la fin de son exposé de la théorie de Minkowski devant le Colloque mathématique d'Édimbourg en 1913, Conway faisait la comparaison suivante :

The various electrodynamical relations [of Minkowski's theory] take their position in a manner which reveals a symmetry which was by no means apparent in the unsymmetrical equations founded on our experimental knowledge. The whole scheme, in one aspect, is merely an analytical development of the Einstein Relativity. Both would fall together if any experimental fact appeared which would upset one, and can it not be said that the probability of both being true is increased by this elegant symmetry ? [Conway 1915, 43]

D'après Conway la relativité minkowskienne était en partie un développement analytique de la relativité einsteinienne, dont elle révélait la symétrie cachée. Lorsque Conway alignait la symétrie des équations de Minkowski et la proximité aux faits d'expérience de la théorie d'Einstein, les deux démarches se complétaient, et se rendaient mutuellement plus probables.

De l'avis de Conway et d'autres théoriciens, la théorie de Minkowski différait de celle d'Einstein surtout sur le plan formel. Comme nous le verrons, quelques mathématiciens et physiciens théoriciens considéraient que la théorie de Minkowski se distinguait formellement de celle d'Einstein par son utilisation de la géométrie non euclidienne.

Dans un compte-rendu de la conférence de Minkowski à Cologne, le mathématicien de Gand Paul Mansion fit part de son impression que "consciemment ou inconsciemment", l'auteur "applique [..] la géométrie non euclidienne à la physique" (1909, 245). Ainsi, de l'avis de Mansion, "on explique assez aisément [..] la proposition paradoxale de Lorentz", selon laquelle la longueur des corps diminue dans le sens du mouvement. De même, la "remarque complémentaire d'A. Einstein" sur l'équivalence des cadres de référence en mouvement uniforme s'expliquait dans la théorie de Minkowski.

À partir du compte-rendu de Mansion on voit comment la théorie de Minkowski est devenue rapidement l'exemple le plus courant de la mode des études de la mécanique non euclidienne. Dans son compte-rendu de la bibliographie sur les géométries hyperspatiales et non euclidiennes de Duncan Sommerville (1911), le mathématicien G. B. Mathews notait qu'il était probable que ces géométries auraient "une importance tout à fait inattendue dans l'application des mathématiques à la physique". Il prenait pour témoin la notice des *Oeuvres complètes* de Minkowski, qui formait la dernière entrée de la bibliographie, et demandait aux lecteurs de la revue *Nature* si rien ne pourrait être "plus suggestif" dans ce sens (Mathews 1912).

Du côté des physiciens, la suppression par Minkowski de presque toute référence à la géo-

[37] Holton 1965 ; Pyenson 1985 ; Galison 1979 ; Paty 1993.

métrie non euclidienne de son travail facilita sûrement sa réception, mais elle ne l'a pas mise à l'abri des critiques sur ce point. Moins de deux semaines après la parution des *Grundgleichungen*, Einstein écrivit à sa femme une grande nouvelle : à partir des calculs de son collaborateur Jakob Laub, il avait trouvé une erreur dans la théorie de Minkowski.[38] Il s'agissait de la formule de la densité de force pondéromotrice ; Einstein et Laub en trouvèrent une formulation alternative, qu'ils ont publiée aussitôt.[39] Dans un autre article écrit à la même époque, ils se sont mis à retrouver les équations de Minkowski avec l'analyse vectorielle ordinaire, parce qu'ils pensaient que le formalisme quadridimensionnel de Minkowski était trop difficile à comprendre pour le lecteur des *Annalen der Physik*.[40]

Einstein et Laub se passaient du formalisme de Minkowski, et ils croyaient que sa théorie de l'électrodynamique des milieux en mouvement était erronée. Naturellement, Laub était curieux de savoir ce que les autres théoriciens en pensaient ; il demanda au physicien théoricien de Würzburg Mathias Cantor ce qu'il considérait être la "véritable signification physique du temps comme une quatrième coordonnée spatiale" dans la théorie de Minkowski. Apparemment, Laub ne sut pas répondre ; lorsqu'il raconta cette anecdote à Einstein, Laub observa que Cantor "s'est laissé impressionné par la géométrie non euclidienne".[41] On voit que Cantor remarquait l'application de la géométrie non euclidienne chez Minkowski, et appréciait sa valeur plus que Laub.

Au printemps de 1909, le porte-parole de la physique théorique allemande Max Planck prononçait une série de conférences à l'Université de Columbia. Dans la huitième et dernière conférence, Planck porta son attention sur le principe de relativité.[42] L'aspect le plus remarquable des recherches récentes, selon lui, était la modification du concept du temps par Einstein ; il s'agissait d'une découverte sans pareille dans l'histoire :

> Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, daß diese neue Auffassung des Zeitbegriffs an die Abstraktionsfähigkeit und an die Einbildungskraft des Physikers die allerhöchsten Anforderungen stellt. Sie übertrifft an Kühnheit wohl alles, was bisher in der spekulativen Naturforschung, ja in der philosophischen Erkenntnistheorie geleistet wurde ; die nichteuklidische Geometrie ist Kinderspiel dagegen. [Planck 1910a, 117]

Planck souligna la valeur de la découverte d'Einstein en physique et en philosophie de la connaissance. Sans doute, la comparaison entre le temps relatif d'Einstein et la géométrie non euclidienne se réfère à la remarque de Minkowski citée par nous en amont (§ 4.2).

Alors que Minkowski soulignait la continuité intellectuelle entre la géométrie non euclidienne et la notion du temps dans les transformations de Lorentz, Planck refusait ce lien ; il faisait ressortir plutôt l'aspect révolutionnaire de l'aperçu d'Einstein.[43] Néanmoins, dans un

---

[38]Einstein à Einstein-Mari≡ [17.04.08], dans Einstein 1993b, Doc. 96. Jakob Laub avait été l'assistant de Hilbert à Göttingen, où il assista au séminaire sur la théorie des électrons en 1905, avant d'entreprendre des expériences sur l'émission des rayons cathodiques à Würzburg sous la direction de Willy Wien (Pyenson 1985, 220).

[39]Einstein & Laub 1908*a*. Einstein trouva des arguments en faveur de leurs formules en 1910, mais s'y désintéressa quelques temps après. En 1918, il fit remarquer à Walter Dällenbach qu'on savait depuis longtemps qu'elles étaient inexactes (Fölsing 1994, 276). Sur les formules d'Einstein et Laub voir la note éditoriale dans Einstein 1989, 503.

[40]Einstein & Laub 1908b, 532. La difficulté technique du calcul matriciel de Minkowski a été disputée par Max Born et Felix Klein, mais très peu de théoriciens relativistes s'en servirent (Born 1909*b*, 7 ; Klein 1926, vol. 2, p. 75). La reformulation vectorielle du calcul de Minkowski a eu plus de succès, comme nous le verrons.

[41]Einstein 1993, Doc. 101 ; Pyenson 1985, 225.

[42]Sur le soutien par Planck d'Einstein et de la relativité, voir Heilbron (1986, 28).

[43]Sur l'aspect 'révolutionnaire' de la relativité restreinte, voir Illy 1981, Pyenson 1987, I. B. Cohen 1985. Sur

autre discours Planck voyait au moins une ressemblance entre la géométrie non euclidienne et la relativité. Les partisans des deux théories ont dû se battre–après une lutte violente, Planck le rappela, les *Modernisten* obtinrent l'accord sur leur doctrine (1910*c*, 42-3). De telles remarques sur la ressemblance entre l'émergence de la géométrie non euclidienne et la relativité étaient assez courantes ; entre 1908 et 1915, Planck et onze autre savants firent un parallèle de ce genre.

La remarque de Planck avait aussi une valeur tactique, parce qu'elle faisait obstacle à la récupération de la découverte d'Einstein par les mathématiciens. Planck expliquait comment la physique théorique différait des mathématiques, à travers cette métaphore :

> Les matériaux avec lesquels la physique théorique travaille sont des mesures, et les mathématiques sont son outil principal. [Planck 1910a, 3]

Autrement dit, en physique théorique il s'agissait des mathématiques, certes, mais l'objet était autre. Les mesures, ou les résultats d'expérience, étaient transformées par les outils mathématiques du physicien théoricien. La physique théorique apportait la maîtrise intellectuelle de la réalité physique tout en faisant avancer la théorie de la connaissance–la découverte du concept du temps par Einstein en était la preuve d'après Planck. Il devait donc réagir à la tentative d'interception de Minkowski.

Le coéditeur avec Planck des *Annalen der Physik* Willy Wien remarqua aussi le contraste entre la géométrie non euclidienne et la relativité, dans un discours sur les nouvelles conceptions de l'espace et du temps chez Einstein et Minkowski.[44] Wien présentait la théorie d'Einstein comme une induction faite à partir des résultats de la physique expérimentale ; dans ce développement, selon Wien, il n'y avait "aucun point de contact avec la géométrie non euclidienne" (1909, 30). La théorie de Minkowski, en revanche, sortait d'une lignée de théories spéculatives en géométrie, qui allait de Gauss jusqu'à Hilbert. Les physiciens, prédit-il, réserveraient leur jugement sur la théorie de Minkowski jusqu'à ce que ses conséquences expérimentales aient subi l'investigation du laboratoire (1909, 39).

Même si ce n'était sûrement pas l'intention de Wien, son interprétation de la théorie de Minkowski comme une géométrie non euclidienne servirait bientôt aux opposants de la théorie d'Einstein. Quelques physiciens au moins trouvaient juste l'analogie minkowskienne entre le temps relatif et la géométrie non euclidienne, même si, à la différence de Planck et Wien, ils ne prêtaient de signification physique ni à l'un ni à l'autre.

Un expérimentateur au grand institut de physique berlinois, le *Physikalisch-Technische Reichsanstalt*, Ernst Gehrcke concéda sans hésitation la validité du principe de relativité dans le domaine spécifique de "la géométrie pure et la cinématique des points, des lignes, des surfaces ou des corps mathématiques". Il préféra concentrer son attention sur "l'applicabilité physique" du principe (1911, 665). Le temps relatif, disait Gehrcke, n'était pas intuitif : il était aussi peu intuitif que la géométrie non euclidienne (1911, 669). Le temps d'Einstein, continua-t-il, ressemblait donc à la géométrie non euclidienne, dont la cohérence relative était bien connue–même si, comme Gauss et von Helmholtz l'auraient montré, les observations dans l'espace physique vérifiaient la géométrie euclidienne à leur dépens (1911, 668). L'implication était évidente : le principe de relativité correspondait aux faits aussi mal que la géométrie non euclidienne.

À partir de ces exemples, on voit comment quelques mathématiciens et physiciens interprétaient la théorie de Minkowski par rapport aux recherches mathématiques en géométrie non euclidienne. Pour les mathématiciens Mansion et Mathews, il s'agissait de recherches récentes ; ils voyaient dans le domaine relativiste un terrain nouveau et prometteur pour la recherche en

---

l'historicisme en physique à la fin du dix-neuvième siècle, voir M. Norton Wise 1983.

[44] Cf. Pyenson 1985, 145.

physique mathématique. Les physiciens Planck et Wien, en revanche, rejetèrent l'idée minkowskienne d'un lien entre la théorie d'Einstein et la géométrie non euclidienne ; pour sa part, Wien associa le travail de Minkowski avec les théories–spéculatives–de la géométrie non euclidienne.

2.6 La trigonométrie sphérique d'Arnold Sommerfeld

L'interprétation géométrique des événements spatio-temporels à travers l'intersection des lignes d'Univers dans l'espace-temps excita l'imagination des savants partout dans le monde scientifique. En ce qui concerne l'application du formalisme quadridimensionnel, en revanche, la pratique théorique n'a pas changé du tout pendant l'année qui suivit la publication de la théorie de Minkowski.[45] Comme nous l'avons vu, sa forme mathématique ne convenait pas à Einstein et Laub, premiers à la commenter. Ils la traduisirent dans la notation familière du calcul vectoriel.[46] De la même manière, le jeune théoricien à Vienne Philipp Frank préféra le calcul vectoriel ordinaire à l'appareil formel de Minkowski dans son étude de la mécanique minkowskienne.[47] Ces théoriciens ne se sentaient pas à l'aise avec le formalisme de Minkowski, mais ils étaient capables de comprendre la théorie, et de l'exprimer dans des termes familiers.

Chez des physiciens non théoriciens, en revanche, la théorie de Minkowski suscitait des pointes d'anxiété mathématique. Un cousin de Willy Wien, physicien à l'École polytechnique de Dantzig Max Wien écrivit à son ami Arnold Sommerfeld peu de temps après la mort de Minkowski :

> Der Fall Minkowski ist sehr traurig. Sommer behauptet, seine Rede in Köln sei einfach grossartig ; ich kriege beim Lesen aber immer einen Leisen Gehirntatterich, nur Raum und Zeit scheinen sich zu einem grauen, elenden Chaos zusammen zu ballen.[48]

À la différence de son collègue mathématicien Julius Sommer, Max Wien ne trouva pas géniale l'idée d'exprimer les lois de la physique par rapport à l'espace-temps de Minkowski. Il ne contesta pas la validité de la théorie de Minkowski, mais sa motivation à la développer, à l'enseigner, et à soumettre ses conséquences physiques à l'épreuve expérimentale était sans doute compromise par le frisson mental qu'elle entraînait.

À la réunion de l'Association allemande au printemps 1909, Sommerfeld essaya de renverser la tendance. Ancien assistant de Felix Klein, Sommerfeld était le successeur de Boltzmann à la chaire de physique théorique à l'Université de Munich.[49] Dans son discours, Sommerfeld voulait montrer

> dass die tiefsinnige Raumzeit-Auffassung Minkowskis nicht nur in systematischer Hinsicht den allgemeinen Aufbau der Relativtheorie erleichtert, sondern sich auch bei speziellen Fragen als bequemer Führer bewährt. [Sommerfeld 1909, 829]

En tant qu'exemple de l'avantage de la démarche minkowskienne, Sommerfeld prit le cas du “célèbre” théorème d'addition d'Einstein, selon lequel les parallélogrammes ne se ferment

[45] L'ancien assistant de Minkowski, Max Born est le seul théoricien à se servir du formalisme minkowskien avant la réunion de l'Association allemande.

[46] Einstein & Laub 1908a. Einstein indiqua à sa femme que Laub fit les calculs pour cet article (Einstein à Einstein-Mari≡ [17.04.08], dans Einstein 1993b, Doc. 96).

[47] P. Frank 1908, 897.

[48] Max Wien à Sommerfeld, 16.12.09, cité d'après Benz 1975, 71.

[49] Jungnickel & McCormmach 1986.

pas. Ce résultat paraissait “assez bizarre”, disait-il, mais lorsqu'on le regardait du point de vue minkowskien, il devenait “complètement transparent” (*völlig durchsichtig*).

Dans les *Grundgleichungen*, Minkowski exprima la vitesse par la tangente d'un angle imaginaire φ, ce qui mettait la transformation de Lorentz dans une forme trigonométrique. Avec cette forme, Sommerfeld déduisit l'expression trigonométrique de la vitesse par rapport au plan improprement euclidien $x\lambda$, tel que $v = dx/d\lambda = -\tan\varphi$. Les deux expressions de la composition des vitesses d'Einstein se laissaient déduire par une voie trigonométrique. Pour le cas le plus simple des vitesses parallèles, Sommerfeld fit la substitution trigonométrique pour la vitesse, et appliqua la formule d'addition des tangentes. La concision et la simplicité de cette démonstration étaient appréciées de tous ; des années plus tard, même Einstein l'adopta.[50] Pour le cas général des vitesses non parallèles, Sommerfeld fit appel à la trigonométrie sphérique. Il considéra les angles-vitesses φ dans la forme minkowskienne de la transformation de Lorentz en tant qu'arcs de grands cercles d'une sphère de rayon imaginaire. Pour trouver la somme de deux vitesses, il suffisait de construire le triangle correspondant sur la sphère, à l'aide d'un théorème trigonométrique.[51]

En fait, Sommerfeld ne mentionna pas la géométrie non euclidienne en tant que telle dans son article, peut-être pour éviter une réaction de rejet. La surface d'une hémisphère de rayon imaginaire était un modèle connu de la géométrie hyperbolique, on rappelle sa vulgarisation chez Helmholtz. Toutes les formules trigonométriques de Sommerfeld employaient un angle imaginaire ; il savait sans doute qu'elles avaient chacune leur pendant dans la trigonométrie hyperbolique réelle. À l'évidence, Sommerfeld voulait faire appel à l'intuition spatiale des physiciens, comme le montrent les trois dessins dans son article ; l'artifice de la trigonométrie sphérique correspondait mieux, peut-être, à cette intuition que la trigonométrie hyperbolique.[52] Quoi qu'il en soit, l'article de Sommerfeld semble avoir atteint son but.

Peu après Sommerfeld, les physiciens Max Abraham, Gilbert Newton Lewis et Max Laue promouvaient aussi l'emploi d'une démarche quadridimensionnelle en relativité, en publiant des extensions à quatre dimensions du calcul vectoriel.[53] Deux ans après le discours de Sommerfeld, les chercheurs employaient régulièrement des opérations avec des *Vierervektoren* et des *Sechservektoren*. Sur neuf articles théoriques au sujet de la relativité publiés aux *Annalen der Physik* en 1911, huit firent appel au formalisme minkowskien. Le formalisme quadridimensionnel gagna donc l'approbation des chercheurs assez rapidement.[54]

Une exception qui démontre la règle se présente dans le texte sur la relativité du philosophe et physicien berlinois Max B. Weinstein, dédié à la mémoire de Minkowski en 1913. Weinstein choisit de laisser complètement de côté les systèmes vectoriels, tensoriels, ou des quaternions, en faveur de la représentation en coordonnées cartésiennes orthogonales. Ce choix ne plaisait ni au professeur de mécanique rationnelle à Naples Roberto Marcolongo (1912, 452, n. 14), qui promouvait son propre système vectoriel, ni à Max Born, jeune *Privatdozent* de physique théorique à Göttingen et ancien assistant de Minkowski, qui critiqua le “tas de formules” de

[50]Einstein 1910, 140. Einstein emprunta cette déduction de la loi d'addition des vitesses lors de ses conférences à Princeton en 1921 (Miller 1981, 281, note 4).

[51]Sur cette technique voir Rosenfeld (1988, 270).

[52]Dans son livre sur la relativité, le physicien mathématicien Ludwig Silberstein suggéra qu'à la place de la sphère imaginaire, les étudiants pouvaient étudier les propriétés de la loi de composition des vitesses sur la pseudosphère. De telles surfaces, nota-t-il, se trouvaient dans plusieurs salles de classes de mathématiques ; à son avis, ces surfaces serviraient à rendre ce sujet accessible “even to all those who do not like to think of hyperbolic, and other non-Euclidean spaces” (Silberstein 1914, 179).

[53]Voir chapitre I, § 4.1. Sur l'histoire du calcul vectoriel et tensoriel pendant cette période, voir Reich (1993).

[54]Le raffinement mathématique des contributions aux journaux de physique allemands augmenta d'une façon remarquable à cause de la théorie de la relativité ; voir Jungnickel & McCormmach 1986, vol. 2, 313.

Weinstein. Ces critiques sur le livre de Weinstein reflètent bien la préférence pour les méthodes modernes.

2.7 La trigonométrie hyperbolique et l'espace des vitesses

La négligence de la trigonométrie hyperbolique chez Sommerfeld a été rattrapée rapidement par d'autres savants en dehors de la communauté scientifique allemande. Les travaux que nous passons en revue ici de Alfred A. Robb et Vladimir Varičak reflètent l'intérêt grandissant de la recherche relativiste après 1909.

Propriétaire d'un très grand élevage de boeufs, Robb étudia les mathématiques à Cambridge, et obtint son diplôme de doctorat en physique mathématique sous la direction de Woldemar Voigt à Göttingen.[55] Ses publications sur la relativité se limitent à l'étude de sa structure logique, mais son autorité dans ce domaine était incontestée à Cambridge ; le physicien mathématicien Joseph Larmor considérait Robb comme l'un des acteurs principaux de la théorie de la relativité (Larmor 1938).

En 1911, Robb publia un pamphlet sur la géométrie des systèmes de référence en mouvement uniforme rectiligne, intitulé *Optical Geometry of Motion*. Robb élabora une géométrie de l'espace à trois dimensions caractérisée par l'existence d'un "cône standard", ce qui rappelle l'hypercône de lumière de l'espace-temps de Minkowski. La ressemblance avec le travail de Minkowski est limitée, du fait que Robb ne mentionna pas les notions des groupes de transformations ou des coordonnées imaginaires. En revanche, comme Minkowski et Sommerfeld, Robb adopta une formulation trigonométrique de la vitesse. La réciproque de la tangente hyperbolique de la vitesse devint ce que Robb nomma la rapidité (*rapidity*, p. 9).

Robb reconnaissait l'équivalence entre sa formule de l'addition des rapidités et celle de l'addition des vitesses d'Einstein, à condition que la vitesse de la lumière prenne une valeur constante.[56] Il savait aussi que Sommerfeld déduisit sa formule à partir de la théorie de Minkowski. Néanmoins, il semble avoir trouvé lui-même qu'en général, les vitesses se composent dans l'espace hyperbolique.[57] Robb ne chercha pas à éclairer le rapport entre sa théorie et les travaux d'Einstein, Minkowski et Sommerfeld ; deux décennies plus tard, il reconnut d'une façon directe l'équivalence formelle entre sa théorie et la géométrie de Minkowski (1936, 17-18).

Le pamphlet de Robb comporte un autre aspect novateur, qui concerne la définition opérationnelle d'un référentiel inertiel dans le plan, ou ce qu'il appelait la "configuration permanente". La construction du cadre de référence nécessitait la mesure–par des moyens optiques–des angles de deux triangles équilatéraux dans le même plan. Le cadre de référence était ainsi établi empiriquement, selon Robb, à condition que chaque angle des deux triangles fût égal à 60°. Il éliminait ainsi par stipulation la possibilité d'un référentiel dans le plan non euclidien. Une deuxième exclusion, explicite cette fois, concernait la rotation. Robb considérait deux signaux optiques envoyés dans des sens opposés autour d'un circuit fermé. Le retour simultané des signaux à l'origine signifiait que le référentiel n'était pas en rotation.[58] La géométrie optique de Robb éliminait donc par ces deux stipulations les référentiels dans le plan non euclidien et les référentiels en rotation.

[55] *Jahres-Verzeichnis der an den Deutschen Universitäten erscheinenen Schriften* **19**, 128.

[56] Robb 1911, 29-30. Robb suggéra d'ailleurs que l'unité du temps pourrait être déterminée par la période d'oscillation d'une raie spectrale (p. 32).

[57] Robb 1911, 30. Robb regarda cet espace comme "a kind of Lobatschefskij body", en référence oblique au corps rigide de Born.

[58] Robb savait peut-être qu'Albert A. Michelson (1904) prédit un effet optique du premier ordre en v/c produit par la rotation de la Terre.

L'un des buts annoncés de la théorie de Robb était d'éviter une certaine pratique einsteinienne, où on devait "identifier des instants du temps dans des lieux différents" (1913, 5). Ce que Robb cherchait, autrement dit, était une expression libre de coordonnées de la géométrie conforme de l'espace-temps de Minkowski. Il la trouva en 1914, lorsqu'il fonda sa géométrie optique sur la notion de l'ordre conique (Stachel 1995). Comme ses précurseurs, cette géométrie devait exclure à priori la possibilité de courbure spatiale. Même dans le cadre de la relativité restreinte, les publications de Robb ne semblent pas avoir attiré l'attention des chercheurs.

Les théoriciens s'intéressaient plus au travail de Vladimir Varičak, professeur de mathématiques à l'Université de Zagreb et auteur de plusieurs travaux sur la géométrie hyperbolique. Dans les mains de Varičak, la trigonométrie sphérique de Sommerfeld devint la trigonométrie hyperbolique réelle. Plus que d'autres mathématiciens de son époque, Varičak consacra son énergie au développement de l'interprétation non euclidienne de la relativité.

Varičak retrouva (après Minkowski) la géométrie hyperbolique de l'espace des vitesses, et exprima une variété de formules connues par rapport aux fonctions hyperboliques. La représentation hyperbolique de la vitesse et de la transformation de Lorentz forma la base de son programme. L'emploi des fonctions hyperboliques représentait, selon Varičak, un avantage en concision par rapport aux méthodes euclidiennes. Il en proposa plusieurs exemples, y compris l'interprétation de la transformation de Lorentz en tant que déplacement dans l'espace hyperbolique de Herglotz et Klein, l'expression du temps propre de Minkowski, et la formule de l'aberration de la lumière.[59]

Ses collègues mathématiciens reconnurent l'autorité et les accomplissements de Varičak dans ce nouveau domaine, en l'invitant à faire un rapport à la Société allemande des mathématiciens lors de sa réunion annuelle, qui coïncidait avec celle de l'Association allemande à Karlsruhe en 1911. Deux autres géomètres intervinrent au sujet de la relativité dans la section mathématique, Josef Wellstein (Strasbourg), et Lothar Heffter (Fribourg) ; au total, vingt-deux mathématiciens firent des communications à Karlsruhe.[60]

Nous rappelons que Sommerfeld devait intervenir, lui aussi, à propos de la théorie de la relativité. Mais il ne fit pas, parce qu'il considérait qu'il ne s'agissait plus d'un objet de recherche. La théorie de la relativité, dit-il, faisait partie désormais des "acquis sûrs de la physique" ; il se contenta de parler de la théorie des quanta, avec seulement un bref rappel du formalisme minkowskien (1911, §8).

L'évaluation de Sommerfeld sembla sans doute précoce à Varičak, qui trouvait dans la relativité un champ de recherches encore très fécond, comme le montre son discours à Karlsruhe, et le rythme soutenu de ses publications après 1912. D'un point de vue rétrospectif, on peut donner raison simultanément à Sommerfeld et à Varičak, parce que la production d'articles de recherche commence son déclin en 1911 pour les physiciens, en 1914 pour les mathématiciens.[61]

Varičak était conscient d'une différence d'opinion à propos de l'utilité de la géométrie non euclidienne à la recherche relativiste. À Karlsruhe il rappela les comparaisons du temps relatif et de la géométrie non euclidienne faites auparavant par Minkowski, Planck et Wien, sans critiquer ouvertement la position sceptique des physiciens sur le sujet. Entre-temps, en fait, Wien s'est effectivement rétracté sur l'absence de contact entre la relativité d'Einstein et la géométrie non euclidienne.[62] Selon Varičak, l'opinion des rédacteurs en chef des *Annalen der Physik* sur

[59]Varičak 1912. La métrique de l'espace des vitesses s'étudiait également chez Ogura (1913) et Riebesell (1914). Pour une bibliographie des publications de Varičak en géométrie non euclidienne et ses applications à la théorie de la relativité, voir son livre de 1924.

[60]*L'Enseignement mathématique* **13**, 1911, 514.

[61]Voir la bibliographie de Varičak (1924). Sur la fréquence des publications voir chapitre IV.

[62]Wien élimina toute référence à la géométrie non euclidienne d'une version remaniée de son article de 1909

cette question était complètement réfutée par le succès de l'interprétation non euclidienne de la relativité.[63]

Dans la réalisation de son programme de reformulation Varičak avait donc de quoi être satisfait, mais il s'est demandé pourquoi la relativité s'exprimait aussi élégamment avec des fonctions hyperboliques. La réponse ne tarda pas : en réalité, l'espace phénoménal est hyperbolique. Les phénomènes physiques, dit-il, ont lieu auparavant (*vor sich gehen*) dans l'espace hyperbolique (1912, 105). Varičak ne tira pas de prévisions physiques de son postulat, et il paraît qu'aucun physicien n'y prêta son attention. Chez les mathématiciens, en revanche, le postulat de Varičak faisait des disciples du côté de G. B. Halsted (1914) et Paul Riebesell (1916, 99). Plus sceptique, Eduard Study refusait l'idée que la géométrie hyperbolique pût avoir une signification physique dans le contexte de l'espace-temps de Minkowski, mais sans mentionner le nom de Varičak (1914, 108).

L'interprétation hyperbolique de la relativité bénéficiait d'une diffusion importante, surtout à travers les travaux de Varičak, publiés en polonais, en russe et en français, ainsi qu'en allemand et en serbe. Les théoriciens relativistes ont souvent adopté l'emploi des fonctions hyperboliques. Max Laue, par exemple, alors jeune *Privatdozent* à l'Institut de physique théorique à Munich, rappela la déduction trigonométrique de la loi d'addition des vitesses de Sommerfeld (qui dirigeait l'Institut), et cita le travail de Varičak (1911*b*, 54). Aussi à Munich, mais au département des mathématiques de l'École polytechnique, Heinrich Liebmann exposa quelques-uns des résultats de Varičak dans la deuxième édition de son texte de géométrie non euclidienne (1912, § 38). Quelques années plus tard, on trouve des résumés de la méthode dans les versions allemande et française de l'*Encyclopédie des sciences mathématiques*, aux tomes de physique et de géométrie, respectivement.[64] Très tôt, donc, les physiciens et les mathématiciens de l'Europe continentale avaient à leur disposition des synthèses de la démarche hyperbolique en relativité, dans le style qu'ils connaissaient.

2.8 Le mouvement rigide de Born

Dès son introduction, la théorie d'Einstein dut faire face aux incertitudes par rapport à sa cohérence interne, lorsque les physiciens essayèrent de déterminer les limites de son domaine de validité.[65] Le physicien Walter Kaufmann, par exemple, observa que la contrainte imposée par la théorie de Lorentz-Einstein aux référentiels inertiels voulait dire que son pouvoir d'explication était assez réduit dans le monde réel.[66] Einstein lui-même reconnut que si le principe de relativité s'appliquait à l'électrodynamique, on ne disposait toujours pas d'une dynamique relativiste du corps rigide en mouvement rectiligne (1907a, 381).

Nous avons vu en amont comment la démarche phénoménologique de Minkowski en électrodynamique aboutit à la reformulation quadridimensionnelle de la mécanique du point matériel, à travers la notion du temps propre. La mécanique classique, disait-il alors, n'était que le cas limite de la nouvelle mécanique caractérisée par le groupe de Lorentz, quand on faisait

(voir Wien 1911).

[63] Le rapport de Varičak ne comporte pas mention de son explication psychologique du problème d'Ehrenfest, qui avait moins de succès. Einstein contesta l'explication, en soutenant la validité de l'analyse d'Ehrenfest, ainsi que la réalité de la contraction de FitzGerald-Lorentz. Voir Jammer 1979 ; Miller 1981, 245 ; Einstein 1993*a*, 478. Treize ans plus tard, Varičak nia encore la réalité de la contraction sous son interprétation non euclidienne de la relativité (1924, 77).

[64] Cartan 1915, 43 ; Pauli 1921, 652.

[65] Voir, par exemple, Ehrenfest 1907, 204 ; Einstein 1907, 206 ; Sommerfeld 1907, 841.

[66] *Physikalische Zeitschrift* **7**, 1906, 761.

grandir son paramètre jusqu'à l'infini (1908, 513-4 ; 1909, 105).

Cette relation de limite entre l'ancienne et la nouvelle mécanique rappelait chez quelques savants celle établie en géométrie par Felix Klein aux début des années 1870. S'appuyant sur les travaux du mathématicien de Cambridge Arthur Cayley en géométrie projective métrique, Klein découvrit comment élaborer le rapport entre la géométrie euclidienne et ce qu'il appelait la géométrie elliptique et hyperbolique (Cayley 1859 ; Klein 1871). En bref, la géométrie euclidienne devint un cas à la limite de la géométrie non euclidienne ; il s'agissait de prendre la limite à l'infini du paramètre de la formule de la distance, dont la réciproque de signe opposé était la courbure scalaire de Riemann (Bonola 1955, 162-3).

Dans un discours devant la Société allemande des mathématiciens en 1910, Felix Klein rappelait le point de vue projectif en géométrie qu'il avait soutenu dans le programme d'Erlangen, presque quatre décennies auparavant. Entre-temps, disait-il, ce point de vue était devenu fondamental à "tellement de sujets".[67] Il ne s'agissait pas seulement pour Klein de faire le point sur l'histoire des mathématiques, mais de révéler en plus une application "nouvelle et surprenante", qu'on avait obtenu dans ce que "les physiciens modernes appellent la théorie de la relativité" (1911, 17, 21).

Étant donné que les géométries euclidienne et non euclidienne se comprenaient le mieux en termes d'invariants des groupes de transformations, Klein suggéra que l'étude de la mécanique classique et de la mécanique nouvelle du groupe de Lorentz serait facilitée de la même manière. En tant qu'exemple, Klein montra comment interpréter la transformation de Lorentz comme un déplacement dans l'espace projectif, utilisant la même méthode introduite par Herglotz quelques mois auparavant.[68] Du point de vue de Klein, le fait de contraindre à l'invariance la forme des lois physiques sous l'action d'un groupe de transformations–comme le voulait le principe de relativité de Minkowski–avait l'air d'une conséquence naturelle du programme d'Erlangen.[69]

Nous rappelons que l'analogie établie ici par Klein entre l'ancienne et la nouvelle mécanique, d'une part, et entre la géométrie euclidienne et non euclidienne, de l'autre part, à travers un rapport à la limite, était invoquée souvent dans les exposés de la relativité d'avant-guerre ; ce phénomène s'explique en partie par une connaissance généralisée des principes du programme d'Erlangen.[70] Ces principes étaient bien présents à l'esprit des chercheurs en sciences exactes à Göttingen, par exemple, chez Max Born.

Après des études à Zurich avec Hurwitz, et à Göttingen avec Hilbert, Klein, Minkowski et Voigt, Born passa sa thèse avec Carl Runge en mathématiques appliquées en janvier 1907. Il étudia la physique expérimentale à Cambridge et à Breslau (Wrockław), et devint l'assistant de Minkowski quelques semaines avant la mort de celui-ci. Hilbert lui conféra la responsabilité d'examiner les papiers de Minkowski, dont Born tira une publication.[71]

Pendant l'été 1909, Born mit l'analogie de la géométrie non euclidienne à l'œuvre dans une lettre au physicien théoricien Paul Ehrenfest, afin de le persuader de la validité générale du principe de relativité :

> In mehr als einjähriger Arbeit habe ich mich nämlich davon überzeugt, daß

[67] Sur le programme d'Erlangen voir Rowe 1985 et 1992.

[68] Klein 1911, 26 ; Herglotz 1910. Selon Klein, il développa son interprétation de la transformation de Lorentz lors de son cours de géométrie projective du semestre d'hiver 1909-1910. Klein observa plus tard que sa "façon de penser" n'avait pas pris des racines en physique, mais Sommerfeld regardait la théorie de la relativité générale comme une réalisation de son programme (Klein 1926, vol. 2, 101, note 1 ; Sommerfeld 1919, 302).

[69] Sur le principe de relativité de Minkowski, voir chapitre I.

[70] Voir les notes de Fritz Noether, dans le quatrième volume du texte de Klein et Sommerfeld, *Über die Theorie des Kreisels* (Klein et al. 1910, 939ff.) ; Frank & Rothe 1910, 616 ; Study 1914, ix, 108 ; Klein 1926, Vol. 2, p. 28.

[71] Minkowski et Born, 1910. Sur la carrière de Born, voir Staley (1992).

> das sog. „Relativitätsprincip"der Ausdruck für eine verallgemeinerte Kinematik ist, die die gewöhnliche in *allen* ihren Zweigen als Grenzfall in sich enthält und zu ihr etwa in demselben Verhältnis steht, wie eine hyperbolische Caylei'sche Maßbestimmung (nichteuklidische Geometrie mit negativem Krümmungsmaß) zu der gewöhnlichen euklidischen Geometrie.[72]

L'adoption de cette interprétation du principe de relativité, en tant qu'une cinématique généralisée à travers la géométrie de Cayley-Klein n'est pas particulièrement surprenante chez Born, formé (comme Ehrenfest) en mathématiques et en physique à Göttingen.

La cinématique généralisée dont parlait Born prenait la forme d'une définition covariante du corps rigide, qui s'appuyait sur des contraintes formelles sur son mouvement dans l'espace-temps. En bref, Born définit le corps rigide comme celui dont les points correspondaient à un faisceau de lignes d'Univers avec une distance invariante entre elles dans l'espace-temps, où la distance entre lignes d'Univers se mesurait sur des hyperplans du genre espace, orthogonaux au vecteur tangent. Born présenta son travail à la réunion de l'Association allemande à Salzburg en septembre 1909.[73]

À la fin du mois, Ehrenfest critiqua la définition de Born dans les pages du *Physikalische Zeitschrift* ; il en releva deux conséquences.[74] Il constata d'abord qu'un observateur au repos trouverait que les éléments tangents à la circonférence d'un cylindre rigide (au sens de Born) en rotation uniforme serait plus courts que les mêmes éléments d'un cylindre au repos, tel que $2\pi R' < 2\pi R$. Ehrenfest observa ensuite que le rayon du cylindre en rotation ne se modifierait pas $R' = R$), parce qu'il n'y a pas de composante de mouvement dans ce sens (en accord avec l'interprétation canonique de la transformation de Lorentz). Les deux énoncés, Ehrenfest souligna, se contredisent.[75]

Sans connaître l'argument d'Ehrenfest, l'ancien Privatdozent à Göttingen Gustav Herglotz, alors professeur de mathématiques à Leipzig, fit aussi une étude de la définition de Born. Herglotz interpréta la transformation de Lorentz comme un déplacement dans l'espace hyperbolique, et il trouva la définition de Born inadéquate, parce qu'un corps rigide au sens de Born n'a que trois degrés de liberté en général, au lieu des six du corps rigide en mécanique classique. Néanmoins, Herglotz considérait qu'un corps rigide au sens de Born pourrait tourner autour d'un point avec une vitesse constante. En fait, l'étude de Herglotz, à la différence de celle de Fritz Noether (un ancien élève d'Aurel Voss à Munich), ne prenait pas en considération le cas soulevé par Ehrenfest. Le problème avec la définition de Born, selon Noether, c'était qu'elle ne permettait que la rotation uniforme et la translation.[76]

Dans une lettre à Herglotz (publiée aux *Annalen der Physik*), le mathématicien de Padoue

[72] Born à Ehrenfest, 05.07.09, Museum Boerhaave ; AHQP/EHR-17 ; Staley 1992, 153.

[73] Born 1909*b*, 1909*c*, 1910, 233. Sur le mouvement rigide de Born dans la relativité restreinte et générale, voir Earman 1989.

[74] Ehrenfest 1909, 918. Selon Born, l'impossibilité de mettre un corps rigide en rotation a été abordée par Einstein et Sommerfeld lors de la réunion de l'Association allemande à Salzburg. Einstein fit part de son intérêt dans le problème de rotation dans une lettre à Sommerfeld du 29.09.09, et nota une relation avec son étude des référentiels en mouvement rectiligne accéléré, publiée dans le *Jahrbuch der Radioaktivität* (Einstein 1993b, Doc. 179 ; Stachel 1989*a*). Pais (1982, 216) remarque l'emploi chez Born de la géométrie riemannienne pour définir le mouvement du corps rigide, et suggère qu'Einstein y trouva l'inspiration pour la métrique non euclidienne de la théorie Einstein-Grossmann (1913).

[75] Cette contradiction a été appelée un paradoxe par Varičak (1911).

[76] Herglotz 1910 ; Noether 1910, 932. Quand la note d'Ehrenfest a été publiée, Herglotz expliqua aux lecteurs du *Physikalische Zeitschrift* que même s'il ne connaissait pas l'argument d'Ehrenfest lorsqu'il soumettait son travail sur le mouvement rigide de Born aux *Annalen der Physik*, ses résultats étaient compatibles avec la conclusion d'Ehrenfest (Herglotz 1909, 997). Herglotz et Ehrenfest se sont liés d'amitié pendant leur jeunesse à Vienne, où ils avaient suivi les cours de Boltzmann (Klein 1970, 36 ; Pyenson 1985, 106).

Tullio Levi-Cività remarqua à propos de la définition de Born que du "point de vue physique", la considération des corps rigides dans la théorie de la relativité nécessitait un postulat de l'homogénéité de l'espace (1910, 240). Autrement dit, Levi-Cività croyait, semble-t-il, que le mouvement rigide de Born n'était pas compatible avec la courbure variable de l'espace. Sa remarque put-elle suggérer aux lecteurs des *Annalen* qu'il fallait renoncer à la définition de Born pour rendre compte d'un espace à courbure variable ?

Nous rappelons le fait que peu de savants doutaient de l'homogénéité et de l'isotropie de l'espace.[77] Une exception bien connue se trouve chez William Kingdon Clifford (1845-1879), professeur de mathématiques appliquées et de mécanique à University College London.[78] Selon une remarque de Clifford, une géométrie dynamique fondée sur les idées de Riemann–une fois associée au mouvement de la matière–aurait pu être l'explication fondamentale de tout phénomène physique. L'idée n'a été développée ni par Clifford, ni par personne après lui, peut-être parce qu'on pensait, avec le collègue de Levi-Cività, Francesco Severi, que même si un espace de courbure variable pouvait rendre compte des phénomènes mieux que l'éther solide élastique, il serait toujours une spéculation métaphysique (1910, 24).

Vers la fin de 1907, deux ans après avoir rendu "superflu" l'éther luminifère avec sa théorie de la relativité, Einstein se tourna à l'extension de celle-ci aux référentiels en mouvement uniformément accéléré. D'autres savants suivaient Einstein dans ce sens, y compris Harry Bateman, un maître de conférences de mathématiques appliquées à Manchester qui démontra que les équations de Maxwell étaient covariantes par rapport au groupe conforme de transformations des coordonnées de l'espace-temps.[79] Ce résultat montrait qu'il y a des transformations–plus générales que celles de Lorentz–qui préservent la forme des équations du champ électromagnétique. Il suggérait d'ailleurs qu'au moins en ce qui concernait les phénomènes décrits par ces équations, le principe de relativité pouvait s'étendre aux observateurs autres que ceux en mouvement uniforme rectiligne, auxquels s'appliquait exclusivement la transformation de Lorentz.[80]

C'était dans ce sens que Bateman voyait son travail, dans le contexte de la quête einsteinienne d'une transformation des quantités physiques entre des systèmes de mouvement "plus général" (1910c, 224). Einstein et Bateman se portaient un intérêt réciproque, mais nous n'avons pas de trace d'un contact direct entre les deux hommes à l'époque. En 1917, dans un courrier à Felix Klein, Einstein se souvint qu'il avait le travail de Bateman en main avant d'entamer sa collaboration avec Marcel Grossmann, pendant l'été 1912. Il "confessa" à Klein qu'il ne pouvait pas établir une compréhension physique des transformations de Bateman.[81]

En octobre 1910 Bateman publia un article intitulé"The relation between electromagnetism and geometry", qui concernait surtout le rapport entre la géométrie de l'espace-temps et la géométrie de Laguerre. Il s'agit d'un sujet qui intéressa plusieurs mathématiciens par la suite.[82] Mais Bateman fit aussi mention dans cet article du mouvement rigide de Born ; il rap-

[77]On peut noter l'exception du géophysicien de Göttingen Emil Wiechert, qui proposa une théorie de l'éther fondée sur la propagation anisotrope de la lumière (Wiechert 1911).

[78]Sur les travaux de Clifford en géométrie non euclidienne voir Ziegler 1985, 172.

[79]Bateman et son collègue à Manchester Ebenezer Cunningham démontrèrent la covariance des équations de Maxwell sous l'action du groupe conforme à 15 paramètres (Bateman 1909 ; Cunningham 1910 ; Sànchez-Ron 1987 ; Warwick 1992).

[80]Philipp Frank (1911) démontra que le groupe *linéaire* le plus général laissant invariant la forme des équations de Maxwell est le groupe de Lorentz avec les transformations affines ordinaires. Une élève de Levi-Cività, Clarice Munari (1914) fit une étude semblable, et observa que les transformations du groupe conforme à 15 paramètres ne produisent pas toujours des valeurs finies des coordonnées.

[81]Einstein à Klein, 21.04.17, Niedersächsiche Staats- und Universitätsbibliothek, Felix Klein Nachlass. Je remercie David Rowe de m'avoir signalé cette correspondance.

[82]Bateman représenta un point dans l'espace-temps par une sphère orientée de rayon *ct* ; voir Cartan 1912 ; Ti-

pela comment Minkowski, Born et Herglotz mettaient en relation les chemins des systèmes de particules "connectées", et en suggéra une généralisation. Grâce à sa propre démonstration de la covariance des équations des électrons par rapport au groupe conforme, il semblait à Bateman que les chemins des systèmes de particules devaient encore se lier sous l'action de ce groupe plus général (1910*b*, 625).

Dans un post-scriptum, Bateman reprenait le problème de la représentation du mouvement d'un système de particules connectées. La covariance des équations de l'électron sous le groupe conforme, disait-il, n'impliquait pas la transformation de l'espace-temps entier, uniquement celle des hypersurfaces. Bateman proposa alors une représentation du mouvement par rapport à des hypersurfaces successives, où "the path of a particle is represented by the successive positions of a point on the hypersurface in the successive deformations" (1910b, 628). Autrement dit, Bateman semble avoir envisagé la possibilité d'une représentation covariante du mouvement d'une particule dans l'espace de courbure variable. Or, ses remarques ne précisèrent ni le type de mouvement, ni la nature de la connexion entre les particules du système.

Bateman et Levi-Cività introduisirent la géométrie non euclidienne au cours de l'étude du mouvement rigide de Born, dans lequel ils voyaient une possibilité d'extension du principe de relativité aux référentiels accélérés. Ils disposaient, d'ailleurs, de la technique qui convient à la réalisation de ce programme, à savoir le calcul tensoriel de Ricci et Levi-Cività (Whittaker, 1953, 154-6). Mais ni Bateman, ni Levi-Cività ne proposèrent de solution au problème d'Ehrenfest, dont la difficulté était reconnue par Bateman (voir 1910a, 11). Dans la prochaine section, nous regarderons six réponses au problème de rotation uniforme, qui sont autant d'exemples de l'application de la géométrie non euclidienne à la physique.

2.9 La géométrie de la rotation

Deux physiciens à Cambridge, Harold Donaldson et Gilbert Stead publièrent deux études du problème du disque tournant, dont seulement la seconde fit intervenir la géométrie non euclidienne.[83] Ils commencèrent leur première étude avec une simplification du problème posé par Ehrenfest ; en effet, ils aplatirent son cylindre afin d'en faire un disque. Comme Ehrenfest, ils supposèrent que la longueur des éléments tangents à la rotation rétrécit, lorsque celle des éléments dans le sens radial reste inchangée par rapport aux mêmes éléments au repos.

La contraction des éléments tangents à la rotation, selon Donaldson et Stead, entraînait des tensions dans le disque, qui prenait donc la forme d'une coupe. Or, l'idée selon laquelle l'accélération d'un disque au repos à un état de rotation uniforme induisait des tensions avait été suggérée par Planck (1910*b*), mais les deux physiciens de Cambridge semblaient ignorer ce travail. Ils supposèrent d'ailleurs que la distance de la surface intérieure de la coupe à l'axe de rotation était égale à $r(1-v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$, où r signifie le rayon du disque au repos, et ils considéraient (comme Ehrenfest) la géométrie du disque uniquement du point de vue d'un observateur au repos. Leur "solution quantitative" du problème (modifié) d'Ehrenfest nécessitait un changement dans la forme du disque, qui était observable, au moins en principe (1910, 92, 95).

L'analyse de Donaldson et Stead suscita des critiques acerbes de la part des chercheurs en Angleterre et en Allemagne. Au cours d'un échange polémique avec Ehrenfest sur la possibilité de mettre un disque en rotation rigide, un physicien de la firme optique Leitz à Wetzlar, Vladimir von Ignatowsky se demanda pourquoi la surface du disque serait déformée. Le rai-

merding 1912 ; Ogura 1913 ; Klein 1926, vol. 2, p. 116. Sur le rapport entre la géométrie des sphères, la géométrie non euclidienne et la géométrie improprement euclidienne voir Rosenfeld 1988, 344 ; Gray 1989, §22.

[83] Miller 1981, 269 ; Warwick 1993.

sonnement de Donaldson et Stead, décida-t-il, ne pouvait pas être valide.[84] En Angleterre, la supposition d'une déformation du disque était critiquée par un maître de conférences de physique à Sheffield, W. F. G. Swann. La déformation du disque en dehors du plan de rotation, selon Swann, contredisait le principe de relativité (1911, 342).

Une deuxième solution du problème d'Ehrenfest a été proposée en septembre 1910 par Theodor Kaluza.[85] Fils de Max Kaluza, le *Geheimrat* professeur de langage et littérature anglais à Königsberg (Korolev), Theodor Kaluza obtint un doctorat à Königsberg sous la direction de W. Franz Meyer en 1907. Il continua ses études avec Minkowski à Göttingen, avant de revenir à Königsberg, où il reçut l'habilitation en mathématiques pures et appliquées en 1909 (Folkerts 1977 ; Laugwitz 1986).

Tout comme les physiciens de Cambridge, Kaluza regarda le problème du disque tournant à travers la géométrie analytique. À partir des études du mouvement rigide de Herglotz et de Noether, il voyait le besoin de revoir les fondements géométriques du mouvement dans l'espace-temps, comme il remarqua au début de son analyse :

Dem Relativitätsprinzip gemäß wird man als „Eigengeometrie" eines irgendwie bewegten Körpers (zu einer bestimmten Eigenzeit) im allgemeinen die Geometrie des betreffenden Orthogonalschnittes des Weltlinienbündels anzusehen haben. [Kaluza 1910, 977]

En ce qui concerne les corps en mouvement uniforme rectiligne, Kaluza observa que cette géométrie est euclidienne, mais Herglotz et Noether lui montrèrent que la géométrie des corps en rotation rigide est différente : sur le disque tournant, les lignes d'Univers des points fixes se laissent représenter par des hélices non orthogonales dans l'espace-temps à trois dimensions. La notion de "géométrie propre" (*Eigengeometrie*) ne s'applique pas au disque entier, précisa-t-il. Toutefois, continua Kaluza, elle a lieu lorsqu'il s'agit de la géométrie locale d'un point du disque tournant.[86]

L'analyse de Kaluza fit face à deux problèmes, à savoir la détermination de la géométrie intrinsèque du disque tournant, et de ce qu'il appela les "lois de comparaison du temps". Selon la théorie minkowskienne, la métrique détermine les mesures spatio-temporelles, mais Kaluza ne fournit pas celle qui correspond à son analyse. Nous pouvons la reconstruire à partir des conditions énoncées, dont la plus essentielle est celle-ci : les droites hélicoïdales décrites par un point fixe du disque tournant dans l'espace-temps doivent coïncider avec les droites de la géométrie spatiale qui traversent ce même point. Les géodésiques spatiales du disque tournant, autrement dit, sont les projections des lignes d'Univers décrites par les points du disque sur un plan normal à l'axe de rotation. On comprend qu'il s'agit d'une métrique de la forme $ds^2 = c^2dT^2 - d\lambda^2$, où dT désigne le temps local de l'observateur sur le disque tournant, et $d\lambda$ signifie la longueur d'arc. L'expression pour la longueur d'arc elle-même est compatible avec une application de la contraction de FitzGerald-Lorentz–ce que Kaluza ne dit pas, d'ailleurs. En coordonnées polaires, Kaluza exprima la longueur d'arc

$$s = \int \sqrt{1 + \frac{r^2}{1 \pm r^2}\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2}\, dr,$$

où l'ambiguïté de signe reflète la possibilité mathématique de vitesses plus rapides que la vitesse de propagation de la lumière.[87] Il l'identifia aussitôt comme celle d'une géométrie lobachevskienne particulière, et laissa à ses lecteurs le soin de tirer leur propre conclusion vis-à-vis

[84]M. Klein 1970, 153-4 ; Einstein 1993*b*, 251 ; von Ignatowsky 1910, 630.

[85]Stachel 1989.

[86]La géométrie propre de Kaluza ne s'applique pas en général sur le disque tournant, parce qu'il n'y a pas de série d'hypersurfaces successives pour laquelle les lignes d'Univers sont orthogonales.

[87]Max von Laue (1921, vol. 2, 143) déduisit cette métrique de la façon suivante. Prenons un système *S'* tournant

du problème d'Ehrenfest, qu'il ne mentionna jamais.[88] À partir de l'expression de la longueur d'arc, la détermination de l'équation des géodésiques est un exercice de géométrie analytique ; sur un plan normal à l'axe de rotation, Kaluza trouva la formule

$$\varphi - \varphi\_0 = \text{arc } \cos \frac{r\_0}{r} \pm r\_0\sqrt{r^2 - r\_0^2},$$

où r_0 se comprend d'habitude comme la distance à l'origine, ce qui coïncide dans ce cas avec l'axe de rotation.[89]

Si l'on cherche la droite qui passe entre deux points, observa Kaluza, on tombe sur l'expression "connue en astronomie comme 'l'équation de Kepler"',

$$\Phi = \Psi \pm R \sin \Psi.$$ [90]

Kaluza a-t-il donc considéré que la géométrie riemannienne du disque tournant se rapportait à la loi des forces centrales, ou aux forces centrifuges de la mécanique classique ? Dans ce sens, Einstein aurait été un précurseur, lorsqu'il postula l'équivalence du champ de gravitation avec le champ d'accélération. Mais Einstein ne postula cette équivalence qu'à propos des systèmes de références uniformément accélérés en mouvement *rectiligne* (1907, 454). Chez Kaluza, de toute façon, la géométrisation des forces reste implicite, et une fois données les formules de la longueur d'arc et des géodésiques, Kaluza termina son étude de la géométrie spatiale du disque tournant.

Il lui restait, bien sûr, la question du temps. Kaluza observa d'abord que le temps de l'observateur en rotation dépend de son chemin, ce qui fait qu'une horloge synchronisée de proche en proche autour d'un circuit fermé montre une "erreur de fermeture" (*Schlußfehler*) par rapport au temps propre. Kaluza précisa que l'erreur de fermeture est égale à l'intégrale curviligne

$$\int \frac{r^2 d\varphi}{\sqrt{1 \pm r^2}}.$$

Si nous introduisons les constantes supprimées par Kaluza, cette expression s'évalue à $2\omega A/c^2$ au premier ordre d'approximation, où A signifie l'aire de la projection du circuit sur le plan normal à l'axe de rotation.[91]

---

avec une vitesse ω par rapport au référentiel au repos S, et deux points voisins en coordonnées polaires (r, φ) et $(r, \varphi + d\varphi)$. Pour mesurer la distance entre ces points, un observateur dans S' se sert d'une barre rigide de longueur $rd\varphi$ dans S ; sa vitesse est $v = r\omega$ par rapport à S. Pourvu que la transformation de Lorentz reste valable en S', la longueur de la barre y est réduite par $(1 - r^2\omega^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$, où c signifie la vitesse de propagation de la lumière *in vacuo* (Kaluza mit ω et c égales à 1). L'observateur dans S' trouve donc que les deux points sont séparés par une distance $rd\varphi(1 - r^2\omega^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$. La métrique spatiale s'écrit alors selon la loi de Pythagore : $d\lambda^2 = dr^2 + r^2d\varphi^2\ (1 - r^2\omega^2/c^2)^{-1}$. Du point de vue purement cinématique, la vitesse des éléments tangents à la rotation dépasse celle de la lumière lorsque $r\omega > 1$; l'ambiguïté de signe se résout dès qu'on précise la longueur du rayon et la vitesse de rotation.

[88] Dans le domaine réel ($r\omega < c$), la métrique spatiale de Kaluza correspond à une géométrie hyperbolique dans laquelle la courbure varie avec la distance de l'origine des coordonnées. On voit aisément que le rapport de la circonférence au rayon est plus grand que 2π.

[89] L'ambiguïté de signe disparaît lorsqu'on choisit r et ω. Kaluza ne révèle pas comment il obtint cette expression ; pour la dérivation d'une formule équivalente, voir Arzeliès 1955, §102. Après la réintroduction des constantes, l'expression des géodésiques a la forme $\varphi - \varphi_0 = \text{arc} \cos r_0/r \pm r_0\omega^2/c^2\ (r^2 - r_0{}^2)^{\frac{1}{2}}$.

[90] L'analogie emploie la substitution $\Psi = \text{arc} \cos r_0/r$, tel que $R \sin\Psi = \pm R/r\ (r^2 - r_0{}^2)^{\frac{1}{2}}$, et $R = rr_0$.

[91] Le sens de l'expression de l'erreur de fermeture se laisse reconstruire de la façon suivante. Prenons le carré de la longueur d'arc s, et réécrivons-le dans la forme $d\lambda^2 = dr^2 + r^2d\varphi^2/(1 - r^2\omega^2/c^2)$. Alors par substitution,

L'existence d'une erreur de fermeture signala à Kaluza la possibilité de mettre en évidence la rotation terrestre. Un signal optique envoyé autour de la Terre à l'équateur, prédit-il, montre une erreur de fermeture de vingt microsecondes. Il prit soin de préciser qu'une confirmation de l'effet ne mettrait pas en cause la théorie de la relativité.[92]

Publié dans le *Physikalische Zeitschrift* sous un titre générique–"La théorie de la relativité"–l'article de Kaluza n'attira pas l'attention des savants. Cette indifférence apparente s'explique sans difficulté par des circonstances internes et externes. La concision extrême de son style (y compris l'argument, l'expression mathématique et l'absence de références), et sa considération peu orthodoxe de vitesses au dessus de celle de la propagation de la lumière exigeaient de ses lecteurs un niveau extraordinaire de raffinement mathématique, d'attention, et de tolérance. Il est peu probable qu'une indulgence de ce genre aurait été accordée à un inconnu comme Kaluza, jeune *Privatdozent* de mathématiques sans le moindre publication en physique, et apparemment sans soutien dans la communauté de physique théorique.[93]

La réception des idées de Kaluza a sans doute souffert aussi du déclin d'intérêt dans le problème de rotation rigide. Quelques mois avant la publication de l'article de Kaluza, et dans la même revue, Max Planck annonça que le concept du corps rigide était une abstraction dont la théorie de la relativité n'avait pas besoin, parce que la déformation d'un corps accéléré se laissait aborder comme un problème d'élasticité (1910*b*).[94] Évidemment, par rapport à la théorie de l'élasticité, ce qu'un commentateur appela la "géométrie supérieure" (*higher geometry*) de la solution de Kaluza aurait semblé trop exotique même aux physiciens théoriciens les plus adroits en mathématiques.[95]

Les événements montrèrent que Kaluza était sur le bon chemin. À travers des mesures interférométriques, un physicien à la Sorbonne, Georges Sagnac confirma l'existence de l'erreur de fermeture prédite par Kaluza. Apparemment, Sagnac ignorait ce travail, car il interpréta son résultat comme une preuve de l'existence de l'éther luminifère (1914, 195). Kaluza lui-même s'arrêta de publier dans le domaine relativiste jusqu'en 1921, date à laquelle sortait sa théorie d'unification des forces électromagnétiques et gravitationnelles en cinq dimensions, appelée

---

la métrique spatio-temporelle implicite de Kaluza est $ds^2{}_K = c^2dT^2 - dr^2 - r^2d\varphi^2/(1 - r^2\omega^2/c^2)$. Le temps local sur le disque tournant, dT, s'exprime dans les coordonnées du laboratoire dt à travers une transformation ; la méthode est connue en relativité générale, et Einstein l'employa dans un cahier vers 1912 (voir Einstein 1995, Doc. 10, p. 8). Réécrivons la métrique de Minkowski en coordonnées polaires (r', φ', t'), $ds^2 = cdt'^2 - dr'^2 - r'^2d\varphi'^2$, et désignons les coordonnées stationnaires du système tournant r, φ, t. Introduisons la transformation $r' = r, \varphi' = \varphi + \omega\, t, t' = t$, ce qui fournit la métrique en coordonnées inertielles : $ds^2{}_I = (c^2 - \omega^2r^2)\, dt^2 - 2\omega r^2d\varphi dt - dr^2 - r^2d\varphi^2$. L'équivalence des métriques $ds^2{}_K$ et $ds^2{}_I$ nous permet d'écrire une expression différentielle pour le temps local : $dT = (1 - \omega^2r^2/c^2)^{\frac{1}{2}}dt + \omega r^2/c^2\, (1 - \omega^2r^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}d\varphi$. Cette différentielle n'est pas exacte, mais elle respecte l'isotropie locale de la propagation de la lumière pour les observateurs en rotation (voir Langevin 1935 et Dieks 1991). Le premier terme à droite de l'égalité est le temps propre en coordonnées polaires. Le second terme est une 'correction' spatiale liée à la rotation ; elle est égale à l'erreur de fermeture de Kaluza, pourvu qu'on choisisse les constantes $\omega = c = 1$, et $r\omega < c$.

[92]Albert A. Michelson signala l'existence d'un effet optique de rotation du premier ordre en v/c (appelé aujourd'hui l'effet Sagnac) en 1904, mais une erreur de calcul lui fit prévoir la moitié de l'effet de Kaluza. Une source probable de l'expérience de Kaluza est Fritz Noether, qui suggère en 1910 de revoir l'expérience de Michelson et Morley (1887) du point de vue de la rotation rigide. Paul Langevin (1935, 51) retrouva l'erreur de fermeture de Kaluza, ainsi que sa grandeur en cas de circumduction terrestre à l'équateur. Sur les applications récentes de l'effet, voir Soffel & Herold (1988).

[93]Le travail de Kaluza n'aurait pas plu au professeur de physique théorique à Königsberg Paul Volkmann, qui assimila la théorie de Minkowski à la métaphysique (1910, 149).

[94]L'intérêt physique du corps rigide de Born s'effaça encore plus lorsque Max Laue montra que l'existence d'une vitesse maximale de propagation de signaux implique l'attribution d'un nombre infini de degrés de liberté au corps rigide lorsqu'on le met en mouvement (Laue 1911*a*, 85 ; Pauli 1958, 131).

[95]*Science Abstracts-Physics* 1911, 78.

aujourd'hui la théorie de Kaluza-Klein, où il suivit une démarche similaire à celle de sa théorie du disque tournant.[96]

À peu près au même moment que la sortie du premier article de Kaluza, Donaldson et Stead révisèrent leur analyse de la géométrie du disque tournant.[97] Ils retinrent la coupe inventée auparavant, mais ils décidèrent qu'il s'agissait d'un *modèle* de la vraie géométrie du disque. Car, si le disque ne se déforme pas quand on le met en rotation, alors

we should have, owing to the lessening of the circumference and the invariability of the radius, a change in the value of the "constant" π, whereby we are transformed to a "real curved space." This cuplike representation of our disk is a method of representing the contracted disk in ordinary space, and the results obtained by considering it will still hold good, even if the disk really remain plane.[98]

La rectification de la géométrie du disque ne changea en rien leurs calculs, parce qu'ils assumèrent partout que la surface de la coupe dans l'espace ordinaire était une image adéquate de la véritable géométrie non euclidienne du disque tournant.

En contraste avec la contribution de Kaluza, les deux articles des physiciens de Cambridge ne révèlent aucune connaissance des techniques de la théorie minkowskienne ou de la géométrie riemannienne ; en toute probabilité, leur formation ne leur laissa pas d'alternative à la méthode adoptée au début, c'est-à-dire, l'étude de la géométrie d'une surface concave plongée dans l'espace ordinaire. L'avantage qu'ils tiraient de la géométrie non euclidienne était donc nul, à une exception. En effet, ils ne supposèrent plus que les éléments du disque sortent du plan de rotation, ce qui éliminaient la source des critiques mordantes lancées à leur encontre par Ignatowsky et Swann, comme nous l'avons vu plus haut.

L'adoption de la géométrie non euclidienne chez Donaldson et Stead s'accompagnait d'une autre innovation par rapport à leur premier essai. Auparavant, nous rappelons qu'ils suivirent la même méthode qu'Ehrenfest, qui ne prit en considération que le point de vue d'un observateur au repos. Leur second essai introduisit le point de vue d'un observateur en rotation. À travers cette démarche, toutefois, le modèle de la coupe se révéla insatisfaisant. D'après le modèle, la longueur d'une circonférence du disque en rotation se contracte par rapport à celle du disque au repos. Or, selon Donaldson et Stead, les observateurs au repos et ceux en rotation uniforme s'accordent sur le nombre de révolutions accompli pendant une durée déterminée, ce qui veut dire que l'unité du temps sur la coupe s'agrandit en proportion inverse à la contraction de la circonférence (1911, 320).

Ce dernier résultat s'accordait d'une façon qualitative avec l'interprétation orthodoxe du comportement des horloges idéales dans un système de référence en mouvement uniforme rectiligne. Donaldson et Stead s'en félicitaient, en disant qu'avec le modèle de la coupe on disposait d'une méthode "directe et très fiable pour passer des unités de longueur aux unités de temps". Le modèle de la coupe, ils reconnurent toutefois, ne se prête pas à la démonstration du phénomène de contraction des longueurs, mais pour eux il s'agissait d'un défaut mineur, parce qu'une telle démonstration avait été établie déjà ailleurs pour le cas du mouvement rectiligne.

[96]Kaluza 1921, 966. Il y a une ressemblance méthodologique frappante entre la décomposition spatio-temporelle de la métrique du disque tournant, et celle de la théorie d'unification. Dans celle-ci, la métrique à cinq dimensions est composée d'une métrique de l'espace-temps à quatre dimensions, et un vecteur de potentiel électromagnétique à quatre dimensions. L'indifférence générale à son travail de 1910 a peut-être incité Kaluza à envoyer sa prochaine contribution à la théorie de la relativité directement à Einstein, qui lui fit part, en réponse, de son admiration pour "l'unité formelle" de la théorie. Einstein ne communiqua le mémoire à l'Académie des sciences de Berlin que deux ans plus tard ; voir Einstein à Kaluza, 05.05.19, cité par Pais 1982, 330.

[97]Le mémoire de Kaluza parut le 01.11.10, et on publia le deuxième article de Donaldson et Stead en mars 1911. Apparemment, celui-ci a été rédigé le 31.10.10.

[98]Donaldson et Stead 1911, 319-20.

Leur opinion de la validité de la théorie de la relativité ne changea pas–cette théorie s'appliquait sans contradiction au cas de rotation uniforme.[99]

À Londres, le professeur de mathématiques appliquées et théoricien de l'atome John W. Nicholson applaudit leur solution "ingénieuse" du problème d'Ehrenfest, à travers la déformation du disque tournant.[100] En effet, Nicholson affirma que c'était là la seule façon de représenter les phénomènes en "géométrie ordinaire". Mais d'autres savants continuaient à voir une contradiction dans leur démarche, comme le mathématicien Percy J. Daniell. Selon lui, il y en avait une entre la déformation du disque et le présupposé de sa rigidité. En revanche, la théorie relativiste de l'élasticité de Herglotz (1911), d'après Daniell, laissait ouverte la possibilité de regarder les corps en mouvement comme "quasi rigides" (*semi-rigid*, 1915, 754). La rotation d'un corps quasi rigide autour d'un axe stationnaire, décida Daniell, était compatible avec le principe de relativité. Daniell considéra que son analyse avait épuisé le sujet, parce que la grandeur des effets relativistes était tellement minuscule que l'expérience ne pouvait pas "trancher entre la mécanique newtonienne et relative" (1915, 760).

Lorsqu'on compare la démarche de Donaldson et Stead à celle de Kaluza, on est frappé par les différences dans l'habilité du maniement des concepts relativistes et mathématiques. Néanmoins, dans les deux cas, ces chercheurs trouvèrent que la géométrie spatiale du disque tournant est non euclidienne. Donaldson et Stead arrivèrent à cette conclusion à partir du fondement étroit des conventions de mesure einsteiniennes pour des référentiels en mouvement uniforme et rectiligne, sans le bénéfice de la combinaison puissante faite par Kaluza de la relativité minkowskienne et la géométrie riemannienne.[101]

Notre prochain exemple de l'application de la géométrie non euclidienne à la physique vient d'un mathématicien minkowskien à Paris, Émile Borel. Ancien élève de Poincaré et maître de conférences à l'École normale supérieure, Borel y était également sous-directeur des études depuis 1910. Vers 1911-1912, Borel entreprit une étude "géométrique" de la théorie de la relativité, "sous la forme que lui a donnée le regretté Minkowski", et fit quelques découvertes qu'il communiqua aussitôt à l'Académie des sciences et aux étudiants de son cours à la Sorbonne. Au coeur de son travail est la notion d'un espace des vitesses (ou espace "cinématique", dans le langage de Borel), dont la géométrie est hyperbolique ; apparemment, Borel ignorait au début les travaux de Sommerfeld, Varičak, Robb et d'autres dans ce domaine. Par conséquent, sa contribution semble découler directement de son étude de la théorie de Minkowski.[102]

Borel remarqua donc à son tour la géométrie hyperbolique de l'espace des vitesses. L'un des avantages principaux de cette représentation, selon Borel, réside dans l'établissement d'un énoncé symétrique de la loi de composition des vitesses. En fait, Borel considéra "défectueuse" l'assertion einsteinienne selon laquelle l'orientation de la somme vectorielle de deux vitesses non parallèles n'est pas commutative. Dans son espace cinématique, la symétrie est parfaite, pourvu qu'on dispose d'un troisième observateur inertiel, ce qui permet la construction d'un

[99] Donaldson et Stead 1911, 324.

[100] Nicholson 1912. Classé 12e *Wrangler* dans les *Mathematical Tripos* de 1904, Nicholson enseignait au laboratoire Cavendish avant d'être nommé à une chaire de mathématiques à l'Université de Londres en 1911 (Wilson 1956 ; Warwick 1993).

[101] Andrew Warwick (1993, 21) propose une autre lecture de l'analyse de Donaldson et Stead, qu'il considère être "completely inconsistent with Einstein's interpretation of relativity." Il faut rappeler que la pensée d'Einstein est inconnue, parce qu'il n'avait rien publié sur la question de la physique en rotation. Aucun consensus n'existait à l'époque sur le comportement des barres rigides et des horloges idéales dans un référentiel tournant. Même dix ans plus tard la question attendait une réponse convaincante ; comme le remarquait Eddington (1921, II, 19), "savoir quel est le temps véritable dans [un] système en rotation, c'est difficile".

[102] Voir Borel 1913a, 1913b, 1914. Langevin informa Borel de la priorité de Sommerfeld, et Varičak lui demanda une reconnaissance de sa priorité à propos de l'espace hyperbolique ; Borel reconnut la priorité de Sommerfeld, Varičak et Robb (voir 1913b).

tétraèdre dans lequel figurent les vitesses relatives (1913*b*). Une présentation symétrique de l'addition des vitesses s'obtint ainsi chez Borel, au prix d'un point-observateur supplémentaire.

Lors de son étude de l'espace cinématique, Borel tomba sur un phénomène "assez curieux" : un système de référence accéléré qui semble être en translation rectiligne aux observateurs solidaires du système peut se révéler être en rotation par rapport aux observateurs inertiels.[103] Pour l'expliquer, Borel rappela qu'un vecteur transporté parallèle à soi-même autour d'un circuit fermé sur une sphère subit un changement d'orientation proportionnel à l'aire du circuit. Dans la représentation de l'espace cinématique sur la pseudosphère, Borel observa, on rencontre le même comportement. En effet, si le point-vitesse d'un système décrit un circuit fermé dans l'espace cinématique tel que ses axes restent stationnaires par rapport aux observateurs solidaires de son mouvement, la grandeur de la rotation des axes (selon l'observateur de vitesse constante et égale à la vitesse initiale et terminale du système accéléré) est égale à l'aire du circuit.

Borel proposa l'exemple d'un système en orbite de rayon R avec une vitesse ω, pour lequel il estimait que la rotation des axes serait de l'ordre de $R^2\omega^2/c^2$, et la précession de l'ordre de $R^2\omega^3/c^2$.[104] Comme s'il prévoyait la difficulté de suivre l'explication de son effet à partir de l'espace cinématique, Borel souligna dans sa Note à l'Académie des sciences qu'il s'agissait d'une conséquence directe de la structure de la transformation de Lorentz. En fait, lors de ses conférences à la Sorbonne, il déduisit la géométrie de l'espace des vitesses à partir de la forme minkowskienne de cette transformation (1914, 42).

Le regard de Borel ne se limita pas à la cinématique pure des référentiels accélérés, mais s'étendit à la prédiction d'un vecteur *physique* montrant une précession relativiste. Il pensait que l'effet pourrait se manifester dans un cas de mouvement périodique rapide d'une particule ; il prit l'exemple d'un rayon orbital de 10^{-12} cm et une vitesse de 3 x 10^{15} révolutions par seconde, ce qui devait produire une vitesse de précession de trente révolutions par seconde. Borel observa d'ailleurs que son effet ouvrait un nouveau champ théorique, parce que le problème de la rotation d'un solide se laissait considérer désormais du seul point de vue du mouvement de ses particules.[105]

L'effet de Borel ne semble pas avoir suscité de commentaires à l'époque, mais deux jeunes mathématiciens à Göttingen, Ludwig Föppl et Percy Daniell arrivèrent indépendamment à une conclusion comparable, lors d'une étude de la cinématique de l'électron rigide de Born. Présenté par David Hilbert à l'Académie des sciences de Göttingen, leur mémoire signala que le sujet avait été abordé par Hilbert pendant son cours d'été 1913, sur la théorie de l'électron rigide.[106] Föppl et Daniell choisirent d'exprimer l'orbite de l'électron en fonction du temps propre, et ils trouvèrent que dans chaque révolution, par rapport à un observateur au repos, l'électron effectue une rotation de $2\pi\ (1-\gamma)$ dans le sens opposé à celui de la vitesse orbitale, où $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ (p. 529). Pour des vitesses petites par rapport à la vitesse de la lumière ($v << c$), et en négligeant la différence de signe, le résultat de Borel s'accorde avec celui de Föppl et Daniell.

Une fois de plus, les résultats s'accordent, sans que la méthode analytique adoptée soit

[103] Borel 1913*a*, 215, 217 ; Stachel 1995. Borel se réfère à un système où les accélérations intrinsèques sont rectilignes, c'est-à-dire, un système dans lequel les vecteurs spatiaux n'ont pas de rotation. Sur ces systèmes voir Misner et al. 1973, 170.

[104] Nous modifions la notation pour faciliter les comparaisons. Dans les unités de Borel, la vitesse de propagation de la lumière est 1 ; il négligea les facteurs de 2π.

[105] Borel 1913a. Nous convertissons les valeurs de Borel pour faciliter les comparaisons. L'exemple de Borel suggère que la précession a le même sens que la vitesse de la particule, ce qui est inexact.

[106] Föppl et Daniell 1913, 519, note 2. Sur l'intérêt de Hilbert aux questions de la physique à cette époque, voir Corry 1996.

semblable. La démarche de Borel s'appuyait sur la théorie des groupes ; il commença son cours de relativité avec un rappel des fondements de la géométrie projective, puis il évolua vers la géométrie hyperbolique de l'espace des vitesses, et la géométrie de l'espace-temps à quatre dimensions, en négligeant les méthodes variationnelles, notamment. Borel observa dans sa Note à l'Académie des Sciences qu'il avait pu se passer de la notion du temps propre, grâce à l'introduction de son espace cinématique (1913a).

Il se trouve que Föppl et Daniell fondèrent leur démarche sur ce même concept du temps propre. Selon eux, l'utilisation de ce concept offrait un avantage essentiel dans le cas qui les occupait : il leur permettait de se dispenser de la métrique du système au repos (1913, 528). Le formalisme minkowskien convenait ici aux démarches conçues différemment ; c'est un exemple de la flexibilité de la théorie "absolue" de Minkowski.

En dépit de leur identification commune d'un effet déduit de la structure de l'espace-temps, le travail de Borel, Föppl et Daniell ne semble pas avoir retenu l'attention des chercheurs. Certes, ils ne fournirent pas le phénomène physique capable de confirmer l'existence de l'effet, à tel point que les physiciens expérimentateurs n'avaient pas de phénomène précis à étudier. Or, comme John Stachel nous fit remarquer en 1993, un vecteur physique qui présente les caractères de l'effet attendu par Borel sera identifié en 1926 par un jeune théoricien formé à Cambridge, L. H. Thomas, en connexion avec la découverte du spin de l'électron. Pour le cas particulier du mouvement uniforme circulaire, l'expression exacte déduite par Thomas s'accorde avec celle de Föppl et Daniell.[107] L'étude des corps en rotation du point de vue de la cinématique des particules de matière envisagée par Borel fit surface au début des années 1970, lorsque D. H. Weinstein (1971) avança l'hypothèse d'une métrique non statique du disque tournant, à cause de la précession de Thomas.

Les travaux de Kaluza, Donaldson et Stead, Borel, Föppl et Daniell concernaient tous la cinématique pure de la rotation, au moins en partie. Dans le contexte du disque tournant, les forces d'accélération entrèrent en considération en mars 1912, dans un mémoire de Michael L. Frank. Ingénieur russe dans l'entourage de Paul Ehrenfest, Frank rappela une prédiction d'Einstein fondée sur le principe d'équivalence, selon laquelle les rayons de lumière traversant un champ de gravitation décrivent un chemin courbe. Alors, si les phénomènes physiques sont les mêmes dans un référentiel tournant et libre de champ de forces, ou dans un référentiel sans rotation mais doté d'un champ de forces, Frank observa que dans ce dernier cas le chemin de la lumière est courbe. Sur un disque–élastique–en rotation, Frank trouva donc qu'un rayon de lumière suit un chemin courbe, et que le signe de courbure dépend du sens du rayon par rapport à la rotation du disque. Le changement qui intervient dans le signe de courbure, nota Frank, est essentiellement le même que celui qui a lieu lorsqu'un point matériel se déplace librement sur une sphère tournante, où l'on rencontre la force de Coriolis. Le mémoire de Frank ne communiqua pas de calculs, juste un dessin du chemin suivi par un rayon de lumière sur un disque tournant (voir Figure 2). La figure montre deux arcs fléchés de courbure opposée, qui se rencontrent au point de réflexion B.[108]

Sollicité par Frank, Ehrenfest traduisit son manuscrit et le soumit au *Physikalische Zeitschrift*. Il se sentit obligé d'en parler avec Einstein, puisque celui-ci lui avait suggéré le même

[107]Voir Stachel 1995, 278. L. H. Thomas (1927) déduisit une expression exacte pour la précession :

$\Omega = -1/v^2\ (\gamma - 1)[v \times dv]$, où $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$. Comme l'observe C. Cuvaj, Sommerfeld retrouva, en suivant une idée de Langevin, le facteur de Thomas à partir des lois trigonométriques appliquées aux composantes de spin de l'électron en orbite libre de moments ; Sommerfeld interpréta les composantes comme des arcs sur une sphère imaginaire (Sommerfeld 1932 ; Cuvaj 1971, 118). C'était aussi l'occasion de rappeler sa démonstration de la loi générale d'addition des vitesses, vingt-deux ans auparavant.

[108]Le dessin de Frank nous rappelle un modèle de la géométrie hyperbolique de Poincaré ; de telles images apparaissent dans le livre de géométrie de Wellstein & Weber (1905, 56).

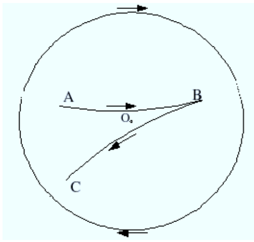

FIG. 2.2 – La cinématique de la gravitation d'après Michael Frank.

exemple quelques temps auparavant.[109] Après avoir vu le dessin de Frank (voir Figure 2), Einstein remarqua qu'il était "très beau". Apparemment, il avait déjà soumis pour publication une étude sur la gravitation et la propagation de la lumière, qui commençait par une discussion des forces exercées sur un disque tournant.[110] Chez Einstein, il s'agissait, à travers le principe d'équivalence, d'un champ statique de gravitation. Un observateur en rotation avec le disque, observa Einstein, trouverait que le rapport entre sa circonférence et un diamètre différait de π. Pour Einstein, cela voulait dire que les "présupposés physiques" qui sous-tendent la validité de la géométrie ordinaire dans un référentiel inertiel "ne s'appliquent pas, probablement" dans les référentiels tournants.[111] À partir de la contraction de FitzGerald, Einstein arriva donc à la même conclusion que Kaluza, Donaldson et Stead : la géométrie intrinsèque du disque tournant est non euclidienne.

Les conclusions tirées de la contraction de FitzGerald-Lorentz et du principe d'équivalence par Einstein et Frank sont compatibles mais bien distinctes. Le raisonnement de Frank s'appuya sur une analogie avec la mécanique classique ; Frank ne suggéra pas que son exemple de propagation lumineuse curviligne contredisait la géométrie d'Euclide–la courbure des trajectoires lumineuses sur le disque tournant était seulement une conséquence curieuse du principe d'équivalence. Selon Ehrenfest, il s'agissait plutôt d'une violation du principe de relativité.[112]

En fait, la prédiction de Frank s'accorde avec les calculs faits deux ans plus tard par Georges Sagnac et Paul Harzer, à partir de la théorie optique de Fresnel. Directeur de l'observatoire de Kiel, Harzer analysa la propagation de la lumière dans des prismes montés sur un disque tournant, et trouva que les rayons se propagent selon des trajectoires curvilignes. Les mesures

[109] Ehrenfest à Einstein, brouillon de lettre sans date, transcrit dans Einstein 1993b, Doc. 380. Le titre originel du manuscrit de Frank n'est pas celui de la version publiée ; Frank posait la question : *Ist das Beschleunigungsfeld der gleichförmigen Rotation durch ein Gravitationsfeld ersetzbar ?* (Museum Boerhaave ; Archives for History of Quantum Physics EHR-32).

[110] Einstein à Ehrenfest, 25.04.[12], transcrite dans Einstein 1993, Doc. 384 ; Einstein 1912. Einstein semble avoir rédigé son mémoire sans connaître le travail de Frank. L'article de Frank a été reçu au bureau du *Physikalische Zeitschrift* le 07.03.12, ou dix jours après l'arrivée de celui d'Einstein au bureau des *Annalen der Physik*. Peu satisfait de son article, Einstein demanda son retour à Wien, et puis il changea d'avis, en expliquant qu'au moins comme ça on pouvait voir comment il trouva ses formules (Einstein à Wien, 11.03.12, transcrite dans Einstein 1993b, Doc. 371). La lettre d'Ehrenfest sur l'article de Michael Frank a peut-être motivé le changement. Ensuite, Einstein se montra impatient de voir la publication de son article et un autre sur le même sujet (Einstein à Besso, 26.03.12, transcrite dans Einstein 1993b, Doc. 377).

[111] Einstein 1912, 356 ; Stachel 1989, 49. Einstein étudia la cinématique du disque tournant dans le contexte d'une théorie scalaire de la gravitation, où la vitesse de propagation de la lumière dépendait de la distribution de la matière. Les calculs par rapport aux référentiels tournants se révélèrent compliqués–Ehren-fest trouva une source d'amusement dans l'instabilité des résultats d'Einstein (Ehrenfest à Lorentz, 10.08.13, Collection Lorentz, Rijksarchief in Noord-Holland te Haarlem ; AHQP/LTZ-4). Abandonnées par Einstein, les théories scalaires attirèrent d'autres théoriciens, tel Felix Kottler, qui y appliqua le calcul tensoriel, en prenant les chemins de la lumière pour des géodésiques d'un espace non euclidien (Kottler 1914, 510).

[112] Ehrenfest à Einstein, brouillon de lettre sans date, transcrit dans Einstein 1993, Doc. 380.

et l'analyse de Sagnac l'ont convaincu que la géométrie optique du disque tournant est effectivement non euclidienne, du point de vue des observateurs en rotation.[113] La propagation curviligne de la lumière sur le disque tournant se déduisait alors aussi bien des hypothèses classiques que relativistes, et comptait déjà une confirmation expérimentale en 1913. Toutefois, nous avons vu que la reconnaissance de l'effet de Kaluza n'entraînait pas toujours la conclusion que la géométrie intrinsèque du disque est non euclidienne.

2.10 Épilogue

Dans son programme d'extension du principe de relativité, l'un des but d'Einstein était de pouvoir considérer "la rotation [comme] au repos".[114] Il croyait que la théorie de la relativité généralisée et de la gravitation qu'il publia en 1913 avec le mathématicien zurichois Marcel Grossmann lui permettait d'obtenir des force centrifuges à partir du champ métrique d'un référentiel tournant (avec les conventions de mesure de la relativité restreinte). Plus tard, Einstein se rendit compte qu'il ne s'agissait pas d'une conséquence des équations du champ, mais on sait qu'il avait raison de croire que les phénomènes de gravitation–comme les forces centrifuges–sont des effets métriques, qu'il faut comprendre par rapport à la courbure de l'espace-temps par la matière.[115] À la place de l'espace-temps sans courbure de la relativité restreinte, Einstein et Grossmann mirent un espace-temps riemannien, où les intervalles indiqués par des barres et les horloges standardisées dépendent aussi bien de la distribution de la matière que du mouvement de l'observateur. La nécessité d'une métrique riemannienne, remarqua Einstein plus tard, était indiquée par la géométrie du disque tournant (Stachel 1989*a*, 55-56).

L'histoire de la découverte des équations du champ de gravitation d'Einstein entre 1912 et 1915 est bien connue.[116] Après avoir fait une série de conférences à Göttingen pendant l'été 1915, Einstein commença une correspondance avec Hilbert sur la théorie de la gravitation. Ce dernier trouva les équations du champ avec une méthode variationnelle, quelques jours avant que Einstein ne présentât sa version à l'Académie de Berlin. Les deux théories sont d'inspiration différente, et il semblerait qu'à l'époque ni Einstein ni Hilbert ne comprirent en détail la démarche de l'autre. Hilbert voyait dans son travail la réalisation du but qu'aurait poursuivi Gauss : une "physique non euclidienne". Il regardait probablement l'accomplissement d'Einstein de la même manière, parce qu'il le proposa pour le prix Bolyai, destiné à honorer celui dont le travail fit le plus avancer les mathématiques.[117] Einstein, pour sa part, regardait les recherches de Gauss, Riemann et Christoffel sur les variétés non euclidiennes, et le calcul tensoriel absolu de Ricci et Levi-Cività comme seulement "une aide mathématique nécessaire", que les physiciens feraient bien d'apprendre (1916, 769).

2.11 Conclusion

Au début du vingtième siècle la géométrie non euclidienne faisait partie des connaissances usuelles du mathématicien. Après avoir découvert la structure hyperbolique de l'espace des

[113]Harzer 1914, 380 ; Sagnac 1914, 185, note 1. Pour un survol de ces travaux et d'autres dans le domaine de l'optique physique dans les référentiels tournants, voir Martinez Chavanz 1980.

[114]Einstein à Besso, 26.03.12, dans Einstein 1993b, Doc. 377.

[115]Selon Norton (1984, 142-3), quand Einstein reconnut que les équations du champ de la théorie de 1913 ne s'appliquent pas en cas de rotation uniforme, il reprit l'étude des équations de covariance générale. Sur la reconstruction du raisonnement d'Einstein, voir Janssen (à paraître).

[116]Norton 1984, 1989 ; Stachel 1989b ; les notes éditoriales dans Einstein 1996 ; Janssen (à paraître).

[117]Hilbert 1917, 63 ; Reid 1970, 142.

vitesses, Minkowski put donc prévoir le succès de son formalisme auprès des mathématiciens, “particulièrement bien prédisposés”, comme il dit, à développer le principe de relativité (1915, 927). En effet, quelque expertise en géométries hyperspatiales et non euclidiennes ouvrait un champ d'application dans la reformulation minkowskienne des théories d'Einstein et de Lorentz-Poincaré.

En même temps, la recherche en physique théorique ne put démontrer un vrai besoin de la géométrie non euclidienne. Les physiciens négligèrent de suivre le sujet dans ses thèmes les plus avancés, notamment en géométrie différentielle. La formation divergente des physiciens et des mathématiciens influença la réception du formalisme de Minkowski, et elle explique, au moins en partie, l'appréhension démontrée initialement à son encontre par certains physiciens.

Après l'échec de son début, le formalisme minkowskien gagna du terrain, et devint le préféré des théoriciens. Le destin de la géométrie non euclidienne en physique était rigidement connecté à celui de la théorie de l'espace-temps de Minkowski. Peu après la mort de Minkowski, des théoriciens développèrent le calcul matriciel de Minkowski dans un calcul vectoriel et tensoriel, ce qui facilita son application dans plusieurs domaines, dont la cinématique relativiste du corps rigide (Max Born, Gustav Herglotz, Felix Noether), et du point (Theodor Kaluza, Émile Borel, Ludwig Föppl, Percy Daniell).

La plupart de ces études cinématiques s'appuyaient sur la géométrie non euclidienne, ce qui suggère que le destin des techniques impliquées était lié à celui du formalisme de l'espace-temps. Néanmoins, nous avons vu que deux physiciens qui travaillaient en dehors de ce cadre formel firent appel eux aussi à la géométrie non euclidienne, même si sa valeur pratique était purement rhétorique dans ce cas.

Les trouvailles des minkowskiens ne suscitaient pas toujours l'intérêt des savants, et comme nous l'avons vu, les travaux sur la cinématique du point ont été ignorés de tous. Si les raisons de cette désaffection sont difficiles à connaître avec précision, nous pouvons identifier trois facteurs défavorables à l'assimilation de leurs contributions. D'abord, Borel, Föppl et Daniell ne proposèrent pas de phénomène physique candidat à la confirmation de leur effet cinématique. En ce qui concerne Kaluza, il en proposa un, mais son expérience n'était pas réalisable dans la forme annoncée. Ensuite, à l'exception de Borel, la jeunesse (tous avaient moins de trente ans) et l'absence de réputation scientifique de ces chercheurs durent jouer contre eux. Enfin, leur appartenance disciplinaire (tous mathématiciens de formation) put faire obstacle à l'assimilation physique de leur travaux. Les physiciens se mouvaient rarement dans les mêmes cercles que les mathématiciens, et comme nous l'avons vu à travers l'exemple du soutien de Sommerfeld à la théorie de Minkowski, l'assimilation du travail d'un mathématicien ne pouvait se faire en général sans l'intervention d'un allié puissant en physique théorique.

De tels préjugés contre les contributions des mathématiciens de la part des physiciens pourraient expliquer l'absence de réponse physique aux travaux des mathématiciens minkowskiens, mais qu'en est-il des mathématiciens ? En vue de leur plus grande maîtrise de la géométrie non euclidienne, et de la propension, chez les géomètres, à regarder la géométrie comme une science physique (et vice-versa), on se demande pourquoi aucun géomètre ne prit en considération–après Minkowski et avant Einstein–la possibilité de rapporter la gravitation à une géométrie riemannienne de l'espace-temps. La question mérite d'être étudiée en profondeur. Sans doute, d'autres branches de la physique parurent plus prometteuses, par exemple, Hilbert s'occupait de la théorie de l'électron rigide et de la théorie cinétique des gaz, pendant qu'Einstein cherchait les équations du champ de la relativité générale.[118]

Comme on sait, Einstein put surmonter ses préjugés de jeunesse contre les démarches sophistiquées en physique. Probablement, il était conscient de plus d'une des applications de la

[118]Corry 1996, §§ 6, 7.

géométrie non euclidienne que nous avons mentionnées. L'introduction d'une métrique riemannienne dans sa théorie de la gravitation était, dans ce sens, une réponse ordonnée aux idées précoces de ses collègues.[119]

Remerciements

La forme et le contenu de ce chapitre ont évolué grâce aux suggestions faites par plusieurs chercheurs. Les lecteurs des premières versions sont vivement remerciés : Olivier Darrigol, Christian Houzel, Arthur Miller, Michel Paty, David Rowe et Andrew Warwick. Le contenu des deux premières sections a été présenté au séminaire Darrigol-Chevalley en février 1996, et celui des autres sections un mois plus tard, lors du colloque de Jeremy Gray à Open University. Je remercie les organisateurs et les participants de ces forum de l'intérêt prêté à cette recherche.

[119] Sur la démarche du jeune Einstein en physique, voir Pyenson 1985.

2.12 Références

Arzeliès, Henri. *La Cinématique Relativiste* (Paris : Gauthier-Villars, 1955).

Barbarin, Paul. *La Géométrie Non Euclidienne* (Paris : Naud, 1902).

Bateman, Harry. The conformal transformations of a space of four dimensions and their applications to geometrical optics, *Proceedings of the London Mathematical Society* **7** (1909) : 70-89.

—. The physical aspect of time, *Manchester Memoirs* **54** (1910a) : 1-13.

—. The relation between electromagnetism and geometry, *Philosophical Magazine* **20** (1910b) : 623-628.

—. The transformations of the electrodynamical equations, *Proceedings of the London Mathematical Society* **8** (1910c) : 223-264.

—. Time and electromagnetism, *Messenger of Mathematics* **45** (1915) : 97-115.

Benz, Ulrich. *Arnold Sommerfeld : Lehrer und Forscher an der Schwell zum Atomzeitalter, 1868-1951* (Stuttgart : Wiss. Verlagsgesellschaft, 1975).

Bonola, Roberto. *La Geometria Non-Euclidia : exposizione storico-critico del suo sviluppo* (Bologna : Zanichelli, 1906) ; *Non-Euclidean Geometry*, trans. H. S. Carslaw (New York : Dover, 1955).

Borel, Émile. La théorie de la relativité et la cinématique, *Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences* **156** (1913a) : 215-217.

—. La cinématique dans la théorie de la relativité, *Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences* **157** (1913b) : 703-705.

—. *Introduction Géométrique à Quelques Théories Physiques* (Paris : Gauthier-Villars, 1914).

Born, Max. Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips, *Annalen der Physik* **30** (1909a) : 1-56.

—. Über die Dynamik des Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips, *Physikalische Zeitschrift* **10** (1909b) : 814-817.

—. Über die Definition des starren Körpers in der Kinematik des Relativitätsprinzips, *Physikalische Zeitschrift* **11** (1910) : 233-234.

—. Besprechung von Max Weinstein, Die Physik der bewegten Materie und die Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **15** (1914) : 676.

—. *Einstein's Theory of Relativity*. New York : Dover, 1962.

Cartan, Élie. Sur les groupes de transformations de contact et la cinématique nouvelle, *Bulletin de la Société Mathématique de France* 40 (1912), *Comptes Rendus*, p. 23.

—. La théorie des groupes, *Revue du Mois* **17** (1914) : 438-468.

—. La théorie des groupes continus et la géométrie, d'après l'article allemand de G. Fano *Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées* **3** : *Fondements de la Géométrie*, Jules Molk, éd. (Paris : Gauthier-Villars, 1915) : 1-134.

Cassirer, Ernst. *Substanzbegriff und Functionsbegriff : Unterschungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik* (Berlin : Cassirer, 1910). Reprint, Darmstadt : Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1990.

Cayley, Arthur. A sixth memoir upon quantics, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **149** (1859) : 61-90.

Clebsch, Alfred et Lindemann, Ferdinand. *Vorlesungen über Geometrie*, 2 vols. (Leipzig : Teubner, 1891).

Cohen, I. Bernard. *Revolution in Science* (Cambridge : Harvard Univ. Press, 1985).

Cohen, Robert S. Hertz's philosophy of science : an introductory essay, in Hertz (1956) : 1-20.

Conway, Arthur W. *Relativity* (London : G. Bell & Sons, 1915).

Corry, Leo. Hilbert and physics (1900-1915), *Max-Planck-Institut für Wissenschafts-geschichte Preprint* **43** (1996).

Cunningham, Ebenezer. The principle of relativity in electrodynamics and an extension thereof, *Proceedings of the London Mathematical Society* **8** (1910) : 77-98.

—. *The Principle of Relativity* (Cambridge : Cambridge University Press, 1914).

Cuvaj, Camillo. Henri Poincaré's mathematical contributions to relativity and the Poincaré stresses, *American Journal of Physics* **36** (1968) : 1102-1113.

—. Paul Langevin and the theory of relativity, *Japanese Studies in the History of Science* **10** (1971) : 113-142.

Daniell, Percy J. Rotation of elastic bodies and the principle of relativity, *Philosophical Magazine* **30** (1915) : 754-61.

Dieks, Dennis. Physics and geometry : the beginnings of relativity theory, in Kaczér, Jan (éd.), *EPS-8 : Trends in Physics* (Prague : Czech Mathematicians and Physicists, 1991), pp. 969-82.

Donaldson, Harold et Stead, Gilbert. The problem of uniform rotation treated on the principle of relativity, *Philosophical Magazine* **21** (1911) : 319-24.

Earman, John. *World Enough and Space-Time. Absolute vs. Relational Theories of Space and Time* (Cambridge : MIT Press, 1989).

Eddington, Arthur Stanley. *Espace, Temps et Gravitation* (Paris : Hermann, 1921).

Ehrenfest, Paul. Die Translation deformierbarer Elektronen und der Flächensatz, *Annalen der Physik* **23** (1907) : 204-206.

—. Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **10** (1909) : 918.

Einstein, Albert. Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik* **17** (1905) : 891-921.

—. Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie, *Annalen der Physik* **23** (1907a) : 371-84.

—. Bemerkungen zu der Notiz von Paul Ehrenfest, *Annalen der Physik* **23** (1907b) : 206-8.

—. Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4** (1907c) : 411-62.

—. Le principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne II, *Archives des Sciences Physiques et Naturelles* **29** (1910) : 125-44.

—. Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes, *Annalen der Physik* **35** (1911) : 898-908.

—. Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes, *Annalen der Physik* **38** (1912) : 355-69.

—. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik* **49** (1916) : 769-822.

—. Nichteuklidische Geometrie und Physik, *Neue Rundschau* **36** (1925) : 16-20.

—. *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 2. The Swiss Years : Writings, 1900-1909* (Princeton : Princeton University Press, 1989).

—. *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 3. The Swiss Years : Writings, 1909-1911* (Princeton : Princeton University Press, 1993a). Klein, Martin J. et Kox, Anne J., éds.

—. *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 5. The Swiss Years : Correspondence, 1902-1914* (Princeton : Princeton University Press, 1993b).

—. *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 6. The Berlin Years : Writings, 1914-1917* (Princeton : Princeton University Press, 1996).

Einstein, Albert, et Grossmann, Marcel. *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation* (Leipzig : Teubner, 1913).

Einstein, Albert, et Laub, Jakob. Die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte, *Annalen der Physik* **26** (1908*a*) : 541-50.

—. Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper, *Annalen der Physik* **26** (1908*b*) : 532-540.

Enriques, Federigo. Principes de la géométrie, *Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées* **3** : *Fondements de la Géométrie*, Jules Molk, éd. (Paris : Gauthier-Villars, 1911) : 1-147.

Fano, Gino. La geometria non-euclidea, *Scientia* **4** (1908) : 257-282.

Feuer, Lewis Samuel. *Einstein and the Generations of Science* (New York : Basic Books, 1974).

Fokker, Adriaan D. *Relativiteitstheorie* (Groningen : Noordhoff, 1929).

Folkerts, Menso. Kaluza, Theodor, in *Neue Deutsche Biographie*, Vol. 11 (Duncker & Humblot : Berlin, 1977) : 76.

Fölsing, Albrecht. *Albert Einstein* (Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1993).

Frank, Michael L. Bemerkung betreffs der Lichtausbreitung in Kraftfeldern, *Physikalische Zeitschrift* **13** (1912) : 544-5.

Frank, Philipp. Das Relativitätsprinzip der Mechanik und die Gleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern, *Annalen der Physik* **27** (1908) : 897-902.

—. Das Relativitätsprinzip und die Darstellung der physikalischen Erscheinungen im vierdimensionalen Raum, *Zeitschrift für physikalische Chemie* **74** (1910) : 466-95.

— et Rothe, Hermann. Über eine Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips und die dazugehörige Mechanik, *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akad. der Wiss. IIA* **119** (1910) : 615-30.

—. Das Verhalten der elektromagnetischen Feldgleichungen gegenüber linearen Transformationen, *Annalen der Physik* **35** (1911) : 599-607.

Galison, Peter. Minkowski's spacetime : From visual thinking to the absolute world, *Historical Studies in the Physical Sciences* **10** (1979) : 85-121.

Gehrcke, Ernst. Bemerkungen über die Grenzen des Relativitätsprinzips, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* **13** (1911) : 665-9.

Glick, Thomas F. (éd.). *The Comparative Reception of Relativity* (Dordrecht : Reidel, 1987).

Goenner, Hubert, Jürgen Renn, Jim Ritter et Tilman Sauer, éds. *Einstein Studies* 7 (Boston/Basel : Birkhäuser, forthcoming).

Gray, Jeremy J. *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré* (Boston : Birkhäuser, 1986).

—. *Ideas of Space : Euclidean, Non-Euclidean and Relativistic*, 2e éd. (Oxford : Clarendon, 1989).

Grünbaum, F. Bemerkungen über die Grenzen des Relativitätsprinzips. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* **13** (1911) : 851-855.

Hadamard, Jacques. *Leçons de Géométrie Élémentaire*, Vol. 1. (Paris : Colin, 1898).

Halsted, George Bruce. Book review : *Non-Euclidean Geometry* by Roberto Bonola, *Science* (1912) : 595-7.

Harzer, Paul. Die Mitführung des Lichtes in Glas und die Aberration, *Astronomische Nachrichten* **198** (1914) : 378-392.

Hargreaves, Richard. Integral forms and their connexion with physical equations, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **21** (1908) :107-122.

Heilbron, John Lewis. *The Dilemmas of an Upright Man : Max Planck as Spokesman for German Science* (Berkeley : Univ. of California Press, 1986).

Helmholtz, Hermann. *Vorträge und Reden*, 2 vols., 3e éd. (Braunschweig : Vieweg, 1884).

Hentschel, Klaus. *Interpretationen und Fehlinterpretationen* (Basel : Birkhäuser, 1990).

Herglotz, Gustav. Bewegung starrer Körper und Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **10** (1909) : 997-997.

—. Über den vom Standpunkt des Relativitätsprinzips aus als 'starr' zu bezeichnenden Körper, *Annalen der Physik* **31** (1910) : 393-415.

Hertz, Heinrich. *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zussamenhänge dargestellt* (Leipzig : J. A. Barth, 1894) ; partial translation in Hertz (1956).

—. *The Principles of Mechanics Presented in a New Form*, Morris Kline, éd. (New York : Dover, 1956).

Hilbert, David. Die Grundlagen der Physik (Zweite Mitteilung), *Nachrichten von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* (1917) : 53-76.

Holton, Gerald. The metaphor of space-time events in science, *Eranos Jahrbuch* **34** (1965) : 33-78.

Howard, Don et Stachel, John (éds). *Einstein Studies, Volume 1 : Einstein and the History of General Relativity* (Boston : Birkhäuser, 1989).

von Ignatowsky, Vladimir S. Der starre Körper und das Relativitätsprinzip, *Annalen der Physik* **33** (1910) : 607-30.

Illy, József. On the birth of Minkowski's four-dimensional world, in *Actes du XIII^e Congrès International d'Histoire des Sciences 1971*, vol. 6 (Moscow : Naouka, 1974), pp. 67-72.

—. Revolutions in a revolution, *Studies in History and Philosophy of Science* **12** (1981) : 173-210.

Jammer, Max. *Concepts of Space* (Cambridge : Harvard Univ. Press, 1954).

—. Some foundational problems in the special theory of relativity, in Toraldo di Fr., G., éd., *Problems in the Foundations of Physics. Proceedings of the Intl. School of Physics E. Fermi* **72** (Amsterdam : North-Holland, 1979), pp. 202-36.

Janssen, Michel. Rotation as the Nemesis of Einstein's 'Entwurf' theory, in Goenner et al., forthcoming.

Jungnickel, Christa et McCormmach, Russell. *Intellectual Mastery of Nature : Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, 2 vols. (Chicago : University of Chicago Press, 1986).

Kaluza, Theodor. Zur Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **11** (1910) : 977-8.

—. Zum Unitätsproblem der Physik, *Sitzungsberichte der königliche preußischen Akad. der Wiss.* (1921) : 966-72.

Klein, Felix. Über die sogennante nichteuklidische Geometrie, *Mathematische Annalen* **4** (1871) : 573-625.

—. Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **19** (1910) : 281-300 ; rééd. in *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) : 17-27.

—. *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, 2 vols. (Berlin : Springer, 1926-1927).

Klein, Martin J. *Paul Ehrenfest : The Making of a Theoretical Physicist*, Vol. 1 (Dordrecht : North-Holland, 1970).

Kline, Morris. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times* (Oxford : Oxford Univ. Press, 1972).

Kopczynski, Wojciech et Trautman, Andrzej. *Spacetime and Gravitation* (New York : Wiley, 1992).

Kottler, Friedrich. Fallende Bezugssysteme vom Standpunkte des Relativitätsprinzips, *Annalen der Physik* **45** (1914) : 481-516.

Langevin, Paul. Remarques au sujet de la Note de M. Prunier, *Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences* **200** (1935) : 48-52.

Larmor, Joseph. Alfred Arthur Robb 1873-1936, *Obituary Notices of Fellows of the Royal Society* **2** (1938) : 315-21.

von Laue, Max. Zur Diskussion über den starren Körper in der Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911a) : 85-7.

—. *Das Relativitätsprinzip* (Braunschweig : Vieweg, 1911b).

—. Zum Versuch von F. Harreß, *Annalen der Physik* **62** (1920) : 448-63.

—. *Die Relativitätstheorie,* 2 vols. (Braunschweig : Vieweg, 1921).

Laugwitz, Detlef. Theodor Kaluza 1885-1954, *Jahrbuch Überblicke Mathematik* **19** (1986) : 179-187.

Lecat, Maurice et Lecat-Pierlot, M. *Bibliographie de la Relativité* (Bruxelles : Lamertin, 1924).

Levi-Cività, Tullio. Über Lorentz-Einsteinsche starre Bewegungen. (Auszug aus einem Briefe an Hrn. Prof. G. Herglotz), *Annalen der Physik* **32** (1910) : 236-40.

Lewis, Gilbert Newton. A revision of the fundamental laws of matter and energy, *Philosophical Magazine* **16** (1908) : 705-17.

—. On four-dimensional vector analysis, and its application in electrical theory, *Proceedings of the American Academy of Arts and Science* **46** (1910) : 165-81.

Liebmann, Heinrich. *Nichteuklidische Geometrie* (Leipzig : Göschen, 1905).

—. *Nichteuklidische Geometrie*, 2e éd. (Leipzig : Göschen, 1912).

Lorentz, Hendrik Antoon. Weiterbildung der Maxwellschen Theorie : Elektronentheorie, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften V, Physik*, Arnold Sommerfeld, éd. (Leipzig : Teubner, 1904), pp. 145-280.

Loria, Gino. Esiste lo spazio a quattro dimensioni ?, *Atti Soc. Ligustica* **18** (1907) : 10-16.

Lützen, Jesper. Interactions between mechanics and differential geometry in the 19th century, *Archive for History of Exact Sciences* **49** (1995) : 1-72.

—. Renouncing forces ; geometrizing mechanics. Hertz's Principles of Mechanics, *Kobenhavns Universitet Matematisk Institut Preprints* **22** (1995) : 1-93.

Mach, Ernst. *Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt*, 9e éd. (Leipzig : Brockhaus, 1933).

Mansion, Paul. Raum und Zeit par H. Minkowski, *Mathesis* **29** (1909) : 245.

Marcolongo, Roberto. Les transformations de Lorentz et les équations de l'électrodynamique, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* **4** (1914) : 429-468.

Martinez Chavanz, Regino H. L'expérience de Sagnac et le disque tournant, thèse de doctorat (Univ. Paris 6, 1980).

M[athews], G[eorge] B[allard]. Review of D.M.Y. Sommerville, *Bibliography of Non-Euclidean Geometry*, *Nature* **89** (1912) : 266.

Michelson, Albert A. Relative motion of Earth and Aether, *Philosophical Magazine* **8** (1904) : 716-9.

Miller, Arthur I. A study of Henri Poincaré's 'Sur la dynamique de l'électron', *Archive for History of Exact Sciences* **10** (1973) : 207-328.

—. *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation* (Reading : Addison-Wesley, 1981).

—. *Imagery in Scientific Thought* (Cambridge : M.I.T. Press, 1986.

Minkowski, Hermann. Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern, *Nachrichten von der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen* (1908) : 53-111 ; *Mathematische Annalen* **68** (1910) : 472-525.

—. Raum und Zeit, *Physikalische Zeitschrift* **10** (1909) : 104-111.

—. Das Relativitätsprinzip, *Annalen der Physik* 47 (1915) : 927-938.

MØller, Claude. *The Theory of Relativity*, 2e éd. (Oxford : Oxford Univ. Press, 1972).

Munari, Clarice. Sopra una espressiva interpretazione cinematica del principio di relatività, *Rendiconti delle sedute della Reale Accademia dei Lincei* **23** (1914) : 781-7.

Nicholson, John William. On uniform rotation, the principle of relativity, and the Michelson-Morley experiment, *Philosophical Magazine* **24** (1912) : 820-7.

Noether, Fritz. Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie, *Annalen der Physik* **31** (1910) : 919-44.

—, Klein, Felix et Sommerfeld, Arnold. *Über die Theorie des Kreisels*, vol. 4 (Leipzig : Teubner, 1910).

North, John D. *The Measure of the Universe : A History of Modern Cosmology* (Oxford : Clarendon, 1965).

Norton, John D. How Einstein found his field equations : 1912-1915, *Historical Studies in the Physical Sciences* **14** (1984) : 253-316 ; in Howard et Stachel (1989) : 101-59.

—. Coordinates and covariance : Einstein's view of space-time and the modern view, *Foundations of Physics* **19** (1989) : 1215-1263.

Ogura, Kinnosuke. On the Lorentz transformation with some geometrical interpretations, *Science Reports of the Tôhuku Imperial University* **2** (1913) : 95-116.

Pais, Abraham. '*Subtle is the Lord...'–the Science and the Life of Albert Einstein* (Oxford : Oxford University Press, 1982).

Paty, Michel. *Einstein Philosophe* (Paris : Presses Universitaires de France, 1993).

Pauli Jr., Wolfgang. Relativitätstheorie, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* **5** (1921) : 539-775 ; trad. angl., Pauli (1958).

—. *The Theory of Relativity* (Oxford : Pergamon, 1958).

Picard, Émile. De la science, *Revue du Mois* **5** (1908) :129-148.

Planck, Max. Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* **8** (1906) : 136-141.

—. Zur Dynamik bewegter Systeme, *Sitzungsberichte der königliche preußischen Akad. der Wiss.* (1907) : 542-70.

—. *Acht Vorlesungen über theoretische Physik* (Leipzig : Hirzel, 1910a).

—. Gleichförmige Rotation und Lorentz-Kontraktion, *Physikalische Zeitschrift* **11** (1910b) : 294-294.

—. Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturanschauung, *Physikalische Zeitschrift* **11** (1910c) : 922-32.

—. *Eight Lectures on Theoretical Physics* (New York : Columbia University Press, 1915).

Poincaré, Henri. Sur les applications de la géométrie non-euclidienne à la théorie des formes quadratiques, *Association Française pour l'Avancement des Sciences, Compte Rendu* **10** (1881) : 132-138.

—. *La Science et l'Hypothèse* (Paris : Flammarion, 1902) ; rééd. 1968.

—. Sur la dynamique de l'électron, *Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences* **140** (1905) ; in Poincaré (1924), pp. 77-81.

—. Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **21** (1906) ; Poincaré (1924), pp. 18-76.

—. La relativité de l'espace, *L'Année Psychologique* **13** (1907) : 1-17.

—. L'invention mathématique, *L'Enseignement Mathématique* **10** (1908) : 357-71.

—. L'espace et le temps, *Scientia (Rivista di Scienza)* **12** (1912) : 159-70.

—. *Dernières Pensées* (Paris : Flammarion, 1913) ; rééd. 1963.

—. *La Mécanique Nouvelle* (Paris : Gauthier-Villars, 1924).

Pyenson, Lewis. *The Young Einstein : The Advent of Relativity* (Bristol : Hilger, 1985).

—. The relativity revolution in Germany, in Glick (1987), pp. 59-111.

Reich, Karin. *Die Entwicklung des Tensorkalküls* (Basel : Birkhäuser, 1994).

Reid, Constance. *Hilbert* (Berlin : Springer, 1970).

Riebesell, Paul. Über die geometrischen Deutungen der Relativitätstheorie, *Mitteilungen der mathematischen Gesellschaft* **5** (1914) : 130-40.

—. Die Beweise für Relativitätstheorie," *Naturwissenschaften* **4** (1916) : 97-101.

Ritz, Walter. Das Prinzip der Relativität in der Optik, in *?uvres*, Pierre Weiss, éd. Paris : Gauthier-Villars, 1911, 509-518.

Robb, Alfred A. *Optical Geometry of Motion : A New View of the Theory of Relativity* (Cambridge : W. Heffer, 1911).

—. *A Theory of Time and Space*. Cambridge : Heffer & Sons, 1913.

—. *A Theory of Time and Space*. Cambridge : Cambridge University Press, 1914.

—. *Geometry of Time and Space*. Cambridge : Cambridge University Press, 1936.

Rosenfeld, Boris A. *A History of Non-Euclidean Geometry* (Berlin : Springer, 1988).

Rowe, David E. Felix Klein's Erlanger Antrittsrede : A transcription with English translation and commentary, *Historia Mathematica* **12** (1985) : 123-41.

—. David Hilbert on Poincare, Klein, and the world of mathematics, *Mathematical Intelligencer* **8** (1986) : 75-77.

—. Klein, Lie, and the Erlanger Programm, in Boi, L., Flament, D. et Salanskis, J.-M. (éds.), *1830-1930 : A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics* (Berlin : Springer, 1992), pp. 45-54.

Runge, Carl. The mathematical training of the physicist in the university, in Hobson, E. W. et Love, A.E.H., éds., *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, 2 Vols. (Cambridge : Cambridge University Press, 1913), vol. 2, pp. 598-602.

Sagnac, Georges. Effet tourbillonnaire optique. La circulation de l'éther lumineux dans un interférographe tournant, *Journal de Physique et Le Radium* **4** (1914) : 177-95.

Sánchez-Ron, José M. The reception of special relativity in Great Britain, in Glick (1987), pp. 27-58.

Severi, Francesco. Ipotesi e realtà nelle scienze geometriche, *Scientia (Rivista di Scienza)* **8** (1910) : 1-29.

Silberstein, Ludwik. *The Theory of Relativity* (London : Macmillan, 1914).

Soffel, M. et Herold, H. Reference frames in relativistic space-time, in Babcock, Alice K. et Wilkins, George A. (éds.), *The Earth's Rotation and Reference Frames for Geodesy and Geodynamics* (Dordrecht, 1988), pp. 99-103.

Sommerfeld, Arnold. Ein Einwand gegen die Relativtheorie der Elektrodynamik und seine Beseitigung, *Physikalische Zeitschrift* **8** (1907) : 841.

—. Über die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten in der Relativtheorie, *Physikalische Zeitschrift* **10** (1909) : 826-9.

—. Zur Relativitätstheorie. I. Vierdimensionale Vektoralgebra, *Annalen der Physik* **32** (1910a) : 749-76.

—. Zur Relativitätstheorie. II. Vierdimensionale Vektoranalysis, *Annalen der Physik* **33** (1910b) : 649-89.

—. Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) : 1057-69.

—. Klein, Riemann und die mathematische Physik, *Naturwissenschaften* **7** (1919) : 300-3.

—. Vereinfachte Ableitung des Thomas-Faktors, in *Convegno di Fisica Nucleare* (Rome, 1932), pp. 137-41.

—. *Lectures on Theoretical Physics, Vol. 3 : Electrodynamics*, trans. Edward G. Ramberg (New York : Academic Press, 1952).

Sommerville, Duncan M'Laren Young. *Bibliography of Non-Euclidean Geometry* (London : Harrison, 1911).

Speziali, Pierre, éd. *Albert Einstein-Michele Besso Correspondance 1903-1955*, 2d éd. (Paris : Hermann, 1979).

Stachel, John J. The rigidly rotating disk as the missing link in the history of general relativity, in Howard & Stachel (1989), pp. 48-62.

—. Einstein's search for general covariance 1912-1915, in Howard & Stachel (1989), pp. 63-100.

—. History of relativity. In *Twentieth Century Physics*, 3 vols. Laurie M. Brown et al., éds. (New York : American Institute of Physics Press), vol. 1, pp. 249-356.

Staley, Richard. Max Born and the German Physics Community : the Education of a Physicist. Ph.D. diss., Cambridge University, 1992.

Stead, Gilbert et Donaldson, Harold. The problem of uniform rotation treated on the relativity principle, *Philosophical Magazine* **20** (1910) : 92-5.

Study, Eduard. *Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume* (Braunschweig : Vieweg, 1914).

Swann, William Francis Gray. The problem of uniform rotation of a circular cylinder in its connexion with the principle of relativity, *Philosophical Magazine* **21** (1911) : 342-48.

Tazzioli, Rossana. Ether and theory of elasticity in Beltrami's work, *Archive for History of Exact Sciences* **45** (1993) : 1-37.

Thomas, Llewellyn Hilleth. The kinematics of an electron with an axis, *Philosophical Magazine* **3** (1927) : 1-22.

Timerding, Heinrich Emil. Über ein einfaches geometrisches Bild der Raumzeitwelt Minkowskis, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **21** (1912) : 274-85.

Varičak, Vladimir. Zum Ehrenfestschen Paradoxon, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) : 169-170.

—. Über die nichteuklidisch Interpretation der Relativtheorie, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **21** (1912) : 103-27.

—. *Darstellung der Relativitätstheorie im dreidimensionalen Lobatchefskijschen Raume* (Zagreb : Zaklada, 1924).

Volkmann, Paul. *Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften* (Leipzig & Berlin : Teubner, 1910).

Voss, Aurel. *Über das Wesen der Mathematik*, 2d éd. (Leipzig : Teubner, 1913).

Warwick, Andrew C. Cambridge mathematics and Cavendish physics : Cunningham, Campbell and Einstein's relativity 1905-11. Part I : The uses of theory. *Studies in History and Philosophy of Science* **23** (1992) : 625-656.

—. Cambridge mathematics and Cavendish physics : Cunningham, Campbell and Einstein's relativity 1905-11. Part II : Comparing traditions in Cambridge physics. *Studies in History and Philosophy of Science* **24** (1993) : 1-25.

Weinstein, D. H. Ehrenfest's paradox, *Nature* **232** (1971) : 548.

Weinstein, Max B. *Die Physik der bewegten Materie und die Relativitätstheorie* (Leipzig : Barth, 1913).

Wellstein, Josef. Grundlagen der Geometrie, in Weber, H. et Wellstein, J., *Enzyclopädie der Elementar-Mathematik, vol. 2 : Encyklopädie der elementaren Geometrie* (Leipzig : Teubner, 1905), pp. 3-301.

Whittaker, Edmund T. *A History of the Theories of Aether & Electricity*, 2 vols. (London : T. Nelson), 1951-53.

Wiechert, Emil. Relativitätsprinzip und Äther, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) :689-707, 737-758.

Wien, Wilhelm. Über die Wandlung des Raum- und Zeitbegriffs in der Physik, *Sitzungs-Berichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft* (1909) : 29-39.

—. Die Relativitätstheorie, *Taschenbuch für Mathematiker und Physiker* **2** (1911) :283-92.

Wilson, William. John William Nicholson. *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society* **2** (1956) : 209-14.

Wise, M. Norton. On the relations of physical science to history in late nineteenth-century Germany, in Graham, Loren et Lepenies, Wolf (éds.), *Functions and Uses of Disciplinary Histories* (Dordrecht : Reidel, 1983), pp. 3-34.

Ziegler, Renatus. *Die Geschichte der geometrischen Mechanik im 19. Jahrhundert* (Stuttgart : Franz Steiner Verlag, 1985).

Chapitre 3

La vérité en géométrie : La doctrine conventionnaliste dans la réception de la théorie de l'espace-temps

3.1 Introduction

Le mathématicien Jacques Hadamard se demanda une fois comment les mathématiciens ont pu passer à côté de la découverte de la théorie de la relativité générale. Après tout, remarqua-t-il, dans la mécanique analytique du dix-neuvième siècle les forces d'accélération faisaient intervenir des éléments linéaires non euclidiens, comme dans la théorie de la gravitation d'Einstein (1915). Les mathématiciens, par conséquent, « mérit[aient] tous plus ou moins les mêmes reproches » (1925, 443). Ensuite, pour expliquer comment les mathématiciens avaient échoué là où Einstein a réussi, quelques commentateurs avancèrent le poids d'une opinion philosophique parmi les mathématiciens, à savoir le point de vue conventionnaliste sur la géométrie de l'espace.[1] Selon cette doctrine, développée à partir de 1887 par un professeur de Hadamard, Henri Poincaré, définir les objets géométriques (comme le point et la droite) à partir des phénomènes physiques ne présentait pas d'intérêt. On imagine souvent que la philosophie conventionnaliste de Poincaré a été contredite par la théorie d'Einstein, sans chercher à savoir dans quelle mesure on la tenait pour valide avant 1915.

Dans ce chapitre, une révision est avancée en deux temps. Nous verrons d'abord qu'avant même la découverte de la théorie de la relativité *restreinte* en 1905, des géomètres considéraient la doctrine de l'espace de Poincaré comme irrecevable ; ils croyaient au contraire à la possibilité d'une détermination de la structure de l'espace physique. Deuxièmement, à la suite de l'introduction de la théorie de l'espace-temps de Minkowski, certains savants trouvèrent un argument théorique supplémentaire en faveur de l'empirisme géométrique et contre la position de Poincaré.

Alors que l'étude concerne l'influence de la philosophie conventionnaliste sur la réception de la relativité restreinte, elle examine en même temps la réponse de Poincaré à la relativité minkowskienne. Elle concerne en premier lieu des documents provenant des physiciens et des mathématiciens avant 1916. Dans ce sens, elle diffère d'un grand nombre de travaux critiques visant la philosophie de géométrie de Poincaré.[2] Le problème de l'espace au dix-neuvième

[1]Jammer 1960, 163 ; Morris Kline 1972, 921-2 ; Feuer 1982, 64.

[2]Voir Reichenbach 1957 ; Nagel 1961 ; Vuillemin 1972 ; Grünbaum 1973 ; Sklar 1974 ; Glymour 1980 ; O'Gorman 1977 ; Torretti 1983, 1984 ; Giedymin 1982, 1991, 1992 ; Coffa 1986, 1991 ; Stump 1989 ; Gillies 1993 ; Heinzmann 1992, 1995.

siècle bénéficie de plusieurs études, notamment celles de Coffa (1986), (1991), Torretti (1983), (1984), et Gray (1989). Nous prenons en considération la question restreinte de la réception accordée à la doctrine conventionnaliste de l'espace, jusqu'à la découverte de la théorie de la relativité générale. Les historiens se sont souvent penchés sur la question de l'incidence de la philosophie de Poincaré sur sa science, sans avoir étudié son opinion de la théorie de Minkowski, à l'exception de Michel Paty (1996), dont nous retrouvons quelques-unes des conclusions.[3]

3.2 Aux sources de la doctrine conventionnaliste de l'espace

Une source probable de la philosophie de la géométrie de Poincaré se trouve dans les débats autour de la cohérence logique et la signification physique de la géométrie non euclidienne de 1870 à 1880. Sans que les mathématiciens français aient initié la réévaluation des fondements de la géométrie de la fin des années 1860, les idées avancées par Bernhard Riemann, Eugenio Beltrami et Hermann von Helmholtz ont trouvé des partisans–et des opposants puissants–sur le sol français.[4]

Pendant cette période, des notes traitant de la géométrie non euclidienne soumises à la section de géométrie de l'Académie des Sciences ont été retournées à leurs auteurs.[5] Le conflit jusqu'alors discret entre les « euclidiens » et les « non euclidiens » a été rendu public par l'affaire Carton à la fin 1869. Quelques géomètres trouvaient scandaleux qu'on publie dans les *Comptes Rendus de l'Académie* une soi-disant démonstration du fameux postulat des parallèles d'Euclide (selon lequel des droites parallèles ne se rencontrent jamais). Les pressions qu'ils exercèrent sur celui qui soutenait cette publication, Joseph Bertrand, le persuadèrent enfin d'admettre la caractère peu concluant de la preuve de Carton. C'est ainsi qu'un certain droit de cité s'établit à propos de la géométrie non euclidienne dans les mathématiques françaises.[6]

Un droit équivalent en philosophie a été plus difficile à obtenir. En ce qui concerne la géométrie de l'espace, notamment, le plaidoyer de Paul Tannery (1876) en faveur de l'empirisme a rencontré l'opposition farouche des philosophes néo-criticistes Charles Renouvier et Louis Couturat. L'un des arguments principaux employés à l'encontre de la géométrie non euclidienne a été « l'objectivité » de la géométrie euclidienne. Dans la philosophie néo-criticiste, ce terme correspondait à l'intuition spatiale qui sous-tendait le statut de la géométrie euclidienne, à la fois comme une science idéale, et exemplaire de la connaissance synthétique à priori.[7]

En 1891, une réponse d'inspiration nominaliste a été introduite par Henri Poincaré, alors professeur de physique mathématique à la Sorbonne. Poincaré proposa la traduction des objets de la géométrie euclidienne (la droite, le plan, la distance, l'angle) dans le langage de la géométrie non euclidienne, affirmant ainsi la cohérence relative de ces géométries.[8] Mais en

[3]Holton 1973, chap. 6 ; Goldberg 1970, 73 ; Miller 1981, 1984, 1996 ; Paty 1992, 1993 ; Darrigol 1995.

[4]Premier entre les partisans de la géométrie non euclidienne en France, Jules Hoüel soutenait sa diffusion intellectuelle à travers ses traductions de Lobachevsky, Riemann, Beltrami et Helmholtz, ainsi que par ses propres écrits, dans lesquels il favorisait l'interprétation physique des fondements de la géométrie ; voir Hoüel 1875.

[5]J. M. de Tilly et Jules Hoüel ont vu leurs notes rejetées par l'Académie des sciences ; voir la correspondance dans Barbarin 1926.

[6]Bertrand 1869, 1870. Sur Bertrand et l'affaire Carton, voir Pont 1986, 637-660 ; Gispert 1987, 80-81 ; Zerner 1991, 312. Les « démonstrations » du postulat des parallèles n'ont pas disparues avec Carton. Selon Barbarin (1926, 55), l'Académie a créé une commission spéciale « dite des Parallèles » pour examiner les nombreuses tentatives de démonstration.

[7]Sur le mouvement intellectuel autour de Paul Tannery et Émile Boutroux, voir Nye 1979. Sur les réponses des philosophes de langue française à la géométrie non euclidienne, voir Panza 1995.

[8]Poincaré 1891, 771. Quelques-unes des idées de Poincaré sur les fondements de la géométrie se trouvent dans ses manuscrits sur les fonctions fuchsiennes, rédigés en 1880 ; voir Poincaré 1997. Sur le conven-tionnalisme

même temps, la question de savoir laquelle était la *vraie* géométrie perdait son sens, parce que la vérité des théorèmes de la géométrie euclidienne se laissait traduire désormais dans l'énoncé des théorèmes de la géométrie non euclidienne. Selon Poincaré, les axiomes de la géométrie étaient des *définitions déguisées* (1891, 773).

Dès ses débuts, la philosophie de la géométrie de Poincaré a subi l'influence des écrits de Hermann von Helmholtz, notamment parce qu'elle est fondée sur la notion du déplacement sans déformation d'un corps solide. Selon Poincaré aussi, l'existence des corps solides permettaient une détermination–quoique approximative–du groupe de transformations rattaché à la géométrie de l'espace. Sa première publication sur la question apparaît dans une revue de mathématiques en 1887. Poincaré y envisagea la possibilité de confirmer l'euclidicité de l'espace à travers l'étude des mouvements des corps solides :

[I]l existe dans la nature des corps remarquables qu'on appelle les *solides* et l'expérience nous apprend que les divers mouvements possibles de ces corps sont liés à fort peu près par les mêmes relations que les diverses opérations du groupe [euclidien]. [Poincaré 1887, 91]

Une telle détermination du groupe de transformations de l'espace physique, pourtant, dépendait pour Poincaré de l'observation des phénomènes physiques, ce qui signifiait que la géométrie de l'espace ne pouvait être connue exactement.[9]

La question même de la structure géométrique de l'espace n'avait pas de sens. La géométrie, Poincaré répéta souvent, n'était pas une science expérimentale (1891, 773 ; 1902*a*, 75 ; 1902*b*, 92). Sur ce dernier point, la doctrine de Poincaré se distinguait de celle de Helmholtz, où la géométrie de l'espace était déterminée par l'expérience, pourvu qu'on adjoignît un principe mécanique aux axiomes de la géométrie (1876, 245).[10] Chez Poincaré, une telle adjonction était inutile, pour deux raisons. D'abord, les objets de la mécanique ne correspondaient qu'approximativement aux phénomènes physiques.[11] Ensuite, si « par impossible » un phénomène physique semblait mettre en cause la géométrie euclidienne, on modifierait les lois de la physique avant d'abandonner la géométrie euclidienne (1891, 774).

Entre 1891 et 1906, Poincaré rédigea une série de mémoires développant ses propos, souvent en réponse aux critiques provenant des logiciens (dont Bertrand Russell), et introduisant des arguments qu'il trouvait dans des endroits aussi variés que la théorie des groupes et le darwinisme social. La philosophie de la géométrie de Poincaré impressionna certains philosophes (Paul Natorp, Aloys Müller, Ernst Cassirer) et quelques physiciens théoriciens (dont Philipp Frank et Théophile de Donder), mais les mathématiciens n'y souscrivaient pas sans réserves.

C'est sur la signification des axiomes de la géométrie que Poincaré dirigeait sa critique, et c'est sur ce point que les mathématiciens ne le suivaient plus. Aucun professeur de géométrie–dans la limite de nos lectures–n'abandonna la possibilité d'établir empiriquement la structure géométrique de l'espace. Bien plus que la doctrine conventionnaliste, la philosophie empiriste de l'espace attirait les géomètres à la fin du dix-neuvième siècle.[12] Parmi un nombre infini de géométries possibles, selon l'opinion empiriste, la géométrie de l'espace, ou la classe de géométries à laquelle elle appartient, peut être déterminée par l'expérience.[13]

linguistique et ses rapports avec le modernisme dans la communauté mathématique allemande, voir Mehrtens 1990.

[9]Entre 1887 et 1891, Poincaré décida que les solides n'existent pas ; cette décision correspond au durcissement de sa position sur la géométrie de l'espace.

[10]Sur la philosophie empiriste de Helmholtz, voir DiSalle 1993, 498.

[11]Poincaré 1891, 773 ; 1902*a*, 75. Voir aussi, pour comparaison, Helmholtz 1866.

[12]Une préférence mathématique pour les formes d'espace non euclidiennes à la fin du dix-neuvième siècle est notée également par Hawkins 1980, 311.

[13]Barbarin 1902, 4, en citant Joseph Marie de Tilly, *Essai de Géométrie Analytique Générale* (Bruxelles : F. Hayes, 1893), §51.

Regardons maintenant les orientations envers la géométrie de l'espace, parmi les physiciens d'abord, chez les mathématiciens ensuite, à la fin du dix-neuvième siècle, afin d'obtenir une image de la réception accordée à l'idée (1) que l'espace est amorphe, et à celle (2) que la géométrie euclidienne sera toujours la plus commode. Pour simplifier la rédaction, désormais nous parlerons de ces deux notions en tant que *la doctrine de Poincaré*.

3.3 La géométrie non euclidienne vue par les physiciens de la fin du siècle

À la fin du dix-neuvième siècle, peu de physiciens voyaient une quelconque utilité de la géométrie non euclidienne en physique. L'abstraction de cette géométrie a été un obstacle même pour les théoriciens. Au laboratoire Cavendish, James Clerk Maxwell lut la traduction anglaise de la *Habilitationsvortrag* de Bernhard Riemann, où il était question de décrire l'élément linéaire dans un espace à n dimensions par la racine de la somme des carrés d'une fonction homogène du second degré des différentielles des coordonnées,

$$ds = \sqrt{\sum (dx)^2}.$$

En réponse à une question posée par P. G. Tait, Maxwell indiqua que la pertinence de la définition riemannienne des coordonnées lui échappait (voir Harman 1982, 97). Comme Maxwell, J. B. Stallo (1890, §14) et Ernst Mach (1906, 108) ne voyaient pas de sens physique dans la démarche de Riemann. Pour autant, tous les physiciens n'étaient pas fermés à ses idées ; le jeune Philipp Frank, par exemple, observa à son tour que Stallo n'avait pas saisi en profondeur le problème de Riemann (*Monatshefte für Mathematik und Physik* **23**, 1912, 31).

Au delà de l'abstraction technique de la géométrie non euclidienne, son intérêt semblait très limité du fait de la confirmation empirique de l'euclidicité de l'espace. Les mesures faites par l'astronome Karl Schwarzschild de la parallaxe stellaire en 1900 confirmèrent la conclusion tirée auparavant par Lobachevsky : si l'espace était en fait hyperbolique ou elliptique, son rayon de courbure devait être très important. Les limites techniques de la précision goniométrique étaient telles que l'hypothèse euclidienne semblait justifiée par les observations ; elle n'était pas contredite, de toute façon, dans le domaine astronomique (voir Jammer 1960, 163). Néanmoins, comme l'a remarqué Felix Hausdorff (1904, 5), on ne pouvait pas exclure l'existence d'une courbure au delà du seuil de l'observation. Les conjectures sur la courbure de l'espace continuaient donc à circuler dans la littérature philosophique et scientifique de l'époque.

En dehors de l'astronomie, la manifestation physique de la géométrie non euclidienne a été un thème mineur de la physique à la fin du dix-neuvième siècle, en relation avec des spéculations sur le nombre de dimensions de l'espace.[14] Une théorie du physicien Friedrich Zöllner, par exemple, proposa une connexion entre l'espace riemannien à n dimensions et le comportement de l'atome d'électricité dans le schéma weberien de l'électrodynamique. En Angleterre, Karl Pearson et W.W. Rouse Ball ont invoqué un « éther à quatre dimensions » pour expliquer la gravitation. D'autres parlèrent de l'hyperespace en tant que lieu de combinaison chimique, comme on voit dans un livre sur la quatrième dimension par Boucher (1905, 109).

Les spéculations sur l'hyperespace ont été sanctionnées par Ernst Mach, pour qui les objets théoriques tels que les atomes et les molécules n'étaient pas contraints à l'existence dans un

[14] Sur les manifestations de la géométrie non euclidienne et hyperspatiale en physique voir Beichler 1988 et Bork 1964.

espace ordinaire (1906, 138-9). Mais la plupart des conjectures de ce genre n'ont jamais quitté le stade spéculatif, à l'exception de quelques recherches dans les laboratoires de chimie, comme on voit dans un article de Wedekind (1909).

La géométrie non euclidienne, qui complétait en quelque sorte l'outillage conceptuel des objets abstraits chez Mach, trouvait chez d'autres un objet réel, à savoir l'espace. Paul Volkmann, le professeur de physique théorique à l'Université de Königsberg (ensuite Kaliningrad, et plus récemment Korolev), trouva dans la géométrie non euclidienne une généralisation importante de l'intuition spatiale (*Raumanschauung*). Elle était une « ressource », destinée à « l'identification des propositions qu'on doit choisir comme les principes de l'espace réel et *euclidien* » (souligné par Volkmann).[15] La valeur de la géométrie non euclidienne se limitait donc chez Volkmann au domaine de l'examen logique des postulats de la géométrie euclidienne.

De tels exemples montrent que l'application de la géométrie non euclidienne en physique n'avait lieu qu'en marge de la pensée physique. Chez les physiciens, les applications en mécanique de la géométrie non euclidienne dans les travaux de Lipschitz, Beltrami et Darboux étaient inconnues ou presque chez les physiciens. L'exception, comme le montre Lützen (1995*b*), était Heinrich Hertz, qui connaissait ces travaux avant d'entreprendre sa géométrisation de l'espace de configuration dans ses *Prinzipien der Mechanik in neuem Zussamenhänge dargestellt* (1894). Hertz lui-même postula l'existence d'un espace et d'un temps absolus, dans la tradition de la mécanique rationnelle. Et même si la mécanique de Hertz était étudiée par tous les théoriciens, Lützen voit dans la rareté des applications ou des extensions de son travail un signe que cette voie était sans issue (1995*b*, 81).

En même temps, on peut reconnaître une valeur apodictique à la mécanique de Hertz, parce que certains théoriciens y voyaient une démonstration de l'importance de la géométrie non euclidienne pour les recherches en physique. Ludwig Boltzmann en est un exemple. Dans ses cours de philosophie à Vienne, il exposa le sujet des fondements de la géométrie, y compris le problème de l'espace. Et même s'il pensait que les mesures du parallaxe stellaire ne révéleraient jamais la structure non euclidienne de l'espace, Boltzmann considérait que cette possibilité était « entièrement concevable ». En cas d'une telle découverte, disait-il, « l'intuition serait contrainte de s'y accommoder » (1990, 255).[16] On voit donc qu'à la différence de Poincaré, Boltzmann n'envisageait pas de changement aux lois de la physique pour sauver la géométrie euclidienne.

La confiance de Boltzmann dans l'exactitude des lois de la physique était partagée par Mach, qui admettait qu'un jour, les physiciens seraient peut-être obligés de modifier leurs notions « physico-métriques ». Mach considérait (comme Poincaré) que l'objet géométrique n'avait pas d'équivalent en physique ; dans la pratique, il rappelait, on a toujours affaire avec des objets physiques. Par conséquent, on pouvait demander si la trajectoire d'un rayon de lumière correspondait mieux à la notion de la droite en géométrie euclidienne ou non euclidienne. Mach envisagea donc la vérification de la courbure de l'espace par l'optique, mais il rajouta que « le physicien ferait mieux d'attendre une telle occurrence » avant de mettre en cause la géométrie euclidienne de l'espace (1906, 137).

Les recherches en physique, selon Hertz et Boltzmann, pouvaient profiter des techniques des géométries non euclidiennes et hyperspatiales. Sur le continent, la théorie de l'électricité

[15]Im Gegenteil, indem die Mathematik z. B. in der *Nicht-Euklidischen* Geometrie Grundlagen und Grundsätze schafft, die eine allgemeinere Raumanschauung darbieten, als sie durch die Wirklichkeit gegeben ist, gewährt sie sehr schätzenswerte Hilfsmittel die Sätze festzustellen, welche als Grundsätze für den wirklichen–*Euklidischen*–Raum gewählt werden müssen. Volkmann 1913, 360.

[16]Nun, ich halte diese Fälle nicht für wahrscheinlich, aber es wäre möglich, daß durch Messungen von Sternen konstatiert würde, daß der Raum nicht-euklidisch ist. Es ist vollständig denkbar, daß das der Fall wäre ; dann müßte sich die Anschauung akkomodieren.

de Maxwell–surtout dans la formulation de Hertz–eut un effet important sur la compréhension physique de l'espace. Paul Drude observa déjà en 1894 que les propriétés physiques qu'on attribuait à l'éther pouvaient être des propriétés de l'espace même. Ce point de vue était précoce selon Drude, parce que les physiciens considéraient que l'espace était un concept abstrait (voir Darrigol 1996, 256).

Pour sa part, August Föppl (1894) admettait dans son manuel d'électricité que l'espace à quatre dimensions n'était pas contraire aux lois de la pensée, et qu'il pouvait même exister physiquement quelque part.[17] Mais dix ans plus tard, la deuxième édition qu'il signa avec Max Abraham contredit la suggestion de Drude. Il était improbable selon Abraham et Föppl que l'espace soit porteur de propriétés électromagnétiques. Par conséquent, disaient-ils, « il serait bien de regarder de loin les investigations physiques des espaces non euclidiens » (1904, 435).[18] Cette mise en garde dut être faite surtout à l'intention des étudiants ; les journaux de physique de l'époque ne nous montrent pas d'exemple d'une recherche de ce type.

Pendant la quinzaine d'années suivant la publication de la théorie conventionnaliste en 1891, si quelques physiciens théoriciens étaient familiers du problème de l'espace, en général, ils ne s'en occupaient pas. Jusqu'aux années 1920, selon le témoignage de deux théoriciens exceptionnels, Max von Laue et Max Born, la plupart des physiciens n'ont pas pu comprendre les méthodes de la géométrie non euclidienne.[19] Les physiciens n'ignoraient ni l'existence de la géométrie non euclidienne ni le défi qu'elle posait à la philosophie kantienne ; ils se passaient des techniques qui selon eux n'avaient rien à voir avec leur métier.

3.4 Les mathématiciens et la géométrie physique à la fin du XIX[e] siècle

La connaissance restreinte de la géométrie non euclidienne chez les physiciens contraste avec le cas des mathématiciens. L'une des sources de cette différence a été suggérée par Mach, pour qui l'objet d'investigation n'était pas le même pour les physiciens et les mathématiciens qui s'intéressaient à la géométrie non euclidienne :

The deportment of physicists and mathematicians toward [the application of non-Euclidean geometry to physical reality] is in the main different, but this is explained by the circumstance that for the former class of inquirers the physical facts are of most significance, geometry being for them merely a convenient implement of investigation, while for the latter class these very questions are the main material of research, and of greatest technical and particularly epistemological interest. [Mach 1906, 134]

Selon Mach, quand les mathématiciens étudiaient la géométrie non euclidienne, ils s'occupaient moins des faits physiques que des questions formelles et épistémologiques. Cette description de l'objet des recherches mathématiques est contredite en partie par bon nombre de témoignages mathématiques. Il semble en effet qu'on puisse construire une autre image–plus hétérogène–de l'intérêt porté par les mathématiciens à la géométrie non euclidienne. S'intéresser à la géométrie non euclidienne ne signifiait pas en général qu'on dédaignait les faits physiques ; souvent, c'était lié à une conviction que la géométrie était une science fondée sur l'expérience.

Dès l'époque de sa découverte, la géométrie non euclidienne a été présentée–notamment par J. Bolyai (1867)–comme la science de l'espace. Et alors que l'absence d'une démonstra-

[17] Föppl 1894, 308. Je remercie O. Darrigol de m'avoir indiqué le livre de Föppl.
[18] « ..wird man gut tun, bei physikalischen Untersuchungen von nichteuklidischen Räumen abzusehen. »
[19] Laue 1922, 23 ; Born 1956, 253.

tion de sa cohérence interne (ou de l'indépendance du postulat des parallèles) n'était pas faite pour inspirer la confiance de tous, la découverte des modèles dans l'espace euclidien rendait la géométrie non euclidienne presque visible. L'appel à l'intuition visuelle des modèles donnait une impulsion nouvelle à l'idée d'un *espace courbe*. À travers les modèles en trois dimensions, l'espace physique, ou « l'espace de l'expérience » est devenu aussi le théâtre de la géométrie non euclidienne.

L'influence des idées du physiologiste et physicien Hermann Helmholtz sur les fondements de la géométrie ont montré la pertinence de la démarche de Riemann, basée sur la géométrie différentielle. Dans un style limpide, Helmholtz (1876) démontra la nécessité de l'expression riemannienne de la distance dans un espace à courbure constante, une fois admis le mouvement libre des solides. Après avoir pris connaissance du modèle de Beltrami, il s'est rendu compte que la détermination de la géométrie de l'espace physique ne pouvait se faire sans l'adjonction à la géométrie d'une partie de la mécanique, la loi d'inertie, par exemple. De cette façon, selon Helmholtz, l'expérience pouvait établir la structure euclidienne de l'espace.

Avec l'aide de Helmholtz, les idées de Riemann sur les fondements de la géométrie ont atteint un public plus important. Parmi les mathématiciens, le *Habilitationsvortrag* de Riemann (1867) est devenu le travail de référence pour tout ce qui concernait les questions de géométrie physique, comme l'ont remarqué Frank (1957, 84) et Nowak (1989). En dépit des critiques de son concept de l'espace pour cause de manque de sophistication philosophique, le travail de Riemann incita des études de la statique et de la mécanique non euclidiennes chez de Tilly, Schering, et Killing, entre autres. Ces travaux sont documentés dans Loria (1888), Bonola (1906), et dans le regard synoptique de Ziegler (1985).[20] Peut-être la plus remarquable des études riemanniennes de cette période est-elle celle de son traducteur, le professeur de mathématiques appliquées et de mécanique à *University College London* William Kingdon Clifford. En 1870, Clifford imagina une réduction de la physique à une géométrie de la matière dans un espace de courbure variable, où les distorsions locales se propageraient « à la manière d'une onde » (1876).

Toutefois, peu de mathématiciens ont poursuivi la possibilité d'une réalisation physique d'une géométrie à courbure variable. Les raisons n'en sont pas claires, mais peu de savants doutaient de l'homogénéité de l'espace physique (voir Jammer 1960, 158-9). À la lumière des arguments de Helmholtz sur le déplacement des solides, la mesure et la comparaison des distances semblaient impliquer un espace de courbure constante.[21]

De cette façon, le domaine des recherches mathématiques sur la géométrie de l'espace a été défini sans ambiguïté. Pour certains géomètres, comme Klein, et le professeur de mathématiques au *Massachusetts Institute of Technology* Frederick S. Woods (1905, 31), les seules géométries dignes d'intérêt étaient celles compatibles avec les données empiriques, à l'exclusion des géométries de l'hyperespace ou de courbure variable. D'autres, en revanche, ne se sentaient pas contraints par l'expérience. Lors d'un discours prononcé en 1911, par exemple, Lothar Heffter admettait que la géométrie de l'espace était déterminée par l'expérience, mais il observait que la question de savoir si une géométrie définie de façon axiomatique était compatible avec l'espace réel « laiss[ait] le mathématicien froid » (1911, 8).

Nous avons vu qu'à la fin des années 1870, les arguments de Riemann et de Helmholtz ont montré les conséquences importantes de la géométrie non euclidienne pour la géométrie de l'espace physique. Mais par rapport à la pratique mathématique, la géométrie non euclidienne

[20] Sur les démarches géométriques en dynamique au XIX^e siècle, voir aussi Houzel 1992 ; Lützen 1995*a*, 1995*b* ; Laugwitz 1996, § 3.

[21] Pourtant, Poincaré observa qu'on peut mesurer des longueurs « à l'aide d'une ficelle » dans l'espace riemannien à deux dimensions 1902*b*, 110.

resta marginale jusqu'au milieu des années 1880. L'application qui déclencha son changement de statut a été trouvée dans le domaine des équations différentielles linéaires, par un jeune chargé de cours de mathématiques à la faculté des sciences de Caen, Henri Poincaré.

Poincaré a découvert la théorie de ce qu'il appelait les fonctions fuchsiennes, dont l'établissement faisait appel aux transformations conformes du plan hyperbolique. Sa théorie a fourni une représentation paramétrique de toute courbe algébrique (par la fonction fuchsienne), et elle donnait la solution de toute équation différentielle linéaire aux coefficients algébriques (par la fonction zétafuchsienne).[22] Lors de sa première démonstration de la fonction fuchsienne, Poincaré a introduit un modèle de la géométrie hyperbolique du plan, ce qu'on a désigné le 'modèle du cercle' par la suite. En effet, la théorie de Poincaré prêtait un pouvoir de découverte à la géométrie non euclidienne, dont l'intérêt jusque là semblait être limité à la philosophie. Désormais, le statut de la géométrie non euclidienne était complètement transformé, comme le souligna Poincaré vers 1901,

Cette Géométrie [..] ne semble d'abord qu'un simple jeu de l'esprit qui n'a d'intérêt que pour le philosophe, sans pouvoir être d'aucune utilité au mathématicien. Il n'en est rien . . .[1914*a*, cité selon *Œuvres*, I, x-xi]

L'étendue de la découverte de Poincaré et la nouveauté de sa méthode ont attiré l'attention des mathématiciens, même si certains, comme Charles Hermite et Felix Klein, ont eu du mal à comprendre le rapport entre les fonctions fuchsiennes et la géométrie hyperbolique. Le raisonnement de Poincaré est devenu plus accessible à la suite de la parution d'une série d'articles sur le sujet, entre 1881 et 1885. La décennie 1880-1890 a vu l'émergence d'une nouvelle compréhension de la géométrie non euclidienne. Considérée pendant longtemps comme une sorte de curiosité logique, la géométrie non euclidienne était en train d'entrer dans les « mathématiques usuelles », selon l'image de Christian Houzel (1991, 179).

Au début des années 1890, et dans la foulée de cette évolution due à la découverte de Poincaré, le nombre de mathématiciens intéressés par la géométrie non euclidienne atteint un niveau tel que ce domaine encore émergent était considéré par certains comme une nouvelle sous-discipline mathématique. Auparavant, la géométrie non euclidienne se rencontrait dans plusieurs branches des mathématiques, par exemple, dans la géométrie projective, et dans la théorie des invariants. On commence à voir, à partir de 1890, l'enseignement de la géométrie non euclidienne comme un sujet autonome. À Göttingen, Felix Klein enseignait la géométrie non euclidienne en 1889-90 (Klein 1893), et à Cambridge, Alfred North Whitehead commença à exposer ce sujet en 1893 (J. Barrow-Green, comm. priv.). À *Johns Hopkins University*, Bertrand Russell aborda la géométrie non euclidienne en 1896 (voir Feuer 1982, 64). À Paris, en revanche, il n'y avait pas de cours sur la géométrie non euclidienne en tant que telle à cette époque, selon les répertoires de *L'Enseignement mathématique*. On sait pourtant que le sujet n'a pas été négligé par les professeurs de la Sorbonne. Les leçons de Gaston Darboux (1889) sur la géométrie différentielle, par exemple, comprenaient une revue des travaux de Lipschitz et de Beltrami sur la dynamique dans l'espace non euclidien, et le cours d'analyse d'Émile Picard (1893) traitait de la géométrie riemannienne.

Le contenu des ces cours n'était pas du tout homogène, évidemment. Nous n'avons pas l'intention de faire un bilan des démarches pédagogiques, mais de montrer qu'une discipline de géométrie non euclidienne commence à émerger dans les années 1890. C'est peut-être Felix Klein le premier d'en parler de cette façon, lorsqu'il évoquait la « reale Disziplin » de la géométrie non euclidienne, qu'on ne devait surtout pas confondre avec les « abstrakten mathematischen Betrachtungen » dans son sillage (1890, 381-2). Pour Klein, d'ailleurs, il s'agissait bien d'une discipline du *réel*, comme le souligne Hawkins (1980, 319). Sa décision d'aborder

[22] Voir Gray 1982, 221, 1986, 268 ; Dieudonné 1982, 3 ; Gray et Walter 1997.

la géométrie non euclidienne en tant qu'un sujet autonome d'étude a trouvé des émules en Allemagne. Les répertoires annuels de l'enseignement supérieur dans le *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* montrent qu'au début du vingtième siècle, on pouvait suivre des cours de géométrie non euclidienne dans cinq facultés allemandes (sur vingt et une) : Griefswald, Königsberg, Leipzig, Marburg et Münster.

La doctrine conventionnaliste a donc pris forme en même temps que la discipline de la géométrie non euclidienne, mais les deux n'allaient pas bien ensemble. La doctrine de Poincaré ôtait toute légitimité à un élément constitutif de la nouvelle discipline : l'investigation de la structure géométrique de l'espace physique. On voit aussi la position curieuse occupée par Poincaré dans cette histoire. Après avoir transformé presque d'un coup le regard des mathématiciens sur l'utilité en mathématiques de la géométrie non euclidienne, Poincaré tenta en effet de circonscrire le champ d'application de cette géométrie à l'analyse pure.

À Paris, les deux opposants principaux de la doctrine de Poincaré s'appelaient Émile Picard et Jacques Hadamard, dont les contributions à la géométrie étaient bien connues des chercheurs. Des collègues de Poincaré à la Sorbonne, Picard et Hadamard ne voyaient pas davantage l'intérêt de la doctrine conventionnaliste ; ils ont affirmé tous les deux que la géométrie euclidienne de l'espace était déterminée par les données empiriques.[23]

Moins connus que Hadamard et Picard, deux autres géomètres parisiens, Paul Barbarin et Hermann Laurent, ont également rejeté la doctrine de Poincaré. Barbarin, qui enseignait au lycée Saint Louis, a même consacré l'un des chapitres de son livre sur la géométrie non euclidienne au thème interdit de la « géométrie physique ».[24] Certes, la doctrine de Poincaré n'était pas sans disciples en France ; deux professeurs de lycée, Jules Richard (1910) et Adolphe Buhl (1911) ont pris la parole en sa faveur. Mais à notre connaissance, aucun mathématicien *universitaire* ne s'est prononcé pour la doctrine de Poincaré.

L'influence de la doctrine de Poincaré sur l'orientation de la recherche ne se prête pas à une évaluation précise, à cause du faible niveau d'activité dans le domaine de la géométrie physique. Toutefois, il est certain qu'elle représentait une gêne pour ceux qui diffusaient les connaissances acquises dans ce champ. Un exemple de cette gêne se trouve chez Heinrich Liebmann, alors collègue de Wilhelm Killing à Leipzig. Dans son livre sur la géométrie non euclidienne, Liebmann suivait l'exemple de Barbarin, en consacrant un chapitre à la géométrie de l'espace physique (*Erfahrungsraum*). Il expliquait dans sa préface qu'il l'avait rédigé « en dépit du scepticisme des remarques de Poincaré » (1905, v).

Mais en fait, Liebmann concédait à Poincaré qu'une décision catégorique sur la géométrie de l'espace ne pouvait se faire uniquement sur une base empiriste. Il nota un contraste entre la doctrine de Poincaré et l'argument des astronomes Karl Schwarzschild et Paul Harzer, selon lequel un univers de masse finie impliquait une géométrie elliptique (1911, 171). Autrement dit, Liebmann suggérait que la détermination de la géométrie de l'espace était une question de physique du cosmos.

De la même façon, les remarques de Felix Klein sur les fondements de la géométrie montrent qu'on pouvait bien admettre la faiblesse épistémologique du point de vue empiriste, sans aboutir à la doctrine de Poincaré. L'opinion de Klein a été comparée à celle de Poincaré par le positiviste Federigo Enriques, selon lequel l'un et l'autre reconnaissaient une brèche entre le contenu des postulats géométriques, d'un côté, et l'expérience et l'intuition, de l'autre. La différence entre les positions de Klein et Poincaré venait de ce qu'Enriques appelait le nominalisme de Poincaré ; c'est précisément ce qu'il trouvait inadmissible. Enriques considérait que Riemann et Helmholtz avaient raison : la géométrie était une branche de la physique (1910, 271 ;

[23] Hadamard 1898, 286 ; Picard 1908, 143 et 1914, 23.

[24] Barbarin 1902, 69 et passim ; Laurent 1906, 40.

1911, 6).[25] La conséquence, selon un géomètre à Turin, Gino Fano, en était que la géométrie partageait la nature relative et approximative des théories physiques (1908, 281).[26] À la différence de Poincaré, cette perte de certitude ne l'a pas gêné.

La solution de Klein au problème de l'espace a été un compromis entre les vues de Fano et Poincaré. La géométrie, disait Klein, se laissait bien comprendre en tant que science physique. Son regard « pratique » sur la géométrie impliquait l'introduction d'une classe de techniques d'approximation, qu'il dénommait les « mathématiques de l'approximation », et exposait dans son cours d'applications du calcul intégral et différentiel. Alternativement, la géométrie se laissait comprendre dans un sens abstrait : les « mathématiques de précision ». La science toute entière, a-t-il dit, se rangeait sous ses deux catégories (1902*a*, 11-12). D'ailleurs, les mathématiques de l'approximation ne se réduisaient pas aux mathématiques de précision. Selon Klein, à partir des relations objectives du monde « externe », la mathématique appliquée gagnait un contenu conceptuel indépendant, qui dépassait l'appareil logique des mathématiques (1902*b*, 135). Plus tard, Lothar Heffter cita un « champion réputé » des mathématiques appliquées, selon qui le dédain affiché des mathématiciens purs vers les mathématiciens appliqués trouvait sa source dans le ressentiment, parce que ces derniers savaient quelque chose au-delà et au-dessus de ce que savaient les mathématiciens purs (1911, 12).

L'activité de Klein en faveur des applications de la géométrie ne s'est pas confinée à la théorisation ; il fallait aussi agir sur les lieux de mémoire.[27] Selon une légende célèbre à Göttingen à l'époque, Gauss aurait cherché à mettre l'euclidicité de l'espace à l'épreuve dans les années 1820, à travers la mesure des angles du triangle optique formé par des instruments installés en haut des montagnes Brocken, Inselsberg et Hohenhagen. En 1908, Klein sollicita des dons des sociétés astronomiques et mathématiques, afin de construire une tour sur la Hohenhagen en l'honneur de Gauss. La pierre angulaire du monument devait être placée le jour d'anniversaire de Gauss, le 30 avril 1909, en présence de Poincaré et Hilbert.[28]

L'évaluation de la doctrine de Poincaré s'emmêlait avec la dispute entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. À la suite du développement des mathématiques pures, souvent identifié avec l'École de Berlin et ses maîtres Leopold Kronecker et Karl Weierstrass, des distinctions sociales ont émergé. Les mathématiciens peu épris de la théorie des nombres se plaignaient d'un manque de respect de la part des mathématiciens purs. Heffter, par exemple, qui avait enseigné dans une école d'ingénieurs au début de sa carrière, se souvenait dans ses mémoires de la « perversion » que représentait le « dédain hautain » envers les applications des mathématiques, de la part des mathématiciens purs (1937, 3).

Ce n'était sûrement pas l'intention de Poincaré, mais selon Paul Tannery sa doctrine a établi une ligne de démarcation entre les mathématiques pures, d'une part, et la mécanique et la physique théorique, de l'autre part (1903, 392). Elle séparait, en effet, la science pure de la géométrie du domaine « impur » des mathématiques appliquées, que Poincaré associa, dans un discours lu au premier Congrès des Mathématiciens, aux projets d'entrepreneurs :

> [L]es gens pratiques réclament seulement de nous le moyen de gagner de l'argent. Ceux-là ne méritent pas qu'on leur réponde ; c'est à eux plutôt qu'il conviendrait de demander à quoi bon accumuler tant de richesses et si, pour avoir le temps de

[25] La critique d'Enriques a été reprise par Francesco Severi (1910, 27), et Eduard Study (1914, 117-8). Sur les démarches d'Enriques et de Poincaré en géométrie et en physique, voir Israel 1992.

[26] La doctrine de Poincaré écartait la perte de certitude, voir Poincaré 1891, 773.

[27] Introduit par Pierre Nora (1986) dans le cadre de l'histoire de l'identité nationale en France, ce concept s'applique ici à l'identité disciplinaire des mathématiciens.

[28] *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17**, supplément, 121 ; *Bulletin of the American Mathematical Society* **15**, 318 ; *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* **7**, 210-211.

> les acquérir, il faut négliger l'art et la science qui seuls nous font des âmes capables d'en jouir et *propter vitam vivendi perdere causas*. [Poincaré 1897, 331]

Tant que le but n'était pas lucratif, précisa-t-il, l'interaction entre l'analyse pure et la physique mathématique était souhaitable (1897, 332-3). Pourtant, sa condamnation ne mettait en cause que les mathématiciens appliqués, seuls soupçonnés d'avoir cédé à la tentation de gagner de l'argent plutôt que de poursuivre la vérité scientifique.

À l'évidence, il y avait une catégorie de mathématiciens à part, à savoir les mathématiciens purs, qui n'était pas concernés par la mise en garde de Poincaré. Selon Enriques, la définition conventionnaliste de la vérité était la source d'une distinction sociale néfaste. La vérité conventionnelle était

> un élégant paradoxe, un paradoxe qui par certains côtés aristochratiques [sic] non moins que par ses conséquences sociales, devait flatter particulièrement les tendances d'esprit d'une petite classe de penseurs [..], intellectuels malgré eux. [*Scientia* **2**, 1907, 376]

À l'origine de la vérité conventionnelle, et membre éminent de l'élite intellectuelle parisienne, Poincaré faisait partie, sans doute, de ceux visés par l'invective d'Enriques.[29] En fait, Poincaré ne dédaignait pas les mathématiques appliquées. Il les pratiquait à travers ses cours de physique mathématique, et les encourageait en tant que membre du comité de rédaction du périodique *L'Éclairage électrique*. En dépit de l'engagement de Poincaré en faveur des mathématiques appliquées, on considérait que la doctrine conventionnaliste flattait les préjugés élitistes et narcissiques des mathématiciens purs.

L'émergence des mathématiques pures entraînait donc des distinctions sociales ; en même temps, elles mettaient en question la place des mathématiques dans la hiérarchie de la connaissance. Les vérités mathématiques ne se prêtaient plus à la vérification expérimentale. Par conséquent, on se demandait si la science mathématique était ou bien une science physique (*Naturwissenschaft*) ou bien l'une des « sciences morales » (*Geisteswissenschaften*). Les mathématiciens étaient partagés sur la question. Du point de vue « purement philosophique », Klein observa que la science mathématique ne dépendait pas des sciences de la nature, et qu'« en soi », elle était « une science morale pure ». Il rajoutait immédiatement, toutefois, que le lien institutionnel entre les sciences de la nature et la science mathématique « s'imposait de l'intérieur » (1907, 137). En clair, il ne s'agissait pas chez Klein de séparer les mathématiciens des autres chercheurs au sein de l'université.

Klein savait que la science mathématique était une science morale, mais Leo Koenigsberger (1913) et Émile Picard (1911), trouvaient qu'elle était à la fois une science de la nature *et* une science morale. De par cette appartenance double, unique à la science mathématique, Heinrich Timerding concluait qu'elle formait une sorte de terrain neutre, un pont entre les deux catégories fondamentales de la connaissance (1911, 42).[30]

La géométrie faisant partie de la science mathématique, la nature de ses rapports avec l'expérience pesait sur ces considérations. Or, il n'y avait pas de consensus sur l'extension du terme *géométrie* ; certains travaux de géométrie algébrique, par exemple, semblaient appartenir plus

[29] Sur les origines de la famille Poincaré, voir Mergnac 1994. À l'occasion, Poincaré se faisait inviter par la royauté, par exemple, le Roi Gustav II de Suède, qui lui décerna un prix pour son travail sur le problème des trois corps, et la Reine Marie de Roumanie (voir la copie de sa lettre à Poincaré, le 22 nov. 1910, Archives Poincaré).

[30] L'attribution d'une position unique (et centrale) aux mathématiques dans le schéma des connaissances était donc indépendante, parfois, des débats sur la nature transcendante des mathématiques, sous forme d'appels à l'harmonie préétablie entre la mathématique pure et la réalité physique. Sur les mathématiques et la logique en tant que concepts transdisciplinaires, voir Stichweh 1994, 37.

à l'algèbre qu'à la géométrie (voir Gray 1994). La conséquence en était, selon le moderniste Hausdorff, que tout débat sur le fondement empiriste de la géométrie était « futile » (1904, 19).

Le problème de l'espace était insoluble selon Hausdorff, parce qu'au moins cinq sciences étaient intéressées, ce qui rendait tout consensus hors de portée.[31] Quelque part entre les mathématiques et la physique, l'astronomie ne figurait pas sur sa liste, mais les astronomes aussi avaient leur mot à dire. L'avis de Paul Harzer, directeur de l'observatoire de Kiel, a été publié dans la revue de la Société allemande des mathématiciens ; il était cité souvent par les géomètres. Harzer observa que, dès la découverte de la géométrie non euclidienne, l'astronomie faisait de la géométrie une science physique, parce qu'elle déterminait la courbure exacte de l'espace :

> Kein spezieller Wert der Krümmung kann aber als a priori vorberechtigt erscheinen ; nur die Erfahrung kann lehren, welcher Wert der Krümmung in der Geometrie des tatsächlich existierenden Raumes gültig ist. Damit ist der Geometrie die Vorzugsstellung einer Wissenschaft a priori entrissen und ihr, als Wissenschaft der Erfahrung, ihre Stellung unter den anderen Wissenschaften dieser Art, der analytischen Mechanik und den exakten Naturwissenschaften angewiesen worden, unter denen sie allerdings als allzeit bereite mächtige Hilfswissenschaft eine hervorragende Stelle beanspruchen darf. [Harzer 1908, 248-249]

La détermination de la structure géométrique de l'espace par l'observation de la lumière des étoiles lointaines fixait en même temps la situation de la géométrie par rapport aux autres domaines de la connaissance. Chez Harzer la géométrie se voyait à la fois déchue de son titre de science purement analytique, et promue en tant que ressource efficace pour les autres sciences de la nature.

La détermination par l'observation de la structure non euclidienne de l'espace était admise par Harzer, sans égard à la possibilité de reformuler les lois de la physique dans un tel espace. Helmholtz et d'autres avaient admis depuis longtemps la cohérence d'une mécanique non euclidienne, mais les tentatives de Padova de trouver une explication mécanique de la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell dans un espace non euclidien n'ont pas abouti (voir Tazzioli 1993). Pour certains, on pouvait admettre la possibilité d'une physique fondée simultanément sur la géométrie euclidienne et non euclidienne. Un ancien élève de Reye et de Christoffel, alors maître de conférences de mathématique appliquée à l'université (allemande) de Strasbourg, Josef Wellstein, nota dans un exposé sur les fondements de la géométrie qu'il n'y avait pas de preuve formelle que la direction de propagation des rayons lumineux coïncidait avec les trajectoires inertielles des corps rigides. En l'absence d'une telle démonstration, Wellstein fit la suggestion suivante :

> Es wäre denkbar, daß die Lichtstrahlen eine Nichteuklidische, die Trägheitsbahnen die Euklidische Geometrie verwirklichen, d. h. zu ihrer Erklärbarkeit in einem einheitlichen Systeme der Wissenschaft voraussetzen. [Wellstein 1905, 134-135]

Wellstein ne précisa ni comment la physique optique serait réconciliée avec les lois de la mécanique, ni comment une optique non euclidienne entrerait dans un tel système. Poincaré, pour sa part, avait suggéré (1891, 774) que si un jour on observait des trajectoires lumineuses courbes, on ne serait pas obligé de les considérer comme des droites de l'espace non euclidien, parce qu'on pourrait modifier la loi de la propagation rectilinéaire de la lumière dans l'espace euclidien. À la différence de Poincaré, Wellstein envisagea de manière explicite une physique 'bi-géométrique', où la lumière se dirigerait selon les géodésiques d'un espace non euclidien,

[31] Hausdorff 1904, 1. Les sciences concernées étaient les mathématiques, la physique, la physiologie, la psychologie et la philosophie de la connaissance (*Erkenntnistheorie*).

et les trajectoires inertielles des corps rigides réaliseraient les droites de l'espace euclidien. Nous verrons bientôt que Poincaré n'était pas d'accord avec l'idée de Wellstein.

La traduction allemande du premier recueil d'essais philosophiques de Poincaré, *La Science et l'Hypothèse* (1902*a*) parut la même année que le livre de Wellstein, ce qui fournit à Paul Mansion l'occasion de s'exprimer sur la doctrine de Poincaré. Rédacteur en chef de la revue *Mathesis*, et auteur de quelques dizaines d'articles sur la géométrie non euclidienne, Mansion était un opposant du conventionnalisme géométrique. Croire à la nature conventionnelle de la géométrie pour lui, c'était rejeter la possibilité de mesurer des longueurs, ce qui revenait à « nier toute possibilité d'une connaissance quantitative de la nature ». Mais le catholique Mansion doutait que « personne aille jusque-là » (1905, 5). Deux lecteurs de la traduction anglaise, Bertrand Russell et Edwin B. Wilson, ont été presque aussi acerbes dans leurs critiques de la doctrine de Poincaré (*Mind* **14**, 1905, 415 ; *Bull. Am. Math. Soc.* **12**, 1906, 193).

Moins d'un an après la parution du livre de Wellstein et des commentaires de Mansion, Russell et Wilson, Poincaré présenta un choix à ses lecteurs. Ils pouvaient (1) identifier la droite avec un processus physique, tel que la propagation de la lumière, ou (2) rejeter toute définition empiriste de la droite. Choisir (1) serait « stupide », observa-t-il avec une franchise inhabituelle, et cela pour deux raisons. D'abord, il prenait en compte le cas où un rayon lumineux semblait suivre une trajectoire courbe. Si on devait considérer la trajectoire comme une droite dans l'espace courbe, alors il y aurait un conflit avec une autre définition physique de la droite : l'axe de rotation d'un solide. Autrement dit, Poincaré rejetait l'option de Wellstein, selon laquelle la définition optique (c'est-à-dire électromagnétique) et mécanique de la droite pouvaient coexister. Ensuite, Poincaré douta de l'invariance temporelle du processus physique responsable du rayon lumineux (1906, 34).[32] La géométrie physique, en somme, restait problématique ; de l'avis de Poincaré il n'y avait toujours pas de définition empiriste satisfaisante de la droite.[33]

Pour autant, le problème de l'espace n'occupait pas le centre d'attention mathématique ; au contraire, en tant que domaine de recherche le sujet était marginal, même par rapport à l'ensemble des travaux sur les géométries non euclidiennes et de l'hyperespace. La bibliographie de Duncan Sommerville sur la géométrie non euclidienne (1911), la plus complète pour cette période, nous donne le moyen d'évaluer le niveau d'activité des différentes spécialités du domaine. En ce qui concerne la période 1890-1905, Sommerville a fait état de 49 titres d'articles et de livres sur la cinématique ou la dynamique de l'espace non euclidien, à comparer avec plus de 2000 titres publiés pendant la même période, dans toutes les branches de la géométrie non euclidienne et de l'hyperespace. À l'évidence, les travaux d'application de la géométrie non euclidienne à la mécanique étaient ésotériques au moins jusqu'à 1905. Le petit nombre de publications dans cette spécialité souligne sa position marginale par rapport à l'ensemble des recherches mathématiques.

D'autres aspects de la géométrie non euclidienne attiraient l'intérêt des mathématiciens, y compris les fondements axiomatiques de la géométrie, développés en Italie par Pasch, Peano et Pieri, et ailleurs par Veblen, Hilbert, et H. Weber. Le texte de Coolidge (1909) montre qu'à la fin de la première décennie du vingtième siècle, on pouvait écrire un livre sur la géométrie non euclidienne sans parler d'applications physiques.

Les fondements axiomatiques de la géométrie euclidienne ont trouvé une expression convaincante dans le livre de David Hilbert, *Grundlagen der Geometrie* (1899). On peut connaître mieux le chemin intellectuel suivi par Hilbert avant d'écrire les *Grundlagen*, grâce aux transcriptions des cours qu'il faisait sur ce thème. En 1891, lorsque Hilbert était encore un *Privat-*

[32] Wellstein (1905, 141) a également souligné le problème.

[33] Apparemment, Poincaré n'était pas prêt–en janvier 1906–à adopter une définition de la simultanéité comme celle proposée par Einstein (1905, 891).

dozent à Königsberg, il enseignait la géométrie projective, ce qui était l'occasion de faire une comparaison entre le type de connaissance représenté par la théorie des nombres, la géométrie, la mécanique ou la physique :

> The results of these domains (number theory, algebra, function theory) can be achieved by pure thinking [..]. Geometry, however, is completely different. I can never fathom the properties of space by mere thinking, just as little as I can recognize the basic laws of mechanics, the law of gravitation, or any other physical law in this way. Space is not a product of my thinking, but is rather given to me through my senses. Therefore I require my senses for the establishment of its properties. I require intuition and experiment, just as with the establishment of physical laws. [Traduit par Majer 1995, 263]

L'analyse pure ne pouvait pas déterminer les lois de la physique, selon Hilbert, et on ne pouvait pas connaître la géométrie de l'espace avant de prendre sa mesure. Dans les deux cas, les lois impliquaient à la fois l'intuition et l'expérience. Ce point de vue sur les propriétés de l'espace et le rôle de l'intuition dans la pensée géométrique n'a pas été repris pendant la rédaction des *Grundlagen*, mais il ne semble pas que Hilbert l'ait modifié par la suite.

3.5 En marge de la doctrine : les mathématiques appliquées

Jusqu'ici nous avons rencontré quelques-uns des aspects intellectuels et sociaux de la doctrine de Poincaré, en rapport avec l'émergence de la géométrie non euclidienne en tant que sous-discipline à la fin du siècle. Les critiques mathématiques de cette doctrine ont également des liens avec quelques développements institutionnels en Allemagne pendant la même période, comme nous le verrons à présent.

Le siège de l'opposition mathématique à la doctrine de Poincaré se trouvait à Göttingen, où Gauss et Riemann avaient travaillé sur les fondements de la géométrie physique. Avec ces derniers, Wilhelm Weber et Peter Gustav Lejeune-Dirichlet ont établi une forte tradition d'interaction entre les recherches en mathématiques et en physique. Dans la période suivant la mort de Dirichlet, la réputation scientifique de l'université ne se distinguait guère de celles des autres universités de province ; c'était le cas jusqu'à ce que Felix Klein occupa la chaire de mathématiques trente ans plus tard. L'importance de l'activité de Klein pour l'essor scientifique de Göttingen a été éclairée par les études de Manegold (1970), Pyenson (1985) et Rowe (1989), qui forment la base de notre analyse dans cette section.

Une fois installé dans l'une des deux chaires de mathématiques à Göttingen, Klein fit sienne la vieille tradition mathématico-physique de Göttingen. Or, le manteau de Riemann n'était pas vraiment à sa taille, et il fallait faire quelques ajustements. C'est ce qui eut lieu en 1894, quand Klein fit ses hommages à Riemann et son influence sur les mathématiques modernes. Par exemple, Klein devait diminuer l'importance de la critique riemannienne de la valeur de l'intuition géométrique, implicite dans sa conférence célèbre sur les fondements de la géométrie. Malgré « l'accord parfait » entre le développement des séries trigonométriques de Riemann, d'une part, et des méthodes de Weierstrass de l'autre, Klein disait ne pas pouvoir imaginer que Riemann eût considéré l'intuition géométrique contraire à l'esprit mathématique. Il mettait en avant les contributions de Riemann à la physique théorique, pour constater qu'en général, les résultats mathématiques durables étaient précisément ceux découverts à travers quelque représentation « concrète » (1894, 81). C'est ainsi que Klein établit la continuité de sa propre vision de l'avenir des mathématiques avec celle de Riemann. D'après son disciple Sommerfeld, la récupération par Klein de l'oeuvre de Riemann fonctionnait à merveille ; c'est lui qui en référait, quelques décennies plus tard, à la « tradition Riemann-Dirichlet-Klein » (1943, vii).

À la fin du dix-neuvième siècle, Felix Klein sentait que la période héroïque de la science était terminée, et que désormais, le progrès serait acquis à travers la collaboration des savants. Parmi les projets envisagés par Klein, il y avait la grande encyclopédie mathématique, l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, une entreprise énorme qui dura un quart de siècle, dans laquelle des mathématiciens, des physiciens et des astronomes résumaient l'évolution historique et l'état actuel de la recherche dans les branches multiples de l'analyse, l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, la mécanique, la physique et l'astronomie. Klein prit lui-même la direction des tomes de mécanique, et assigna la direction de la rubrique de physique à Sommerfeld, alors professeur de mathématiques à Clausthal.

Dès les années 1890, Klein poursuivait un projet en collaboration avec un collègue physicien, Eduard Riecke. Comme le montrent en détail les études de Manegold (1970) et Pyenson (1983), Klein avait pour but la création des instituts de mathématique appliquée à Göttingen. Les diplômés de ces instituts devaient composer une sorte d' « état-major », capable d'assumer la direction des « officiers du front » formés, eux, par les nombreux instituts polytechniques (voir Rowe 1989, 203). Soutenu par les hommes d'affaires, le projet de Klein a été réalisé en quelques années. La tradition de Göttingen–revue par Klein–avait repris son souffle d'antan.[34]

Le développement par Klein des instituts de mathématique appliquée, suggère Rowe (1985, 282), trouvait son inspiration chez les physiciens et les chimistes. La fin du dix-neuvième siècle a vu l'augmentation rapide du pouvoir institutionnel à la disposition des dirigeants de la physique et de la chimie allemande : Hermann Helmholtz, Wilhelm Conrad Röntgen, Walter Nernst and Emil Fischer. Pendant les années 1870 à 1914, la construction de vingt-quatre instituts de physique en Allemagne entraîna ce que David Cahan appelle une révolution institutionnelle (1985, 57). L'histoire de la physique allemande de Jungnickel et McCormmach (1986, vol. 2, chap. 15) montre comment la création de ces instituts fit naître une forme nouvelle de vie : le physicien théoricien. Selon ces auteurs, cette sous-discipline a pu émerger grâce au besoin institutionnel d'un spécialiste capable d'enseigner à la fois la physique expérimentale et la physique mathématique. Après 1875, de plus en plus souvent les spécialistes en physique théorique s'installaient à une place entre les mathématiques et la physique, où auparavant on avait vu travailler Gauss et Riemann (1986, vol. 1, p. 185).

La réaction des mathématiciens à l'essor institutionnel des sciences physiques et chimiques s'approchait de la défense du territoire, surtout dans les facultés des sciences de taille modeste. Stichweh (1984, 363) montre que l'idée d'accueillir un nouveau spécialiste en physique ne plaisait pas à certains mathématiciens. Or, à cette époque de croissance économique et démographique allemande, la discipline mathématique a vu le nombre de ses chaires augmenter au même rythme qu'en physique (voir Ferber 1956, 197-8). Mais le budget d'une salle de lecture mathématique (encore une innovation de Klein) était négligeable par rapport aux sommes dépensées pour l'entretien d'un institut de physique.[35] Klein a été témoin de l'essor institutionnel de la physique à Göttingen et partout en Allemagne ; son tournant vers les mathématiques appliquées peut être compris, au moins en partie, comme une réponse mimétique.

Comme tous les professeurs de mathématiques, Klein a également été témoin de la surproduction de diplômés. En 1906, les universités en Prusse comptaient 1600 inscrits en mathématiques. Ce chiffre augmente de six pour cent chaque année jusqu'à 1911, date à laquelle l'ouverture aux femmes gonfla le nombre d'inscrits au-delà de deux mille. Les cours de ma-

[34]Voir aussi le point de vue de Pyenson, selon lequel les mathématiciens de Göttingen satisfaisaient au « Gaussian ideal », là où les mathématiciens cherchaient la solution des problèmes physiques, et développaient la valeur intrinsèque de la pensée mathématique (1985, 105).

[35]Jusqu'à deux mille mark en 1891, voir Jungnickel et McCormmach 1986, vol. 2, table 1, 162-3.

thématiques débordaient d'étudiants.[36] Arthur Schönflies estimait qu'il y avait 250 emplois disponibles chaque année pour les 400 diplômés des facultés de mathématiques prussiennes. Lorsqu'il présentait ces chiffres à la Société allemande des mathématiciens, Schönflies exprimait son sincère regret qu'il n'y ait pas de moyen de modérer l'attirance des étudiants pour les mathématiques (1911, 27-8). À l'opposé de cette attitude, d'autres, comme Klein et ses collègues à Göttingen–Carl Runge en mathématiques appliquées et Ludwig Prandtl en mécanique– encourageaient l'étude des techniques applicables dans un secteur industriel en pleine expansion, et qui les finançait.

L'enseignement universitaire représentait également un terrain d'expansion mathématique. Comme le remarque Staley (1992, 73), en 1911, Runge envoya un questionnaire à ses collègues mathématiciens et physiciens dans le monde entier, sous l'autorité de la Commission Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques présidée par Klein. L'objectif était de recueillir des renseignements sur la place des mathématiques dans la formation des physiciens à l'université, et sur l'intérêt de la développer ou de la réduire. On voulait savoir, plus particulièrement, si les cours de mécanique et les cours de « modern subjects of mathematical physics » étaient enseignés par des mathématiciens.

Les résultats de l'enquête ont été présentés par Runge au cinquième Congrès des Mathématiciens à Cambridge en 1912. Runge nota d'abord l'opinion générale, selon laquelle la formation mathématique de l'étudiant en physique avait besoin de réforme. Il suggéra qu'on pouvait faire du progrès en introduisant aux étudiants les « more modern views of Physics on Electricity and Matter ». La formule est vague, mais chez Runge elle recouvrait sans doute l'ensemble de travaux appartenant à l'image électromagnétique du monde, fondée sur les travaux des années 1890 de Lorentz, Larmor et Wien, et élaborée ensuite par les anciens collègues de Klein à Göttingen : Emil Wiechert, Max Abraham, Karl Schwarzschild, Gustav Herglotz, Arnold Sommerfeld, Walter Ritz, Hermann Minkowski et Max Born.[37] Une telle réforme s'imposait, selon Runge, parce que les tendances actuelles étaient nuisibles aux mathématiques :

The main danger is the gap between physicists and pure mathematicians that seems to be widening. Mathematics is suffering from over-specialization and is cutting itself off from Natural Philosophy and Experimental Science. [..] What is really wanted is that Mathematical teachers should understand the problems and the needs of the Physicist. [Runge 1913, 602]

Le développement des mathématiques pures, selon Runge (un ancien élève de Weierstrass), faisait souffrir les mathématiques ; le remède, c'était un déplacement de l'attention des mathématiciens vers les problèmes de la physique théorique. Les questions posées aux enseignants par la Commission de Klein visaient précisément la formation mathématique des physiciens ; les conclusions tirées de l'enquête par Runge soulignait l'avantage pour la discipline mathématique d'un accroissement d'activité dans ce domaine.

Le dédain montré par les mathématiciens purs envers les applications (que nous avons déjà mentionné) prenait un autre sens pour le directeur de l'institut de physique de Würzburg, Willy Wien. L'encouragement de la physique théorique chez Wien passait par le déni de l'aptitude des mathématiciens à remplir la fonction du théoricien. Wien remarqua que les mathématiciens étaient capables de faire les calculs que faisait le physicien théoricien tous les jours, mais qu'ils n'avaient pas envie de les faire (1914, 5).

Évidemment, la description de Wien faisait un tort au mathématicien appliqué, chez qui on devait soupçonner un désir secret de faire de la mathématique pure, ce qui le rendait moins

[36] "Starke Überfüllung des höheren Lehrfaches mit Kandidaten der Mathematik," *Physikalische Zeitschrift* **12**, 1911, 311.

[37] Sur l'influence de l'image électromagnétique du monde dans le milieu des théoriciens voir McCormmach 1970.

intéressant qu'un physicien théoricien aux yeux des employeurs. L'arithmétisation des mathématiques rendait d'autant plus plausible l'avis de Wien, et représentait ainsi un obstacle supplémentaire à la réalisation de la vision de Klein d'une discipline recentrée sur les applications. En même temps, Wien n'en était peut-être pas conscient, mais la ligne entre les mathématiques pures et appliquées, la physique mathématique et la physique théorique se déplaçait sans cesse, à cause de plusieurs influences, y compris un raffinement sans fin des techniques mathématiques de la physique théorique.[38]

Le développement de la mathématique pure aux dépens des mathématiques attentives aux besoins des ingénieurs et des sciences exactes en Allemagne, selon Rowe (1986, 432), a été surtout le fait de l'École de Berlin. La géométrie était souvent associée en Allemagne avec la mathématique appliquée, et par conséquent, les géomètres souffraient aussi de l'essor de la mathématique pure (voir Rowe 1989, 190). Klein était convaincu que la montée de l'École de Berlin contribuait au déclin de la géométrie parmi la nouvelle génération de mathématiciens en Allemagne. Afin de combattre cette tendance, et de restaurer le rôle de l'intuition en géométrie, il chercha à embaucher Gino Fano, celui qui a traduit son *Erlanger Programm* en italien (voir Tobies 1987, 50).

En France aussi, le nature des recherches en géométrie était une source d'inquiétude. La doctrine conventionnaliste était une menace à la productivité des ces recherches, selon l'homme politique et Académicien Charles de Freycinet. Son livre *De l'Expérience en Géométrie* prédit même que la coupure du lien entre la géométrie et la physique ferait de la géométrie une « science stérile » (1903, 128-9).

La question de la place des applications dans l'enseignement scientifique s'est posée à Paris comme à Göttingen. Picard dénonça le cours de mécanique appliquée introduit à la Sorbonne en 1907 comme une atteinte à la « Science pure » (voir Paul 1972, 23). Hadamard, lui, fit remarquer que les théories scientifiques bénéficiaient de la technologie et de l'expérience. Et l'électrotechnicien Paul Janet observa que de toute façon, les étudiants en sciences ne pouvaient tous gagner leur vie en tant que professeurs.

Quelques-unes des préoccupations des mathématiciens à la fin du dix-neuvième siècle ont été soulevées brièvement : le niveau des recherches géométriques, la place des mathématiques par rapport aux autres sciences, la surproduction de diplômés de mathématiques et la révolution institutionnelle de la physique allemande. Cette liste n'est pas exhaustive ; elle ne représente que des sujets qui mettaient en question le bien-fondé d'une distinction entre la géométrie et l'expérience.

3.6 L'influence de la doctrine de Poincaré sur la réception de la relativité restreinte

Les changements intellectuels et institutionnels, que nous avons relevés très brièvement, sous-tendaient l'opposition à la doctrine de Poincaré jusqu'à 1905. De 1905 jusqu'à la guerre de 1914, les institutions concernées n'ont pas subi de réforme importante, mais en ce qui concerne les théories physiques, la période se caractérise par un bouleversement des principes, à commencer par les articles d'Einstein et de Poincaré sur le principe de relativité. À travers des documents de l'époque, nous regardons ici la théorie de la relativité restreinte sous l'angle de ses rapports avec la doctrine de Poincaré.

Les premiers travaux sur le principe de relativité ne portent pas de trace d'un souci relatif

[38]La théorie de la relativité a été un vecteur de ce raffinement ; voir chapitres I et II.

aux fondements de la géométrie. Einstein et Poincaré ont signalé le changement métrique que représentait la définition des longueurs par les signaux lumineux. Tous les deux ont également remarqué que les transformations de Lorentz formaient un groupe (Einstein 1905, §4 ; Poincaré 1906*a*, 22). Ils ont tiré des conséquences physiques du principe de relativité, par exemple, pour la masse de l'électron. Einstein ne chercha pas à approfondir les conséquences géométriques des transformations de Lorentz, une fois constaté qu'elles forment un groupe ; Poincaré montra qu'elles correspondent aux rotations des axes dans un espace à quatre dimensions, dont une est imaginaire.

En janvier 1908, un rapport d'Einstein a paru sur les conséquences du principe de relativité, avançant quelques idées étranges sur le comportement de la lumière dans un champ de gravitation. À partir des principes de relativité et de conservation de l'énergie, Einstein a déduit l'équivalence de la masse et de l'énergie, qu'on connaît par la formule célèbre $E = mc^2$.[39] Einstein supposa qu'un champ de gravitation soit équivalent à l'accélération d'un système de référence, et remarqua que dans ce cas, un rayon de lumière serait dévié de son chemin (1907*b*, 461).[40] L'idée que la lumière puisse être massive intriguait quelques physiciens, mais il fallait attendre quelques années avant qu'un astronome ne s'y intéresse.[41]

La prédiction d'une déviation de la lumière ne semble par avoir suscité beaucoup de réactions dans les journaux de physique, et son influence sur les investigations des fondements de la géométrie paraît très limitée. En ce qui concerne la géométrie, Einstein ne fera rien pour encourager une interprétation physique de la géométrie dans les cinq années suivant sa découverte, comme nous avons vu dans le premier chapitre (§ 3.4). En 1911, il trancha le débat sur la cinématique du disque tournant en faveur de l'analyse de Paul Ehrenfest. Celui-ci observa, en effet, qu'étant donné la contraction de FitzGerald-Lorentz, la valeur de π n'était pas pareille par rapport à la circonférence d'un cylindre au repos, ou à celle d'un cylindre en rotation uniforme, du point de vue d'un observateur au repos. Un an plus tard, Einstein trouva que la géométrie intrinsèque du disque tournant était non euclidienne (Stachel 1989 ; chap. II, 138).

C'était dans les mêmes années 1911-1912 qu'Einstein essayait d'expliquer la gravitation à travers l'hypothèse d'une vitesse de propagation de la lumière dépendant du potentiel de gravitation. Sans doute en réponse à ces investigations, Enriques a pris en considération l'hypothèse d'une « action de la matière sur la propagation de la lumière dans les espace célestes ». L'observation « indirecte » d'une telle action serait la vérification de la « géométrie de Riemann » (1913, 36). Selon Enriques, c'était précisément le genre d'hypothèse physique qui pouvait montrer l'erreur de la doctrine de Poincaré. En ce que concernait la position de Poincaré sur la géométrie, où tout postulat était une convention, Enriques la trouvait « trop étendue » et ceci, même dans l'absence d'une vérification de la géométrie riemannienne de l'espace (1913, 41).

Les remarques d'Enriques ont un intérêt particulier, parce qu'elles ont été publiées quelques mois avant la théorie tentative (*Entwurf*) de la relativité généralisée et de la gravitation d'Einstein et Grossmann.[42] Selon cette théorie, les longueurs et les durées étaient une fonction de la distribution de la matière dans l'espace-temps, dont la métrique était riemannienne. À la

[39] Nous avons modifié la notation. Voir Einstein 1905, 641 ; 1907*a*, 384 ; 1907*b*, §IV.

[40] L'hypothèse d'une déviation de la lumière n'était pas entièrement neuve. Dans son *Opticks*, Newton supposait que les corpuscules de lumière étaient influencés par la gravitation. Plus proche d'Einstein, Planck a suggéré en juin 1907 que si « l'énergie latente » devait graviter, alors la masse d'inertie serait à peine différente de la masse pondérable (1907, 207).

[41] Lewis et Tolman 1909, 713. Les astronomes se sont intéressés à la déviation de la lumière stellaire après Einstein eut dérivé la différence angulaire d'un rayon au bord du disque solaire. La valeur calculée en 1911 a été doublée dans une dérivation faite quelques années plus tard (voir Earman et Glymour 1980, 52-55).

[42] Einstein et Grossmann 1913. Le livre d'Enriques a été imprimé en janvier 1913.

différence d'Enriques, Einstein n'a fait aucun commentaire sur l'incidence de sa théorie sur la doctrine de Poincaré à cette époque. Sa connaissance de la doctrine est probable, selon un témoignage de ses lectures de jeunesse (Einstein 1956, viii). On peut supposer qu'il n'en était pas complètement séduit ; un an plus tard, en 1914, Einstein abordait son cours sur la théorie de la relativité par le thème de « la géométrie en tant que science physique ».[43] Plus tard, Einstein a comparé la doctrine de Poincaré à celle de Helmholtz ; il doutait que la théorie de la relativité aurait pu être découverte sans celle-ci (1925, 18-19).

Nous avons vu que les écrits d'Einstein ont pris un tournant géométrique en 1913, avec la publication d'une théorie tensorielle de la gravitation. À partir de 1908, ses tentatives d'extension du principe de relativité comprenaient une hypothèse (l'action de la matière sur la propagation de la lumière) reconnue par Enriques comme une contradiction de la doctrine de Poincaré. Mais chez Einstein, rien ne nous laisse penser que la théorie de la relativité restreinte eût une incidence sur la doctrine de Poincaré, ou réciproquement.

Chez Poincaré, en revanche, il paraît que l'incidence du principe de relativité sur sa doctrine l'ennuyait considérablement. Nous avons vu que dans son mémoire sur la dynamique de l'électron, le résultat expérimental de Michelson l'a contraint d'adopter une définition–provisionnelle–de l'égalité des longueurs fondée sur la vitesse de propagation de la lumière (1906*a*, 22, voir aussi 1908*b*, 567). La « définition de Lorentz » ne lui plaisait pas trop, parce qu'il a envisagé sa renonciation en faveur d'une théorie encore à découvrir (1906*a*, 22).

L'année suivante, Poincaré rassura ses disciples sur la signification de la théorie de Lorentz. La contraction des objets dans le sens du mouvement par rapport à l'éther, ce qui en était l'hypothèse la plus extraordinaire, n'entrait pas en contradiction avec sa doctrine. La « déformation » de FitzGerald-Lorentz, expliqua-t-il, ne concernait pas l'espace, qui restait toujours identique à lui-même, lorsque les objets, quant à eux, subissaient des déformations. D'autant plus qu'il n'y avait « aucun moyen de savoir si cette déformation est réelle » (1907, 4). Autrement dit, lorsqu'on interprétait la contraction de FitzGerald-Lorentz à partir de la théorie des électrons, elle était compatible avec sa doctrine. La science de la géométrie n'avait toujours rien à craindre de l'expérience (1907, 16).

Lors de cette conférence, Poincaré a fait une remarque curieuse sur la géométrie à quatre dimensions, et la possibilité d'une physique quadridimensionnelle :

Il semble bien en effet qu'il serait possible de traduire notre physique dans le langage de la géométrie à quatre dimensions ; tenter cette traduction ce serait se donner beaucoup de mal pour peu de profit, et je me bornerai à citer la mécanique de Hertz où l'on voit quelque chose d'analogue. (1907, 15)

Ce qui est curieux, ce n'est pas que Poincaré évoqua la géométrie à quatre dimensions, un sujet assez banal qu'il avait traité plusieurs fois auparavant, mais qu'il aborda la *physique* à quatre dimensions. C'est une idée neuve non seulement chez Poincaré, mais pour la physique mathématique de cette époque. À notre connaissance, nul autre savant n'étudiait une traduction de la physique dans une forme géométrique à quatre dimensions. La citation de la mécanique de Hertz était donc un peu malheureuse, parce que Hertz n'avait pas d'intérêt particulier à la géométrie à quatre dimensions ; il a employé la géométrie de Riemann dans un espace de configuration où le nombre de dimensions correspondait au nombre de degrés de liberté du système choisi. En tant qu'illustration d'une démarche formelle sans grande valeur en physique, la mécanique hertzienne était parfaitement adaptée à l'emploi.[44]

[43]« Lecture Notes for Course on Relativity at the University of Berlin, Winter Semester 1914-1915, » Einstein 1996, Doc. 7, p. 44. À propos de l'attitude d'Einstein sur la géométrie physique, voir aussi son manuscrit sur la théorie de la relativité restreinte, *Collected Papers*, vol. 4, 36.

[44]Sur la réception de la mécanique de Hertz, voir Lützen 1995.

Ceci étant, Poincaré a du se référer dans cette instance à son propre remaniement de la dynamique de l'électron (1906*a*), d'autant plus qu'il employa bien l'adjectif de possession, « *notre* physique », au lieu de l'article défini, par exemple : *la* physique. Dans le mémoire de 1906, nous rappelons que Poincaré a introduit un espace à quatre dimensions, avec trois dimensions spatiales et une dimension temporelle imaginaire. Ensuite il a défini l'objet géométrique le plus simple de cet 'espace-temps' : le 'quadrivecteur de position' : $x, y, z, t\sqrt{-1}$ (1906*a*, 68). Selon notre lecture de sa remarque de 1907, Poincaré envisageait d'aller bien plus loin dans l'élaboration géométrique du principe de relativité, à partir de l'invariance de la forme quadratique $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$, mais il ne l'a pas fait, parce qu'il croyait que la méthode ne pouvait produire des résultats inédits signifiants.

Quelques années plus tard, Poincaré est revenu au sujet de la physique à quatre dimensions, comme nous le verrons bientôt. L'article de Poincaré, nous rappelons, avec sa remarque sur le peu d'intérêt qu'il y avait à reformuler sa physique dans une géométrie à quatre dimensions, a paru au début de 1907. Le 5 novembre 1907, Hermann Minkowski a fait une communication intitulée « *Das Relativitätsprinzip* », qui portait sur un programme de reformulation de la physique dans l'espace-temps de Poincaré.[45] Comme nous l'avons vu lors du deuxième chapitre, Minkowski était alors en train d'élaborer la mécanique de l'espace-temps, qu'il présenta dans l'appendice d'un mémoire publié en avril 1908, qui portait sur les équations fondamentales de l'électrodynamique des corps en mouvement.

L'une des conséquences de la reformulation minkowskienne du principe de relativité était une stimulation d'intérêt dans les recherches relativistes, en Allemagne et ailleurs dans le monde. Au moment où Minkowski présentait sa théorie de l'espace-temps aux savants allemands réunis à Cologne, dans sa conférence célèbre « Raum und Zeit », on croyait la théorie d'Einstein contredite par les expériences de Kaufmann.[46] En dehors de la communauté des théoriciens, on ne reconnaissait à peine le nom d'Einstein, qui était alors un agent aux brevets de Berne. En ce qui concerne le mémoire de Poincaré (1906*a*), la situation était moins favorable encore, à en juger par les revues de physique allemandes, et ceci, en dépit de l'autorité scientifique considérable que portait le nom de Poincaré.

À la réunion de Cologne, le principe de relativité a gagné en notoriété, grâce surtout à deux éléments. Premièrement, il y avait l'annonce par Minkowski d'une interprétation géométrique du principe de relativité, qu'il exprimait en termes de covariance des lois de la nature par rapport aux transformations de Lorentz. Deuxièmement, Alfred Bucherer a communiqué des résultats expérimentaux qui favorisaient la théorie des électrons de Lorentz, en accord avec le principe de relativité. Une croissance d'intérêt au principe de relativité se reflète dans la fréquence des publications ; entre 1908 et 1910, l'on voit tripler le nombre d'articles sur la relativité publié chaque année (voir Chapitre I, § 4, et Chapitre IV).

La théorie de Minkowski comptait des opposants en physique, surtout dans les années 1908-1909. Einstein et Laub, par exemple, trouvaient le formalisme quadridimensionnel de Minkowski d'une complexité inutile (1908, 532). D'ailleurs, ils étaient convaincus (avec Max Abraham), que son électrodynamique des corps en mouvement comprenait une définition inexacte de la densité de force pondéromotrice (Pyenson 1985, 81-2, 92). Max Planck et Willy Wien, qui admiraient la forme élégante de sa théorie, ont souligné tout de même que la décision finale sur la validité du principe de relativité appartenait aux expérimentateurs, seuls capables

[45] « Das Relativitätsprinzip », Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Handschriftenabteilung, Math. Archiv 60 : 3. Une version abrégée de cette conférence a été publiée en 1915.

[46] Sur les expériences de Kaufmann, voir Miller 1981 ; Hon 1995. Pour des études de cas de la réception internationale de la théorie de la relativité restreinte et générale, voir Glick 1987. Voir aussi l'analyse bibliométrique, chap. IV.

de fournir sa vérification.[47] Malgré les appels de Planck et de Wien, peu de résultats ont paru avant la guerre, et il semble qu'ils ont modifié très peu la confiance des savants dans les théories de Lorentz, d'Einstein, ou de Minkowski.[48] La réception de la relativité minkowskienne n'était pas dominée par un débat sur son adéquation à l'expérience, et elle n'était pas influencé d'une façon sensible par les données expérimentales.

Comment peut-on expliquer l'attrait de la relativité minkowskienne ? D'abord, les atouts techniques de sa théorie de l'espace-temps ne manquaient pas ; elle réunissait les aperçus fondamentaux qu'on associe avec Poincaré (l'espace-temps à quatre dimensions), et avec Einstein (la relativité de la simultanéité, la contraction de longueurs et la dilatation du temps), et ceux qu'on associe avec Poincaré et Einstein (la covariance des équations de l'électrodynamique, le groupe de Lorentz). Minkowski compléta ces concepts par quelques-uns de son invention, par exemple, le temps propre, la ligne d'Univers, l'hypercône de lumière, et le tenseur d'énergie-impulsion du champ électromagnétique. Tous ces éléments ont été réunis dans la théorie de Minkowski. Ensuite, Sommerfeld, Laue et d'autres l'ont exprimée dans une forme tensorielle, plus convenable aux théoriciens. Dans l'espace de deux ans, elle a été appliquée au problème du mouvement rigide par Max Born, Gustav Herglotz, et Theodor Kaluza (voir Chapitre II, §§ 3,7-8), et dans la mécanique des milieux continus par Laue (1911) et Herglotz (1911), ce qui a établi l'efficacité de la démarche minkowskienne.

En ce qui concerne sa réception par la communauté des théoriciens, le contenu formel de la théorie de l'espace-temps semble avoir été un paramètre décisif. En revanche, la puissance technique de la théorie n'explique pas d'une façon adéquate son attrait en dehors de cette communauté, chez les non théoriciens. Une suggestion de Pyenson (1985, 139) peut éclairer le charme de la théorie minkowskienne. Elle bénéficiait, selon lui, d'une prédilection pour l'harmonie préétablie des mathématiques et de la physique, qu'il liait à l'émergence de la mathématique pure au cours du dix-neuvième siècle. Des savant allemands, et surtout des mathématiciens, ont regardé la théorie de Minkowski comme une conséquence naturelle de l'harmonie préétablie entre les mathématiques et la physique. Il n'y a rien d'étonnant dans le fait de la regarder de cette façon, si on rappelle la fin de la conférence de Cologne :

Bei der Fortbildung der mathematischen Konsequenzen werden genug Hinweise auf experimentelle Verifikationen des Postulates sich einfinden, um auch diejenigen, denen ein aufgeben altgewohnter Anschauungen unsympathisch oder schmerzlich ist, durch den Gedanken an eine prästabilierte Harmonie zwischen der reinen Mathematik und der Physik auszusöhnen. (Minkowski 1909, 88)

Certes, il est difficile de savoir ce que signifiait chez Minkowski « une harmonie préétablie entre la mathématique pure et la physique ». Pourtant, dans le contexte de l'interprétation géométrique de la physique que proposait sa théorie de l'espace-temps, il semble bien que cette phrase s'employait dans un sens semblable à celui de Helmholtz, dans un essai sur l'origine et la signification des axiomes géométriques. Selon Helmholtz, la géométrie de l'espace était soumise à l'expérience, à la condition suivante :

Dès que certains principes de mécanique sont associés aux axiomes de géométrie, nous avons un système de propositions qui a une importance réelle, qui peut être confirmé, infirmé, et, par conséquent aussi, créé par l'expérience et l'observation. Si un tel système devait être pris pour une forme transcendantale de l'intuition et de la pensée, il faudrait admettre une harmonie préétablie entre la forme et la réalité. [Helmholtz 1877, 1206]

[47]Discussion après Planck 1908, 83 ; Wien 1909, 39.

[48]Selon Pyenson (1985, 202-3), Planck a encouragé un étudiant de Heinrich Rubens, Erich Hupka, à entreprendre des expériences pour vérifier la prédiction relativiste de la masse de l'électron. Ensuite, les résultats de Hupka ont été discuté par un étudiant de Planck, Wilhelm Heil.

Ni Helmholtz ni Minkowski n'a endossé la notion criticiste des catégories transcendantales ; en revanche, les deux hommes ont observé que l'harmonie préétablie était compatible avec l'agrément d'une théorie de l'espace, différente pour chacun des deux. Chez Helmholtz, la théorie de l'espace comprenait les axiomes d'Euclide assortis d'un des principes de la mécanique, lorsque chez Minkowski, elle se résumait dans son postulat de relativité.

Bien avant Minkowski, l'idée d'une harmonie préétablie entre la mathématique pure et la physique avait donc fait son entrée dans un texte canonique de la géométrie physique. Certes, le physicien allemand le plus distingué du dix-neuvième siècle était respectueux du pouvoir de la pensée mathématique à discerner les lois générales de la nature, pourtant, Helmholtz ne faisait pas partie des gens pour qui, comme l'a dit Pyenson, « pure mathematics dictated the form of physical reality » (1985, 139). Même si quelques mathématiciens croyaient que la forme de lois de la nature pouvait se déduire à partir des relations de la mathématique pure, on peut douter si Minkowski en faisait partie. Par rapport à l'histoire de la réception des conceptions de Minkowski, en effet, son appel à l'harmonie préétablie a situé sa théorie de l'espace-temps dans la lignée de la tradition de géométrie physique de Riemann et de Helmholtz.

Poincaré, quant à lui, ne croyait pas plus que Helmholtz que le système des axiomes de la géométrie euclidienne et d'un principe mécanique fût une forme transcendantale de l'intuition. Mais là où Helmholtz faisait appel à l'intuition empiriste pour expliquer l'émergence de la géométrie euclidienne (1876, 53), Poincaré voyait l'action d'une intuition transcendantale :

> [L]e concept général de groupe préexiste dans notre esprit, au moins en puissance. Il s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement. [Poincaré 1895, 645]

Nous voyons dans l'explication de l'origine de la géométrie euclidienne chez Poincaré une fidélité à la pensée criticiste, qu'on ne trouve pas chez Helmholtz.

Avec Helmholtz et Minkowski, Poincaré trouvait de l'harmonie dans les relations mathématiques entre quantités physiques. « L'harmonie exprimée par des lois mathématiques, » disait-il, « est la seule réalité objective, la seule vérité que nous puissions atteindre » (1905, 23). Dans un mouvement lyrique, Poincaré ajoutait que « l'harmonie universelle du monde est la source de toute beauté » (1905, 24). Lorsqu'il s'est penché sur la théorie des quanta, Poincaré remarqua la « mystérieuse harmonie préétablie » des propriétés mécaniques des résonateurs de Planck, dans l'interprétation quantique de la loi de déplacement de Wien (McCormmach 1967, 51 ; Poincaré 1912, 118). Son appel à l'harmonie préétablie se comprend dans le cadre d'une banalisation de cette notion dans la communauté scientifique de l'époque. Cet exemple montre d'ailleurs la faiblesse du lien proposé par Pyenson entre une disposition favorable envers l'harmonie préétablie et l'essor de la relativité minkowskienne, puisque Poincaré a pu soutenir celle-là sans voir aucun avantage à l'adoption de celle-ci.

Rappelons qu'au moment de la découverte de la théorie de la relativité, quelques géomètres éminents soutenaient que la géométrie de l'espace était une question d'expérience, en principe sinon en pratique, contrairement à la doctrine de Poincaré. Parmi les géomètres que nous avons cité, Wellstein, Klein et Hilbert ont épaulé la théorie de Minkowski,[49] lorsque Severi s'est contenté de soutenir le principe de relativité en général (1910), tout comme Enriques (1913), qui exprimait sa préférence pour la théorie de Lorentz. Le cas de Picard est assez extraordinaire, car il s'est opposé en même temps à la doctrine de Poincaré, au principe de relativité, et aux tentatives d'extension de la théorie de Minkowski à la gravitation (1913).

Un rejet de la doctrine de Poincaré, comme nous le montre l'exemple de Picard, ne menait

[49] Wellstein a fait un exposé le 28 septembre 1911 intitulé « Über die Bewegung im Raume den Relativitätsprinzips », selon *L'Enseignement mathématique* **13** 1911, 514 ; Klein 1910 ; Hilbert 1909.

pas nécessairement à l'adoption du principe de relativité. L'exemple des autre géomètres nous suggère qu'une préférence pour la géométrie physique de Riemann et de Helmholtz prédisposait parfois les savants à admettre le principe de relativité, et dans certains cas, à accepter la théorie de Minkowski. En revanche, il semble bien que l'accord avec la doctrine de Poincaré était une raison suffisante (mais pas nécessaire) au refus de la théorie de Minkowski. À notre connaissance, aucun disciple de la doctrine de Poincaré ne s'est mêlé de la relativité minkowskienne.

Minkowski connaissait sans doute la doctrine de Poincaré, mais comme Klein et Hilbert, il n'a pas formalisé son opinion dans une publication. Comme la plupart des mathématiciens, il admirait la science de Poincaré, et à Göttingen on comptait sur Minkowski pour exposer le travail de Poincaré sur les fonctions automorphes, et sur la capillarité.[50] La démarche philosophique de Poincaré semble avoir été moins appréciée que sa science. En 1900, Minkowski a conseillé à Hilbert de ne pas suivre l'exemple de Poincaré lors de sa conférence devant le Congrès des Mathématiciens à Zurich en 1897 :

Die Zürischer Rede von Poincaré habe ich wieder durchgelesen. Ich finde, dass man alle seine Behauptungen bei der milden Form, in der sie gehalten sind, gut unterschreiben kann. Er wird ja auch der reinen Mathematik völlig gerecht. Eine Rede zu ganz ausschliesslichem Lobe der reinen Mathematik will mir daher nicht recht einleuchten. [..] Da es doch Fachleute sind, vor denen man spricht, finde ich eine Rede wie die Hurwitzsche, die damals auch sehr gut gefiel, mit bestimmter Thatsachen besser am Platze als eine blosse Causerie, wie es die Poincarésche ist. [Minkowski 1973, 119-120] [51]

Les remarques circonspectes de Poincaré sur les rapports entre la mathématique et la physique n'inspiraient que le mépris de Minkowski, qui conseillait à son ami surtout de garder ses distances par rapport à la mathématique pure. En effet, dans le discours de Zurich, seule l'impartialité de Poincaré par rapport à la mathématique pure a gagné l'approbation de Minkowski.[52]

À l'occasion de la réunion de l'Association allemande au mois de septembre 1908, Minkowski a fait un discours intitulé *Raum und Zeit*, le sujet de notre premier chapitre. Minkowski aborda sa conférence par une remarque sur les fondements axiomatiques de la géométrie et de la mécanique :

Man ist gewohnt, die Axiome der Geometrie als erledigt anzusehen, wenn man sich reif für die Axiome der Mechanik fühlt.... [Minkowski 1909, 75]

La frontière entre la géométrie et la mécanique, a-t-il dit, n'était pas à l'endroit où elle devait être selon l'habitude. Au lieu d'une mécanique nouvelle comme celles de Poincaré (1904, 1909) et de Gilbert Newton Lewis (1908, 709), Minkowski suggérait en effet qu'une géométrie nouvelle correspondait mieux aux circonstances actuelles de la physique. Le groupe de transformations qui ne changeait pas la forme des équations de la mécanique, a-t-il expliqué,

[..] straft man am liebsten mit Verachtung, um leichten Sinnes darüber hinwegzukommen, daß man von den physikalischen Erscheinungen her niemals entscheiden kann, ob der als ruhend vorausgesetzte Raum sich nicht am Ende in einer gleichförmigen Translation befindet. [Minkowski 1909, 76]

Un dédain pour le groupe qui préservait la forme des lois de la mécanique classique, observa

[50] Minkowski a exposé ces sujets devant la Société Mathématique de Göttingen en 1905 et en 1906 (*Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **14**, 457, **15**,155).

[51] Sur cette lettre voir Mehrtens (1990, 238). Hilbert a suivi le conseil de son ami dans la rédaction de sa conférence, où il ne voyait dans « l'apparent harmonie préétablie » rien de plus que le résultat d'une rencontre entre le monde externe et la pensée pure (voir Hilbert 1900).

[52] Pyenson ne fait pas de distinction entre le regard de Poincaré et celui de Minkowski (1985, 96).

Minkowski, avait caché de vue un problème fondamental par rapport à l'espace physique.

Ensuite, Minkowski constata que la forme des lois de la nature devaient être invariante par rapport au groupe de Lorentz, et que la physique trouverait son expression la plus parfaite dans les relations entre les « lignes d'Univers » (*Weltlinien*) dans l'espace-temps. Le rapport entre la géométrie de l'espace-temps et la cinématique classique se prêtait à l'intuition spatiale à travers le diagramme de Minkowski. Sur un tel diagramme, Minkowski montra comment la géométrie de l'espace-temps se pliait dans la cinématique classique, au fur et à mesure qu'on augmentait la valeur de la constante *c* (égale à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, voir la figure). On pouvait donc réduire la cinématique à la géométrie nouvelle.

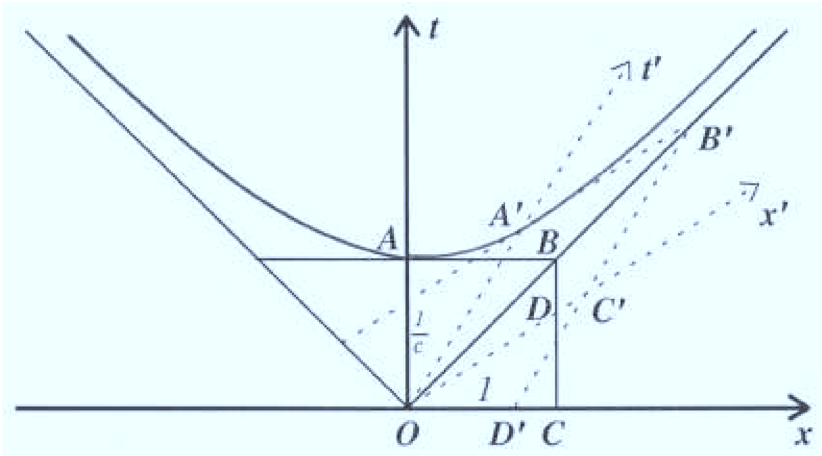

FIG. 3.1 – Le diagramme de Minkowski : d'après le dessin dans Minkowski 1909, 77. Lorsqu'on augmente la valeur de *c*, l'axe *OB'* et sa réflexion dans le deuxième quadrant tournent vers l'axe des *x*.

Une justification de la géométrisation de la physique est venue de la loi de conservation de l'énergie. Minkowski rappela l'argument de l'ancien assistant de Boltzmann, Ignaz Schütz, de l'Institut de physique théorique à Göttingen. En 1897, Schütz observa que la validité de la loi de conservation de l'énergie était indépendante de la translation uniforme du monde matériel par rapport à l'espace géométrique. Elle était encore valide lorsque la vitesse de l'origine des coordonnées était constante par rapport à l'espace physique (1897, 114). Cité dans la *Mécanique* de Mach (1933, 236), l'argument de Schütz s'appliqua seulement à la mécanique classique, mais Minkowski observa qu'à partir de l'expression relativiste de l'énergie d'une particule, « l'indépendance de l'énergie du système de référence apparaît d'une façon très intuitive ».[53] C'est ainsi que Minkowski étendait à la mécanique relativiste le lien énergétique établi par Schütz entre la mécanique classique et la géométrie, en remplaçant l'espace avec l'espace-temps.

La présentation par Minkowski de sa théorie de l'espace-temps laissa chez certains l'impression d'un mépris pour la doctrine de Poincaré. Le géomètre Edward Kasner était parmi les premiers à remarquer que la théorie de Minkowski était une géométrie physique. Après sa thèse à l'Université de Columbia (New York), Kasner a suivi les cours de Klein et de Hilbert en 1899 (Reich 1993, 237). Dans la publication d'une série de conférences faites en septembre 1909 devant la Société américaine de mathématique à Princeton, Kasner observa qu'il y avait deux façons de regarder le rapport entre la géométrie et la physique :

The relations between mathematics and physics have been presented so frequently and so adequately in recent years, that further discussion would seem unnecessary. Mathematics, ho-

[53] Sehr anschaulich erscheint hierbei die *Abhängigkeit der Energie vom Bezugsysteme*. Minkowski 1909, 85, italiques dans le texte.

wever, is too often taken to be analysis, and the role of geometry is neglected. Geometry may be viewed either as a branch of pure mathematics, or as the simplest of the physical sciences. For our discussion we choose the latter point of view : geometry is the science of actual physical or intuitive space. [Kasner 1913, 1]

La position de Kasner rappelle celle de Klein, parce que Kasner admettait la validité de visions opposées du rapport entre la géométrie et la physique ; en revanche, pour les besoins de son exposé de la dynamique il adoptait le point de vue de Riemann et de Helmholtz.

Kasner était impressionné par la théorie de Minkowski, mais il ne parla que de la covariance lorentzienne des équations de Maxwell (1913, 89). Apparemment il n'était pas prêt à exposer la mécanique de l'espace-temps ; il traita le cas des trajectoires des particules sujettes aux forces qui dépendaient du temps et de la position dans l'espace, où les trajectoires étaient « constructed, in the sense of Minkowski, in the four-dimensional space (x, y, z, t) », mais l'application en question concernait uniquement la mécanique ordinaire, à l'exclusion de « electrodynamics or relativity theory » (1913, 6).

L'interprétation par Kasner de la relativité minkowskienne en tant que géométrie physique allait à l'encontre de la doctrine de Poincaré, mais cette interprétation n'était pas la seule possible. Kasner n'a pas cherché à provoquer les conventionnalistes, et il semble que ceux-ci ne voyaient pas de nécessité de se mettre aux prises avec la théorie de Minkowski.[54]

Correspondant de l'Académie des sciences de Göttingen, Poincaré recevait les publications, et on peut supposer qu'il a lu l'article de Minkowski paru en avril 1908, où sa dynamique de l'électron (1906) était mentionnée. Poincaré connaissait le travail de Minkowski sur la géométrie des nombres, et le sujet de cet article devait attirer son attention. C'est peut-être plus qu'une simple coïncidence si Poincaré choisit d'expliquer, six semaines après la publication de cet article, le rôle de la géométrie non euclidienne dans sa découverte des fonctions fuchsiennes en 1880 (1908*a*, 1997). Comme nous l'avons vu dans le deuxième chapitre, Minkowski s'est servi de la géométrie non euclidienne pour comprendre la structure de l'espace-temps.

Quoi qu'il en soit, Poincaré n'a jamais mentionné le nom de Minkowski en dehors du contexte de la géométrie des nombres. Le silence de Poincaré au sujet de Minkowski a frappé Paul Mansion, dans son compte-rendu de la conférence sur la mécanique nouvelle prononcée par Poincaré à Göttingen en avril 1909. Pour sa part, Mansion a passé sous silence le fait que Minkowski avait négligé de mentionner le nom de Poincaré lors de sa conférence à Cologne, six mois auparavant (Mansion 1909, 1910).

Le formalisme quadridimensionnel de Minkowski avait déjà gagné la confiance des théoriciens dans les centres scientifiques, quand Poincaré se décida à expliquer le rapport entre la théorie de l'espace-temps et sa doctrine de l'espace, dans un discours convenablement intitulé « L'espace et le temps ». Au Collège de France, un ancien élève de Poincaré, Paul Langevin exposa en 1910-1911 la théorie de Minkowski.[55] Au début de l'année 1912, Élie Cartan expliqua la structure du groupe de Lorentz devant la Société Mathématique de France, en soulignant son rapport avec la géométrie de Laguerre.[56] La *Notice sur les Travaux Scientifiques* de Cartan, rédigée en vue de sa candidature à une chaire de la Sorbonne, étendait cette « équivalence » à ce qu'il appelait la cinématique de Lorentz, fondée sur le « groupe de Lorentz-Minkowski » (1912*b*, 6). On a fait appel à Poincaré pour faire le rapport officiel sur les travaux de Cartan, ce qui lui donna l'occasion de caractériser le regard de Cartan sur le rapport entre la géométrie et

[54]Le conventionnalisme géométrique a été abordé indépendamment de la théorie de la relativité par Dingler en 1911.

[55]Léon Brillouin, cahier manuscrit, Léon Brillouin Papers, Niels Bohr Library.

[56]Séance du 24 janvier 1912, Cartan 1912*a*, 23. Cartan ne semble pas avoir connu l'étude de Harry Bateman 1910, 624.

la physique :

On connaît l'importance en Physique Mathématique de ce qu'on a appelé le groupe de Lorentz ; c'est sur ce groupe que reposent nos idées nouvelles sur le principe de relativité et sur la Dynamique de l'Électron. D'un autre coté, Laguerre a autrefois introduit en géométrie un groupe de transformations qui changent les sphères en sphères. Ces deux groupes sont isomorphes, de sorte que mathématiquement ces deux théories, l'une physique, l'autre géométrique, ne présentent pas de différence essentielle. [Poincaré 1914*b*, 145]

Alors que Cartan parlait d'*équivalence* entre la géométrie de Laguerre et une théorie physique fondée sur le groupe de 'Lorentz-Minkowski', Poincaré admettait seulement que d'un point de vue mathématique, dans ce cas il n'y avait pas de *différence essentielle* entre une théorie géométrique (celle de Laguerre) et une théorie physique (la théorie relativiste de l'électron). Peut-on supposer que les différences non essentielles entre la relativité minkowskienne et la dynamique de l'électron relevaient de la philosophie des sciences ?

Le fait qu'Élie Cartan pouvait confondre la géométrie avec la physique du groupe de « Lorentz-Minkowski » a sans doute incité Poincaré à clarifier sa doctrine. Désormais, la question était posée par Poincaré lui-même, dans les termes suivants :

N'avons-nous pas dit que la géométrie a été construite [..] sans nous être imposée par l'expérience, de telle façon que, une fois constituée, elle est à l'abri de toute révision, elle est hors d'atteinte de nouveaux assauts de l'expérience ? et cependant les expériences sur lesquelles est fondée la mécanique nouvelle ne semblent-elles pas l'avoir ébranlée ? [1912, 97]

C'est ainsi que Poincaré commença sa conférence sur « L'espace et le temps », prononcée en mai 1912 à l'Université de Londres.[57] Son exposé rappelait d'abord le vieux débat entre les points de vue empiriste et conventionnaliste sur la géométrie de l'espace. Selon la position empiriste, disait-il, la définition de l'espace et du temps était la conséquence du principe de relativité des lois de la mécanique ordinaire ; c'est ce qu'il appelait le « principe de relativité physique » (p. 105). Ce principe, précisa-t-il, était un « fait expérimental », et en tant que tel, il était sujet à révision par l'expérience (p. 107). Or, une géométrie fondée sur le principe de relativité physique serait également sujette à révision, et afin d'éviter une modification à répétition de la géométrie, Poincaré exigeait qu'on considère le principe de relativité comme une convention plutôt qu'un fait expérimental (p. 107).

Qu'en était-il de la « révolution » due aux progrès de la physique, demanda Poincaré ensuite (p. 108). Elle se résumait dans le remplacement du principe de relativité physique par le « principe de relativité de Lorentz » (p. 108). Si on ne rapportait plus les lois de la nature aux axes fixes par rapport à l'éther, mais aux axes mobiles, un changement surviendrait dans la notion du temps, et la simultanéité deviendrait un concept relatif à l'état de mouvement de l'observateur (p. 108). Il s'agissait, évidemment, des conséquences des théories d'Einstein et de Minkowski, même si Poincaré ne les présentaient pas comme telles.[58] Poincaré observa ensuite que « certains physiciens » voulaient adopter une convention nouvelle, selon laquelle l'espace et le temps n'étaient plus indépendants l'un de l'autre, mais se combinaient dans une entité à quatre dimensions (pp. 108-109).[59] Ces physiciens jugeaient la convention nouvelle « plus commode, » expliqua-t-il, « voilà tout » ; en ce qui le concernait personnellement, il ne voyait pas de raison de modifier sa position (p. 109).

[57]Notre discussion suit de près celle de Michel Paty (1996) ; sur cette conférénce de Poincaré, voir aussi Scholz 1980, 332.

[58]Minkowski avait passé sous silence les contributions de Poincaré, lors de sa conférence de Cologne en 1908 (voir chapitre I, §3.2).

[59]Comme le remarque Paty (1996, 132), Paul Langevin a peut-être figuré parmi les physiciens de la convention nouvelle ; il adopta les vues de Minkowski lors d'une conférence de 1911, à laquelle Poincaré assistait.

On peut se demander quelle était la nature exacte de la convention nouvelle qui séduisait les physiciens. Une fois de plus, Poincaré ne donna pas de précisions. Selon Paty (1996, 133), le candidat naturel, c'est le temps relatif d'Einstein. Le caractère conventionnel de la définition du temps a été précisé par Einstein en 1905. En ce qui concerne Minkowski, nous avons montré ailleurs qu'il adoptait implicitement la définition einsteinienne du temps (voir chapitre 1, § 3.5).

L'opposition faite par Poincaré entre l'interprétation du groupe de Lorentz par rapport aux axes fixes et par rapport aux axes mobiles correspond en même temps à une différence entre la théorie des électrons de Lorentz, et les théories de la relativité d'Einstein et de Minkowski. Poincaré associa les concepts du temps relatif et de la simultanéité relative avec la « convention nouvelle », ce qui correspond bien à une interprétation avancée par Lorentz en 1910. Celui-ci souligna alors qu'à la différence des théories de la relativité d'Einstein et de Minkowski, sa théorie n'admettait pas la relativité de la simultanéité. L'espace et le temps restaient distincts dans sa théorie, à la manière de la mécanique ordinaire.[60] Tout en reconnaissant le caractère conventionnel du temps, Poincaré suivait l'interprétation de Lorentz ; c'est celle qui sous-tendait ses références au « temps apparent » des observateurs mobiles, par rapport au « temps vrai » des observateurs au repos par rapport à l'éther (1908b, 566).

À travers notre lecture de la différence théorique cachée sous la référence aux axes fixes et aux axes mobiles, il apparaît que Poincaré ne modifia pas en 1912 son constat de 1907 de l'accord entre la doctrine conventionnaliste et la théorie lorentzienne des électrons. La difficulté venait de ce que, entre-temps, des dizaines de physiciens et de mathématiciens avaient adopté une géométrie de l'espace-temps (celle de Minkowski) sur la base de l'expérience, en contradiction avec sa doctrine.[61] En fait, il s'agissait d'une double contradiction : (1) la géométrie euclidienne n'était pas la plus commode, et (2) la géométrie était une science expérimentale. En ce qui concerne (1), on voit mal comment Poincaré aurait pu s'expliquer, et en l'occurrence, il souleva la contradiction sans donner de réponse (p. 97). En revanche, à l'égard de l'interprétation de la géométrie minkowskienne en tant que science expérimentale, Poincaré rappelait, en effet, que les théories d'Einstein et de Minkowski étaient de nature conventionnelle. Par conséquent, elles étaient compatibles avec sa doctrine de l'espace.

La conférence de Londres a eu lieu trop tard pour influencer de façon significative la réception de la relativité minkowskienne au sein de la communauté des théoriciens. En fait, il est difficile de voir comment des propos aussi ambigus que ceux de Poincaré sur la nature conventionnelle des théories d'Einstein et de Lorentz pouvaient prétendre changer quoi que ce soit. Le peu de valeur accordée aux remarques de Poincaré trouva un écho dans le compte-rendu anonyme publié par la *Revue de Métaphysique et de Morale* :

[Poincaré] rappelle brièvement en terminant les conclusions de Lorentz et Minkovsky [sic] et il se demande quelle est l'attitude que nous devons prendre vis-à-vis de leurs conceptions. [..] Il est inutile d'insister sur ce que la conclusion de Poincaré a de peu satisfaisante. Le mot « commode » ne doit pas nous donner le change. [*RMM* **21**, supplément de novembre, p. 30]

Selon notre commentateur, non seulement la conclusion de Poincaré était peu satisfaisante, mais elle risquait de tromper ses lecteurs. Apparemment, Poincaré n'a pas expliqué à sa satisfaction ce en quoi les théories de Lorentz et Minkowski étaient conventionnelles.[62]

L'évaluation des effets de la redescription conventionnaliste de la théorie minkowskienne est compliquée par les événements. L'année suivante, Einstein modifia de nouveau le paysage théorique avec sa publication (avec Marcel Grossmann) d'une théorie de la gravitation et de la

[60] Voir Poincaré 1912, 106-107, Lorentz 1910, 1236, et chapitre 1 de la thèse, §3.2.

[61] Le nombre précis d'auteurs de publications sur la relativité restreinte se trouve au chapitre IV, Tables 4 et 5.

[62] La critique que fait Picard du mot « commode » (1914, 23) fait de lui un candidat probable au titre de rédacteur du compte-rendu.

relativité générale (1913). Les auteurs de l'époque ne distinguaient pas toujours entre la théorie d'Einstein de 1905 et les tentatives d'extension qui s'ensuivirent à partir de 1908. Dans ce qui suit, nous prenons en considération une sélection de commentaires sur la théorie non gravitationnelle de la relativité entre 1910 et 1916, dans lesquels il s'agit de la doctrine conventionnaliste. Nous regardons d'abord le cas de trois savants de tendance conventionnaliste : Otto Berg, Duncan Sommerville, et Hugo von Seeliger.

Un physicien à l'Université de Greifswald, Otto Berg publia un rapport sur le « principe de relativité de l'électrodynamique » en 1910. Berg, qui revendiquait un « point de vue physique » sur les théories relativistes, voyait une analogie entre la relativité de la simultanéité en physique, d'une part, et de l'autre, la géométrie de l'espace en mathématiques. Selon sa lecture conventionnaliste, on pouvait admettre le concept nouveau du temps avancé par Einstein et Minkowski. Ou bien, on pouvait le rejeter, en faveur de la théorie de Lorentz. Les deux possibilités, bien que contradictoires sur le plan théorique, étaient équivalentes par rapport aux expériences. Berg constata donc que la physique ne forçait pas une décision sur la nature relative ou absolue de la simultanéité. C'était pareil en mathématiques, ou rien n'obligeait à tenir un point de vue euclidien de l'espace (1910, 44).

En mathématiques, Duncan Sommerville a avancé une analogie semblable à celle de Berg, à quelques nuances près. Sommerville enseignait les mathématiques à l'Université de St. Andrews, et se spécialisait sur les questions de la géométrie non euclidienne. Il a fait une conférence sur le principe de relativité d'Einstein à ses collègues de la Société mathématique d'Édimbourg en 1911, avant d'être élu à la présidence en 1913.[63] Dans son livre sur les éléments de la géométrie non euclidienne, Sommerville est venu à la conclusion que le principe de relativité ressemblait à la doctrine de Poincaré : il s'agissait de principes d'impuissance. L'expérience ne pouvait démontrer que la géométrie de l'espace était non euclidienne chez Poincaré, alors que le principe de relativité niait la possibilité d'établir un système de référence privilégié par rapport aux autres systèmes (1914, 210). À la différence du physicien Berg, Sommerville ne cherchait pas à éclairer le statut des différentes théories relativistes par rapport à la doctrine de Poincaré.

Dans la communauté scientifique allemande, le plus puissant des disciples de Poincaré, vraisemblablement, était l'astronome munichois Hugo von Seeliger.[64] En août 1913, Seeliger prononça une conférence devant la Société astronomique de Hambourg, intitulée *Bemerkungen über die sogenannte absolute Bewegung, Raum und Zeit*. Pour tout ce qui concernait la vérité en géométrie, dit Seeliger, il « devait s'accorder au point de vue de Poincaré, selon lequel il était laissé à la discrétion de chacun de tenir pour vraie l'une des [géométries possibles] ».[65] Seeliger était séduit par l'idée que l'espace pouvait subir des déformations ; il compara ce genre d'espace avec un morceau de filet élastique (*Gummielastikum*, p. 199). La notion d'un espace absolu lui était « inconcevable », et par conséquent, il trouvait « difficile à comprendre » comment on pouvait voir dans la théorie de Minkowski, avec son lien « absolu » entre l'espace et le temps, un « point de départ des théories à longue portée » (pp. 198, 201).[66]

[63]« Einstein's principle of relativity in its kinematical aspect », le 9 septembre 1911, *Proc. Edin. Math. Soc.* **30**, 1912, p. v. Sur la vie de Sommerville, voir l'article du *DSB* par Edna Kramer.

[64]Seeliger dirigea l'Observatoire de Munich, et présida la Société allemande d'astronomie en 1913. Selon Pyenson (1985, 234), Seeliger était réputé pour ses tentatives d'explication de l'avance anomale du périhélie de Mercure, à travers la modification de la loi newtonienne de l'attraction gravitationnelle.

[65]In diesem Sinne muß ich den Ansichten Poincarés zustimmen, nach denen es in unserem Belieben steht, irgend eine der genannten sogenannten Geometrien für die wahre zu halten. Seeliger 1913, 200.

[66]Le nom de Minkowski ne paraît pas dans ce document, mais une citation par Seeliger d'une phrase de sa conférence *Raum und Zeit* l'identifie sans ambiguïté. L'opposition à la théorie minkowskienne montrée ici par Seeliger prendra une forme plus concrète en 1915, quand il s'attaquera à la réputation scientifique d'Erwin Freundlich,

L'opposition à la théorie de Minkowski chez Seeliger trouvait sa source dans la nature absolue de l'espace-temps, qui n'était pas compatible avec sa conception d'un espace déformable. Peu de temps avant, Poincaré, nous l'avons vu, rappelait un point de vue semblable de l'espace, dans le contexte de la théorie de Minkowski. Cependant, Seeliger est allé plus loin que Poincaré dans son opposition aux nouvelles conceptions de l'espace et du temps. Poincaré constata que la covariance des lois physiques par rapport au groupe de Lorentz n'impliquait pas une géométrie particulière de l'espace physique, lorsque Seeliger considérait comme irrecevable la définition de l'espace et du temps chez Minkowski. La critique de Seeliger s'appliquait également aux tentatives de développement de la théorie à quatre dimensions. Les théories de la gravitation proposées par Max Abraham (1912), Gunnar Nordström (1912), et Einstein et Grossmann (1913) ont toutes pris comme point de départ le formalisme de Minkowski, et sans doute, c'était contre elles que Seeliger lançait sa critique.

La doctrine de Poincaré a donc été utilisée par Seeliger contre les héritiers de la théorie minkowskienne. Son cas reste isolé, mais il est probable que d'autres savants de l'époque partageaient l'opinion de Seeliger. Fallait-il la confiance d'un *Geheimrat* professeur et directeur d'observatoire pour s'élever contre la théorie minkowskienne en 1913 ? Dans ce sens, nous rappelons que les opinions de Seeliger sur la géométrie de l'espace s'opposaient elles-mêmes à celles que nous avons vues de Paul Harzer, qui était aussi puissant que Seeliger sur le plan institutionnel.

Nous avons vu comment Berg, Sommerville, et Seeliger ont tous trouvé que les conceptions nouvelles de l'espace et du temps portées par les théories de la relativité d'Einstein et de Minkowski avaient un rapport avec la doctrine de Poincaré. Berg en est venu à une conclusion proche de celle de Poincaré, à savoir que le choix entre ces théories et la théorie de Lorentz était laissé à la discrétion de chacun. Contrastant avec la tolérance de ce dernier point de vue, la critique de Seeliger ne laissait aucune place aux théories minkowskiennes. Quant aux disciples d'Einstein et de Minkowski, nous verrons qu'ils accordaient peu de place à la doctrine conventionnaliste de l'espace.

La mise en question la plus directe de la doctrine de Poincaré est venue d'un *gentleman* de Cambridge qui s'intéressait au principe de relativité. Après des études à Cambridge, Alfred A. Robb étudia la spectroscopie avec Woldemar Voigt à Göttingen. Revenu à Cambridge, Robb publia un essai en 1911 intitulé *Optical Geometry of Motion*, dans lequel il opposait son point de vue à celui de Poincaré :

Speaking of the different "Geometries" which have been devised, Poincaré has gone so far as to say that : "one Geometry cannot be more true than another ; it can only be more convenient." In order to support this view it is pointed out that it is possible to construct a sort of dictionary by means of which we may pass from theorems in Euclidian Geometry to corresponding theorems in the Geometries of Lobatschefskij or Riemann. In reply to this ; it must be remembered that the language of Geometry has a certain fairly well defined physical signification which *in its essential features* must be preserved if we are to avoid confusion. [Robb 1911, 1]

Robb cherchait un fondement physique de la géométrie, dans la tradition de Helmholtz. Comme la plupart des mathématiciens, Robb reconnaissait la validité de l'argument de Poincaré, selon lequel on pouvait « traduire » les objets de la géométrie euclidienne en ceux de la géométrie non euclidienne. Ce qu'il critiquait dans cette démarche, c'était sa philosophie nominaliste :

As regards the "dictionary," we would venture to add that it would also be possible to construct one in which the ordinary uses of the words *black* and *white* were interchanged, but,

alors l'unique collaborateur d'Einstein en astronomie ; voir Pyenson 1985, 234-236 ; Hentschel 1994, 162.

in spite of this, the substitution of the word *white* for the word *black* is frequently taken as the very type of a falsehood. [Robb 1911, 1]

Contre Poincaré, Robb soutenait que la géométrie comportait des éléments correspondant à l'expérience, ce qu'on devait reconnaître afin de garder la clarté des idées. À partir de ce point de vue, Robb proposa la définition des rapports géométriques (et logiques) par les signaux lumineux :

It is the contention of the writer that the axioms of Geometry, with a few exceptions, may be regarded as the formal expression of certain Optical facts. The exceptions are a few axioms whose basis appears to be Logical rather than Physical. [Robb 1911, 1]

Selon le sous-titre de son essai, l'optique géométrique de Robb était « a new view of the theory of relativity », mais Robb n'a pas révélé la source de ses idées. Toutefois, il observa que ses formules étaient compatibles avec celles d'Einstein, et reconnut la priorité de Sommerfeld par rapport à la considération, sur la base de la « théorie de Minkowski », de la vitesse d'une particule en tant que tangente de la *rapidity* (1911, 30). Il y avait donc un lien formel entre la géométrie optique de Robb et les théories d'Einstein et de Minkowski, ce qui signifiait, peut-être, que tout autant que la géométrie de Robb, elles contredisaient la doctrine de Poincaré.

En faveur de sa géométrie optique, Robb en appelait à une notion de clarté intellectuelle, comme l'a fait Helmholtz dans son étude des fondements de la géométrie. À Vienne, quelques années plus tard, dans le contexte d'une étude des systèmes de référence en chute libre, le physicien théoricien Félix Kottler a fait appel à la notion de simplicité mathématique.[67] Or, c'était précisément l'avantage, selon Poincaré, de la géométrie euclidienne par rapport à la géométrie non euclidienne (1902*a*, 76). À la différence de Poincaré, Kottler trouvait que la géométrie non euclidienne des rayons de lumière simplifiait la physique :

Dem Standpunkt Poincarés [..], ist das Gesetz der mathematischen Ökonomie entgegenzuhalten. Eine Physik, in welcher die Lichtstrahlen sich "geradlinig" und gleichförmig fortpflanzen und kräftefreie Massenpunkte "geradlinig" und gleichförmig sich bewegen, ist gewiß mathematisch einfacher zu handhaben. [Kottler 1914, 510, note 2]

Autrement dit, du point de vue de la simplicité mathématique, selon Kottler c'était avantageux de considérer les trajectoires de la lumière comme les géodésiques d'un espace courbe, en comparaison avec une physique où les rayons de lumière se propageaient dans un sens curviligne dans un espace euclidien.

D'une façon semblable, le mathématicien de Sydney Horatio Carslaw pensait que chez les théoriciens de la relativité, l'argument de la commodité s'est retourné contre la doctrine de Poincaré. Carslaw ne pensait pas pour autant que la théorie de la relativité montrait l'erreur de cette doctrine, il constatait seulement : « the Non-Euclidean Geometry of Bolyai and Lobatschewsky [..], in some ways at least, is the more convenient ». Chez les relativistes, d'ailleurs, Carslaw trouvait un écho de Gauss, qui souhaita une vérification de la géométrie non euclidienne de l'espace, pour qu'on ait une mesure de longueur absolue (1916, 104).

Revenons maintenant à Göttingen, pour regarder les idées de Klein et de Hilbert sur l'incidence de la relativité sur la doctrine de Poincaré. Comme Minkowski, Klein trouvait que les ressorts de la théorie de la relativité étaient mathématiques. Klein a suivi le progrès de Minkowski de très près ; comme nous l'avons vu lors du premier chapitre, il a repris le formalisme quadridimensionnel de l'électrodynamique dans son cours de 1907-1908 (Klein 1908, 165). Klein n'insistait pas autant que Minkowski sur l'avantage des mathématiciens dans le domaine relativiste ; il a même exprimé l'espoir que la théorie de Minkowski convaincrait les physiciens théoriciens de mieux se servir des techniques analytiques développées par les géomètres (1910,

[67] Kottler n'a pas cité Mach, mais la notion de simplicité mathématique rappelait son image de la science à travers l'économie de pensée.

17). Dans le schéma des sciences mathématiques, Klein rangeait le principe de relativité dans le domaine de la mécanique, sa spécialité. Responsable de la mécanique dans l'*Encyclopédie*, Klein commissionna auprès d'un élève de Hilbert, Ernst Hellinger, un article portant sur le principe de relativité (1914).

En ce qui concerne Hilbert, il a fait l'éloge de Poincaré un an ou deux après la mort de celui-ci. Hilbert caractérisait Poincaré comme le mathématicien le plus inventif et universel de son époque, mais aussi comme un philosophe malheureux.[68] L'exemple principal de sa malchance en philosophie, de l'avis de Hilbert, était sa conception du rôle de la géométrie dans la connaissance de la nature, ou ce que Poincaré lui-même aurait appelé le conventionnalisme. Hilbert rappela un discours dans lequel il maintenait que la doctrine de Poincaré n'était « justifié en aucun sens du tout ». Les raisons de ce jugement sont inconnues, mais plus tard, en 1918, Hilbert suggérait que la structure euclidienne de l'espace, comme la revendiquait Poincaré, était factice, parce que la théorie de la relativité restreinte était incompatible avec l'existence des corps rigides (Majer 1995, 280).[69] Hilbert reconnaissait que la doctrine de Poincaré comptait quelques adeptes notables, mais pour lui, l'autorité considérable de Poincaré aurait influencé le jugement de ces gens.[70]

La tradition centenaire de géométrie physique à Göttingen, a-t-elle influencé le jugement de Hilbert, Klein et Minkowski ? Tous les trois ont adopté une interprétation physique de la géométrie, que les deux premiers ont vu se réaliser dans la théorie de l'espace-temps du dernier. Aux savants de Göttingen, la théorie de la relativité de Minkowski était un exemple probant des fondements physiques de la géométrie.

3.7 Conclusion

Au début du vingtième siècle, la doctrine de Poincaré a été jugée extrême par plusieurs géomètres éminents. Nous avons suggéré qu'avec ces géomètres, les mathématiciens appliqués se sentaient concernés par la doctrine de Poincaré, qui semblait flatter les idées reçues de quelques mathématiciens purs à leur encontre–des adeptes de la doctrine de Poincaré se trouvaient sans doute dans ce dernier groupe.

Les réponses à la doctrine de Poincaré illuminent les regards que portaient les mathématiciens sur leur discipline, et sur la place de celle-ci par rapport aux autres disciplines. Pour certains mathématiciens, le rejet de la doctrine de Poincaré, ou bien le soutien du point de vue de Riemann et Helmholtz, était le reflet d'une préoccupation pour ce qu'ils voyaient comme l'éloignement des mathématiques par rapport à la physique. Ce rejet se comprend mieux lorsqu'on le met en rapport avec la pratique des mathématiciens et les visions concurrentielles de l'avenir de leur discipline. Pour les opposants à la doctrine de Poincaré, l'avenir des mathématiques dépendait du lien fondamental entre la géométrie et la physique.

Nous avons vu qu'une théorie de l'espace physique–comme celles de Minkowski et d'Einstein–n'était pas pour déplaire en général aux géomètres. Comme Minkowski le remarqua en 1907, les mathématiciens étaient bien placés pour le développement de la nouvelle conception de l'espace et du temps [1915, 927]. La question soulevée par Hadamard–pourquoi un mathématicien n'a pas découvert la théorie de la relativité générale avant Einstein–peut admettre

[68] MS sans date, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Handschriftenabteilung, Nachlass Hilbert 579, 2. Pour une traduction en anglais voir Rowe 1986, 76-7.

[69] Sur les remarques plus tardives de Hilbert à propos de la doctrine de Poincaré, voir Majer 1996, 355. Sur les débats philosophiques après 1920 autour du conventionnalisme voir Hentschel 1990, 293-336.

[70] Hilbert pensait peut-être à Hugo von Seeliger, et aux philosophes qui, selon Eduard Study 1914, 117, étaient sous l'influence des idées de Poincaré : Paul Natorp, Aloys Müller, Ernst Cassirer et Jonas Cohn.

plusieurs réponses, mais une croyance généralisée à la doctrine de Poincaré en est des moins probables. En même temps, une préférence pour le point de vue de Riemann et de Helmholtz sur les fondements de la géométrie n'était pas suffisante pour accepter la théorie de la relativité restreinte. Suivant l'introduction de la théorie de Minkowski, plusieurs mathématiciens et physiciens ont vu une contradiction entre la théorie de la relativité et la doctrine de Poincaré. Celle-ci menait–toujours–à la déconsidération des conceptions du temps et de l'espace dans les théories d'Einstein et de Minkowski, et entraînait–parfois–le rejet complet de la théorie de Minkowski ainsi que des tentatives d'extension.

3.8 Références

Abraham, Max. "Zur Theorie der Gravitation." *Physikalische Zeitschrift* **13** (1912) : 1-4.

—, et Föppl, August. *Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität*, 2^e^ éd. (Leipzig : Teubner, 1904).

Barbarin, Paul. *La Géométrie Non Euclidienne*. (Paris : Naud, 1902).

—. "La correspondance entre Hoüel et de Tilly." *Bulletin des Sciences Mathématiques* **50** (1926) : 50-64.

Bateman, Harry. "The relation between electromagnetism and geometry." *Philosophical Magazine* **20** (1910) : 623-628.

Beichler, James E. "Ether/or : hyperspace models of the ether in America." In *The Michelson Era in American Science 1870-1930*, Stanley Goldberg et Roger H. Stuewer, eds. (New York : American Institute of Physics, 1988), 206-223.

Berg, Otto. *Das Relativitätsprinzip der Elektrodynamik*. (Göttingen : Vandenhoeck, 1910.

Bertrand, Joseph. "Sur la somme des angles d'un triangle." *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* **69** (1869) : 1265-1269.

—. "Sur la démonstration relative à la somme des angles d'un triangle." *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* **70** (1870) : 17-20.

Boi, Luciano et Flament, Dominique, eds. *1830-1930 : A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*. (Berlin : Springer-Verlag, 1992).

Boltzmann, Ludwig. *Principien der Naturfilosofi*, Fasol-Boltzmann, Ilse M., ed. (Berlin : Springer-Verlag, 1990).

Bolyai, János. *La Science Absolue de l'Espace indépendante de la vérité ou de la fausseté de l'Axiome XI d'Euclide (que l'on ne pourra jamais établir à priori)*. (Paris : Gauthier-Villars, 1867).

Bonola, Roberto. *La Geometria Non-Euclidia : exposizione storico-critico des suo sviluppo*. (Bologna : Zanichelli, 1906). Trad. angl. *Non-Euclidean Geometry*. (Chicago : Open Court, 1912).

Bork, Alfred M. "The fourth dimension in nineteenth-century physics." *Isis* **55** (1964) : 326-338.

Born, Max. "Physics and relativity." *Helvetica Physica Acta*, Supplementum **4** (1956) : 244-260.

Boucher, Maurice. *Essai sur l'Hyperespace : Le Temps, la Matière et l'Énergie*, 2^e^ éd. (Paris : Alcan, 1905).

Buhl, Adolphe. "Géométrie et psychologie." In H. Laurent, *Sur les Principes Fondamentaux de la Théorie des Nombres*. (Paris : Gauthier-Villars, 1911), 62-66.

Cahan, David. "The institutional revolution in German physics, 1865-1914." *Historical Studies in the Physical Sciences* **15** (1985) : 1-65.

Carslaw, Horatio Scott. *The Elements of Non-Euclidean Plane Geometry and Trigonometry*. (London, 1916). Réédition in W. W. Rouse Ball, H. S. Carslaw, F. Cajori, et J. Petersen, *String Figures, and Other Monographs*. (New York : Chelsea Publishing Company, 1969), p. 103.

Cartan, Élie. "Sur les groupes de transformations de contact et la cinématique nouvelle." *Bulletin de la Société Mathématique de France* **40**, *Comptes Rendus* (1912*a*) : 23.

—. *Notice sur les Travaux Scientifiques*. (Paris : Imprimerie Téqui, 1912*b*).

Clifford, William Kingdon. "On the space theory of matter." *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **2** (1876) : 157-158.

Coffa, J. Alberto. "From geometry to tolerance : sources of conventionalism in nineteenth-century geometry." In *From Quarks to Quasars*, Robert G. Colodny, ed. (Pittsburgh : University of Pittsburgh Press, 1986), 3-70.

—. *The Semantic Tradition from Kant to Carnap, to the Vienna Station*. Linda Wessels, ed. (Cambridge : Cambridge University Press, 1991).

Coolidge, Julian Lowell. *The Elements of Non-Euclidean Geometry*. (Oxford : Clarendon, 1909).

Darboux, Gaston. *Leçons sur la Théorie Générale des Surfaces et les Applications Géométriques du Calcul Infinitésimal*, Tome 2. (Paris : Gauthier-Villars, 1889).

Darrigol, Olivier. "Henri Poincaré's criticism of fin de siècle electrodynamics." *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* **26B** (1995) : 1-44.

—. "The Electrodynamic Origins of Relativity Theory." *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences* **26** (1996) : 241-312.

Dieudonné, Jean. "La découverte des fonctions fuchsiennes." In *Actes du 6^e Congrès du Groupement des Mathématiciens d'Expression Latine*. (Paris : Gauthier-Villars, 1982), 3-23.

Dingler, Hugo. "Zum Aufsatze des Herrn E. Dittrich zur Frage nach der Geometrie der Lichtstrahlen und starren Körper." *Annalen der Naturphilosophie* **10** (1911) : 437-440.

DiSalle, Robert. "Helmholtz's empiricist philosophy of mathematics : Between laws of perception and laws of nature." In *Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth-Century Science*. David Cahan, ed. (Berkeley : University of California Press, 1993), 498-521.

Earman, John et Glymour, Clark. "Relativity and eclipses : the British eclipse expeditions of 1919 and their predecessors." *Historical Studies in the Physical Sciences* **11** (1980) : 49-85.

Einstein, Albert. "Zur Elektrodynamik bewegter Körper." *Annalen der Physik* **17** (1905) : 891-921.

—. "Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie." *Annalen der Physik* **23** (1907*a*) : 371-84.

—. "Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen." *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4** (1907*b*) : 411-462.

—. "Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes." *Annalen der Physik* **35** (1911) : 898-908.

—. "Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes." *Annalen der Physik* **38** (1912) : 355-369.

—. "Nichteuklidische Geometrie und Physik." *Neue Rundschau* **36** (1925) : 16-20.

—. *Lettres à Maurice Solovine*. (Paris : Gauthier-Villars, 1956).

—. *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 4, *The Swiss Years : Writings, 1912-1914*, Martin J. Klein et al., eds. (Princeton : Princeton University Press, 1995).

—. *The Collected Papers of Albert Einstein*. Vol. 6, *The Berlin Years : Writings, 1914-1917*, Martin J. Klein et al., eds. (Princeton : Princeton University Press, 1996).

Einstein, Albert et Grossmann, Marcel. *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*. (Leipzig : Teubner, 1913).

Einstein, Albert et Laub, Jakob. "Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper." *Annalen der Physik* **26** (1908) : 532-540.

Enriques, Federigo. *Problemi della Scienza*, 2^e éd. (Bologna : Zanichelli, 1910). *Problems of Science*. (Chicago : Open Court, 1914).

—. "Principes de la géométrie." *Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées* **3** : *Fondements de la Géométrie*, Jules Molk, éd. (Paris : Gauthier-Villars, 1911), 1-147.

—. *Les Concepts Fondamentaux de la Science*. (Paris : Flammarion, 1913).

Fano, Gino. "La geometria non-euclidea." *Scientia* **4** (1908) : 257-282.

von Ferber, Christian. *Die Entwicklung des Lehrkörpers in der deutschen Hochschulen 1864-1954*. (Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1956).

Feuer, Lewis Samuel. *Einstein and the Generations of Science*, 2^e éd. (New Brunswick : Transaction, 1982).

Föppl, August Otto. *Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektricität*. (Leipzig : Teubner, 1894).

Frank, Philipp G. *Philosophy of Science : The Link Between Science and Philosophy*. (Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1957).

de Freycinet, Charles. *De l'Expérience en Géométrie*. (Paris : Gauthier-Villars, 1903).

Giedymin, Jerzy. *Science and Convention*. (Oxford : Pergamon, 1982).

—. "Geometrical and physical conventionalism of Henri Poincaré in epistemological formulation." *Studies in History and Philosophy of Science* **22** (1991) : 1-22.

—. "Conventionalism, the pluralist conception of theories and the nature of interpretation." *Studies in History and Philosophy of Science* **23** (1992) : 423-443.

Gillies, Donald. *Philosophy of Science in the Twentieth Century : Four Central Themes*. (Oxford : Blackwell, 1993).

Gispert, Hélène. "La correspondance de G. Darboux avec J. Hoüel, Chronique d'un rédacteur (déc. 1869-nov. 1871)." *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* **8** (1987) : 67-202.

Glick, Thomas, éd. *The Comparative Reception of Relativity*. (Dordrecht : Reidel, 1987).

Glymour, Clark. *Theory and Evidence*. (Princeton : Princeton University Press, 1980).

Goldberg, Stanley. "Poincaré's silence and Einstein's relativity : The role of theory and experiment in Poincaré's physics." *British Journal of the History of Science* **5** (1970) : 73-84.

Gray, Jeremy. "The three supplements to Poincaré's prize essay of 1880 on Fuchsian functions and differential equations." *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* **32** (1982) : 221-235.

—. *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré*. (Boston : Birkhäuser, 1986).

—. *Ideas of Space : Euclidean, Non-Euclidean and Relativistic*, 2^e éd. (Oxford : Clarendon, 1989).

—. "German and Italian Algebraic Geometry." *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **36** (1994) : 151-84.

Gray, Jeremy et Walter, Scott. Introduction à Poincaré (1997).

Greffe, Jean-Louis, Heinzmann, Gerhard et Lorenz, Kuno, éds. *Henri Poincaré : Science et Philosophie*. (Berlin : Akademie Verlag, 1996).

Grünbaum, Adolf. *Philosophical Problems of Space and Time*, 2^e éd. (Dordrecht : Reidel, 1973).

Hadamard, Jacques. *Leçons de Géométrie Élémentaire*, Tome 1. (Paris : Colin, 1898).

—. "Comment je n'ai pas trouvé la relativité." In *Atti del V Congresso Internazionale di Filosofia*, Guido Della Valle, éd. (Naples, 1925), 441-453.

Harman, Peter Michael. *Energy, Force and Matter : The Conceptual Development of 19th Century Physics*. (Cambridge : Cambridge University Press, 1982).

Harzer, Paul. "Die Sterne und der Raum." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17** (1908) : 237-67.

Hausdorff, Felix. "Das Raumproblem," *Annalen der Naturphilosophie* **3** (1904) : 1-13.

Hawkins, Thomas. "Non-Euclidean Geometry and Weierstrassian Mathematics : The Background to Killing's Work on Lie Algebras." *Historia Mathematica* **7** (1980) : 289-342.

Heffter, Lothar. *Über Wesen, Wert und Reiz der Mathematik.* (Kiel : Univ. Kiel, 1911).

—. *Mein Lebensweg und Meine mathematische Arbeit*. (Leipzig : Teubner, 1937).

Heinzmann, Gerhard. "Helmholtz and Poincaré's considerations on the genesis of geometry." In Boi et Flament (1992), 245-249.

—. *Zwischen Objektkonstruktion und Strukturanalyse*. (Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1995).

Hellinger, Ernst. "Die allgemeinen Ansätze der Mechanik der Kontinua." *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Mechanik*, Teil 4. Felix Klein et Conrad Müller, eds. (Leipzig : Teubner, 1914), 601-694.

Helmholtz, Hermann. "Über die Thatsächlichen Grundlagen der Geometrie." *Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins* **4** (1866) : 197-202. Trad. fr. par Jules Hoüel, "Sur les faits qui servent de base à la géométrie." *Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux* **5** (1867) : 372-378.

—. "Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome." In *Populäre wissenschaftliche Vorträge*, vol. 3. (Braunschweig : Vieweg, 1876), 23-54. Trad. anglaise par E. Atkinson (avec modifications), *Mind* **1** (1876) : 301-321. Trad. fr. (avec modifications), *Revue Scientifique* **12** (1877) : 1197-1207.

Hentschel, Klaus. *Interpretationen und Fehlinterpretationen*. (Basel : Birkhäuser, 1990).

—. "Erwin Finlay Freundlich and testing Einstein's theory of relativity." *Archive for History of Exact Sciences* **47** (1994) : 143-201.

Herglotz, Gustav. "Über die Mechanik des deformierbaren Körpers vom Standpunkt der Relativitätstheorie." *Annalen der Physik* **36** (1911) : 493-533.

Hertz, Heinrich. *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zussamenhänge dargestellt*. (Leipzig : J. A. Barth, 1894).

Hilbert, David. *Die Grundlagen der Geometrie*. (Leipzig : Teubner, 1899).

—. "Mathematische Probleme." *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, Nachrichten*, 1900, 253-97.

—. "Hermann Minkowski : Gedächtnisrede." *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, Nachrichten* (1909). Réédition in *Mathematische Annalen* **68** (1910) : 445-471.

Holton, Gerald. *Thematic Origins of Scientific Thought : Kepler to Einstein*. (Cambridge : Harvard University Press, 1973).

Hon, Giora. "The case of Kaufmann's experiment and its varied reception." In *Scientific Practice : Theories and Stories of Doing Physics*, Jed Z. Buchwald, ed. (Chicago : University of Chicago Press, 1995), 170-223.

Hoüel, Jules. *Du Rôle de l'Expérience dans les Sciences Exactes*. (Prague : Éd. Grègr, 1875).

Houzel, Christian. "Histoire de la théorie des parallèles." In *Mathématiques et Philosophie de l'Antiquité à l'Age Classique*, Roshdi Rashed, éd. (Paris : Centre National de la Recherche Scientifique, 1991), 163-179.

—. "The birth of non-Euclidean geometry." In Boi et Flament (1992), 3-21.

Israel, Giorgio. "Poincaré et Enriques : deux points de vue différents sur les relations entre géométrie, mécanique et physique." In Boi et Flament (1992), 107-26.

Jammer, Max. *Concepts of Space*. (New York : Harper, 1960).

Jouffret, Esprit Pascal. *Traité Élémentaire de Géométrie à Quatre Dimensions*. (Paris : Gauthier-Villars, 1903).

—. *Mélanges de Géométrie à Quatre Dimensions*. (Paris : Gauthier-Villars, 1906).

Jungnickel, Christa et McCormmach, Russell. *Intellectual Mastery of Nature : Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, 2 vols. (Chicago : University of Chicago Press, 1986).

Kasner, Edward. "Differential-geometric aspects of dynamics." In *The Princeton Colloquium Lectures on Mathematics*. (New York : American Mathematical Society, 1913), 1-117.

Klein, Felix. "Zur Nicht-Euklidischen Geometrie." *Mathematische Annalen* **37** (1890) : 544-72. Réédition in Klein (1921-1923), vol. 1, 353-383.

—. *Nicht-Euklidische Geometrie*, 2^e éd. (Göttingen, 1893).

—. "Riemann und seine Bedeutung in der Entwicklung der modernen Mathematik." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **4** (1894) : 72-82.

—. *Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. Eine Revision der Prinzipien*. (Leipzig : Teubner, 1902*a*).

—. "Über den mathematischen Unterricht an der höheren Schulen." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **11** (1902*b*) : 128-141.

—. Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. (Leipzig : Teubner, 1907).

—. *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus*. Vol. 1, *Arithmetik, Algebra, Analysis*. (Leipzig et Berlin : Teubner, 1908).

—. "Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **19** (1910) : 281-300. Réédition in *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) : 17-27.

—. *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, 3 vols. Robert Fricke et A. Ostrowski, éds. (Berlin : Springer-Verlag, 1921-1923).

Kline, Morris. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*. (Oxford : Oxford University Press, 1972).

Koenigsberger, Leo. *Die Mathematik eine Geistes- oder Naturwissenschaft ?* (Heidelberg : Carl Winter, 1913).

Kottler, Friedrich. "Über die Raumzeitlinien der Minkowski'schen Welt." *Sitzungberichte Wiener Akademie Wissenschaft* **121** (1912) :1659-1759.

—. "Fallende Bezugssysteme vom Standpunkte des Relativitätsprinzips." *Annalen der Physik* **45** (1914) : 481-516.

von Laue, Max. "Zur Dynamik der Relativitätstheorie." *Annalen der Physik* **35** (1911) : 524-542. Réimprimé in von Laue (1961), vol. 1, 135-53.

—. "Die Relativitätstheorie in der Physik." *Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte* (1922) : 45-57. Réimprimé in von Laue (1961), vol. 2, 13-25.

—. *Gesammelte Schriften und Vorträge*, 3 vols. M. Kohler, éd. (Braunschweig : Vieweg, 1961).

Laugwitz, Detlef. *Bernhard Riemann 1826-1866 : Wendepunkt in der Auffassung der Mathematik*. (Basel : Birkhäuser, 1996).

Laurent, Hermann. *La Géométrie Analytique Générale*. (Paris : Hermann, 1906).

Leibnitz, Gottfried Wilhelm. *La Monadologie*. *Édition annotée, et précédée d'une exposition du système de Leibnitz par Émile Boutroux*. (Paris : Delagrave, 1881). Réédition 1991.

Lewis, Gilbert Newton. "A revision of the fundamental laws of matter and energy." *Philosophical Magazine* **16** (1908) : 705-717.

—, et Tolman, Richard C. "The principle of relativity, and non-Newtonian mechanics." *Proceedings of the American Academy of Arts and Science* **44** (1909) : 711-724.

Liebmann, Heinrich. *Nichteuklidische Geometrie*. (Leipzig : Göschen, 1905).

—. "Nichteuklidische Geometrie." *Taschenbuch für Mathematiker und Physiker* **2** (1911) : 168-172.

Lorentz, Hendrik Antoon. "Alte und neue Fragen der Physik." *Physikalische Zeitschrift* **11** (1910) : 1234-1257.

Loria, Gino. *Theorien der Geometrie*. (Leipzig : Teubner, 1888).

Lützen, Jesper. "Interactions between mechanics and differential geometry in the 19th century." *Archive for History of Exact Sciences* **49** (1995*a*) : 1-72.

—. "Renouncing Forces ; Geometrizing Mechanics. Hertz's *Principles of Mechanics*," Københavns Universitet Matematisk Institut, *Preprints* **22** (1995*b*) : 1-93.

Mach, Ernst. *Space and Geometry*. (La Salle : Open Court, 1906).

—. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung : historisch-kritisch dargestellt*, 9*e* éd. (Leipzig : Brockhaus, 1933).

Majer, Ulrich. "Geometry, intuition and experience from Kant to Husserl." *Erkenntnis* **42** (1995) : 261-285.

—. "Hilbert's criticism of Poincaré's conventionalism." In Greffe et al. (1996), 355-364.

Mansion, Paul. "Sur les principes de la géométrie." *Mathesis* **25** (1905) : supp., pp. 1-5.

—. "Raum und Zeit par H. Minkowski." *Mathesis* **29** (1909) : 245.

—. "Sechs Vorträge von H. Poincaré." *Mathesis* **30** (1910) : 43.

McCormmach, Russell. "Henri Poincaré and the Quantum Theory." *Isis* **58** (1967) : 37-55.

—. "H. A. Lorentz and the Electromagnetic View of Nature." *Isis* **61** (1970) : 459-97.

Mehrtens, Herbert. *Moderne–Sprache–Mathematik*. (Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1990).

Mergnac, Marie-Odile. "Album de famille : La famille Poincaré." *Gé-Magazine* **124** (1994) : 27-31.

Miller, Arthur I. *Albert Einstein's Special Theory of Relativity : Emergence (1905) and Early Interpretation*. (Reading : Addison-Wesley, 1981).

—. *Imagery in Scientific Thought*. (Boston : Birkhäuser, 1984).

—. "Why did Poincaré not create special relativity in 1905 ?" In Greffe et al. (1996), 69-100.

Minkowski, Hermann. "Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern." *Nachrichten von der Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* (1908) : 53-111.

—. "Raum und Zeit." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **18** (1909) : 75-88.

—. *Briefe an David Hilbert*. Lily Rüdenberg et Hans Zassenhaus, éds. (Berlin : Springer-Verlag, 1973).

Nagel, Ernest. *The Structure of Science : Problems in the Logic of Scientific Explanation*. (New York : Harcourt, Brace & World, 1961).

Nora, Pierre, éd. *Les Lieux de Mémoire*, 3 tomes. Paris : Gallimard, 1984-1986.

Nordström, Gunnar. "Relativitätsprinzip und Gravitation." *Physikalische Zeitschrift* **13** (1912) : 1126-1129.

Nowak, Gregory. "Riemann's Habilitationsvortrag and the synthetic a priori status of geometry." In *The History of Modern Mathematics*, vol. 1. David Rowe et John McCleary, éds. (Boston : Academic Press, 1989), 17-48.

Nye, Mary Jo. "The Boutroux Circle and Poincaré's conventionalism." *Journal for the History of Ideas* **40** (1979) : 107-120.

d'Ocagne, Maurice. *Histoire Abrégée des Sciences Mathématiques*. Recuelli et achevé par R. Dugas. (Paris : Vuibert, 1952).

O'Gorman, F. P. "Poincaré's conventionalism of applied geometry." *Studies in History and Philosophy of Science* **8** (1977) : 301-340.

Pais, Abraham. *'Subtle is the Lord...'–the Science and the Life of Albert Einstein.* (Oxford : Oxford University Press, 1982).

Panza, Marco. "L'intuition et l'évidence. La philosophie kantienne et les géométries non euclidiennes : relecture d'une discussion." In *Les Savants et l'Épistémologie Vers la Fin du*

XIX^e Siècle. Jean-Claude Pont et Marco Panza, éds. (Paris : Blanchard, 1995), 39-87.

Paty, Michel. "Physical geometry and special relativity : Einstein and Poincaré." In Boi et Flament (1992), 127-149.

—. *Einstein Philosophe*. (Paris : Presses Universitaires de France, 1993).

—. "Poincaré et le principe de relativité." In Greffe et al. (1996), 101-143.

Paul, Harry W. *The Sorcerer's Apprentice : The French Scientist's Image of German Science, 1840-1919*. (Gainesville : University of Florida Press, 1972).

Picard, Émile. *Traité d'Analyse*, Tome 2. (Paris : Gauthier-Villars, 1893).

—. "De la science." *Revue du Mois* **5** (1908) : 129-148.

—. "Quelques réflexions sur la science et les savants." In *Hommage à Louis Olivier*. (Paris, 1911).

—. "L' ?uvre de Henri Poincaré." *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* **30** (1913) : 463-482.

—. *La Science Moderne et Son État Actuel*, 2^e éd. (Paris : Flammarion, 1914).

Planck, Max. "Zur Dynamik bewegter Systeme." *Sitzungsberichte der königliche preußischen Akademie der Wissenschaften* (1907) : 542-570. Réédition in Planck (1958), vol. 2, 176-209.

—. "Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik." *Physikalische Zeitschrift* **9** (1908) : 828-830.

—. *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*, 3 vols. (Braunschweig : Vieweg, 1958).

Poincaré, Henri. "Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie." *Bulletin de la Société Mathématique de France* **15** (1887) : 203-216.

—. "Les géométries non euclidiennes." *Revue Générale des Sciences Pures et Appliquées* **2** (1891) : 769-774.

—. "L'espace et la géométrie." *Revue de Métaphysique et de Morale* **3** (1895) : 631-646.

—. "Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique." *Acta Mathematica* **21** (1897) : 331-341.

—. "La mesure du temps." *Revue de Métaphysique et de Morale* **6** (1898) : 1-13.

—. *La Science et l'Hypothèse*. (Paris : Flammarion, 1902*a*). Réédition 1968.

—. "Les fondements de la géométrie." *Bulletin des Sciences Mathématiques* **26** (1902*b*) : 249-272. Réédition in Poincaré (1916-1956), t. 11, pp. 92-113.

—. "Sur la valeur objective de la science." *Revue de Métaphysique et de Morale* **10** (1902*c*) : 263-293.

—. *La Valeur de la Science*. (Paris : Flammarion, 1905). Réédition 1970.

—. "Sur la dynamique de l'électron." *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **21** (1906*a*). Réédition in Poincaré (1924), 129-176.

—. "Les mathématiques et la logique (suite et fin)." *Revue de Métaphysique et de Morale* **14** (1906*b*) : 17-34, 294-317.

—. "La relativité de l'espace." *L'Année Psychologique* **13** (1907) : 1-13.

—. "L'invention mathématique." *L'Enseignement Mathématique* **10** (1908a) : 357-71

—. "La dynamique de l'électron." *Revue générale des Sciences pures et appliquées* 19 (1908b) : 386-402. Réédition in Poincaré (1916-1956), t. 9, 551-586.

—. "L'espace et le temps." *Scientia* **12** (1912) : 159-170. Réédition in Poincaré (1913), 97-109.

—. *Dernières Pensées*. (Paris : Flammarion, 1913). Réédition 1963.

—. "Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même." *Acta Mathematica* **38** (1914*a*) : 1-135. Réédition in Poincaré (1916-1956).

—. "Rapport sur les travaux de M. Cartan." *Acta Mathematica* **38** (1914*b*) : 137-145.

—. *La Mécanique Nouvelle*. Édouard Guillaume, éd. (Paris : Gauthier-Villars, 1924).

—. *Œuvres Complètes*, 11 vols. (Paris : Gauthier-Villars, 1916-1956).

—. *Trois suppléments sur la découverte des fonctions fuchsiennes*. Jeremy Gray et Scott Walter, éds. (Berlin : Akademie Verlag, 1997).

Pont, Jean-Claude. *L'Aventure des Parallèles*. (Bern : Peter Lang, 1986).

Pyenson, Lewis. *The Young Einstein : The Advent of Relativity*. (Bristol : Adam Hilger, 1985).

Reich, Karin. "The American contribution to the theory of differential invariants, 1900-1916." In *Einstein Studies*, vol. 5 : *The Attraction of Gravitation*. J. Earman, M. Janssen et J.D. Norton, éds. (Boston : Birkhäuser, 1993), 225-247.

Reichenbach, Hans. *The Philosophy of Space and Time*. (New York : Dover, 1957).

Richard, Jules. "Contre la géométrie expérimentale." *Revue de l'Enseignement des Sciences* (1910) : 150.

Riemann, Bernhard. "Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen." *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* **13** (1867) : 132-152. Réédition in Riemann (1892), 272-287.

—. *Gesammelte mathematische Werke und wissentschaftlicher Nachlaß*, 2^{e} éd. (Leipzig : Teubner, 1892).

Robb, Alfred Arthur. *Optical Geometry of Motion : A New View of the Theory of Relativity*. (Cambridge : W. Heffer, 1911).

Rowe, David E. "Essay review of Tobies, Manegold and Pyenson." *Historia Mathematica* **12** (1985) : 278-291.

—. " 'Jewish mathematics' at Göttingen in the era of Felix Klein." *Isis* **77** (1986*a*) : 422-449.

—. "David Hilbert on Poincaré, Klein, and the world of mathematics." *Mathematical Intelligencer* **8** (1986*b*) : 75-77.

—. "Klein, Hilbert, and the Göttingen mathematical tradition." *Osiris* 5 : *Science in Germany*. Kathryn M. Olesko, éd. (Philadelphia : History of Science Society, 1989), 186-213.

Runge, Carl. "The mathematical training of the physicist in the university." In *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, vol. 2. E. W. Hobson et A. E. H. Love, éds. (Cambridge : Cambridge University Press, 1913), 598-602.

Scholz, Erhard. *Geschichte des Mannigfaltigkeitsbegriffs von Riemann bis Poincaré*. (Basel : Birkhäuser, 1980).

Schönflies, Arthur. "Zur Statistik des mathematischen Studiums." *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* **20** (1911) : 27-28.

Schütz, J. R. "Prinzip der absoluten Erhaltung der Energie." *Nachrichten von der Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* (1897) : 110-123.

Seeliger, Hugo von. "Bemerkungen über die sogenannte absolute Bewegung, Raum und Zeit." *Vierteljahresschrift der astronomischen Gesellschaft* **48** (1913) : 195-201.

Severi, Francesco. "Ipotesi e realtà nelle scienze geometriche." *Scientia* **8** (1910) : 1-29.

Sklar, Lawrence. *Space, Time and Spacetime*. (Berkeley : University of California, 1974).

Sommerfeld, Arnold. *Mechanik*, 2^{e} éd. (Leipzig : Akademische Verlagsgesellschaft, 1944).

Sommerville, Duncan M'Laren Young. *Bibliography of Non-Euclidean Geometry*. (London : Harrison, 1911).

—. *The Elements of Non-Euclidean Geometry*. (London : G. Bell & Sons, 1914).

Stachel, John J. "The rigidly rotating disk as the "missing link" in the history of general relativity." In Howard et Stachel (1989), 48-62.

Stallo, John Bernard. *The Concepts and Theories of Modern Physics*, 3*e* éd. (London : Kegan Paul & Co., 1890).

Stichweh, Rudolf. *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen* (Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1984).

—. *Wissenschaft, Universität, Professionen : soziologische Analysen*. (Frankfurt am Main : Suhrkamp, 1994).

Staley, Richard. "Max Born and the German Physics Community : The Education of a Physicist." (Thèse de doctorat, non publiée, Cambridge University, 1992).

Study, Eduard. *Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume*. (Braunschweig : Vieweg, 1914).

Stump, David. "Henri Poincaré's philosophy of science." *Studies in History and Philosophy of Science* **20** (1989) : 335-363.

Tannery, Paul. "La géométrie imaginaire et la notion d'espace." *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger* **2** (1876) : 433-451, **3** (1877) : 553-575.

—. "La science et l'hypothèse d'après M. H. Poincaré." *Annales de Philosophie Chrétienne* **2** (1903) : 241-255. Réédition in Tannery (1927), 377-399.

—. *Mémoires Scientifiques*, Tome 8. (Paris : Gauthier-Villars, 1927).

Tazzioli, Rossana. "Ether and theory of elasticity in Beltrami's work." *Archive for History of Exact Sciences* **45** (1993) : 1-37.

Timerding, Heinrich Emil. "L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles." *L'Enseignement Mathématique* **13** (1911) : 481-490.

Tobies, Renate. "Zur Berufungspolitik Felix Kleins." *NTM* **24** (1987) : 43-52.

Torretti, Roberto. *Relativity and Geometry*. (Oxford : Pergamon, 1983).

—. *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, 2*e* éd. (Dordrecht : Reidel, 1984).

Volkmann, Paul. Einführung in das Studium der theoretischen Physik. (Leipzig : Teubner, 1913).

Vuillemin, Jules. "Poincaré's philosophy of space." *Synthese* **24** (1972) : 161-79.

Wedekind, E. "Die Entwickelung der Stereochemie des fünfwertigen Stickstofs im letzten Jahrzehnt." *Sammlung chemischer und chemisch-technischer Vorträge* **14** (1909).

Wellstein, Josef. "Grundlagen der Geometrie." In *Enzyclopädie der Elementar-Mathematik 2 : Encyklopädie der elementaren Geometrie*, Heinrich Weber et J. Wellstein, éds. (Leipzig : Teubner, 1905), 3-301.

Wien, Wilhelm. "Über die Wandlung des Raum- und Zeitbegriffs in der Physik." *Sitzungs-Berichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg* (1909) : 29-39.

—. *Ziele und Methoden der theoretischen Physik*. (Würzburg : H. Stürtz, 1914).

Woods, Frederick Shenstone. "Forms of non-Euclidean space." In *The Boston Colloquium : Lectures on Mathematics*. (New York : Macmillan, 1905), 31-74.

Zerner, Martin. "La règne de Joseph Bertrand (1874-1900)." *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences* **34** (1991) : 296-322.

Ziegler, Renatus. *Die Geschichte der geometrischen Mechanik im 19. Jahrhundert*. (Stuttgart : Franz Steiner Verlag, 1985).

Chapitre 4

La théorie de la relativité restreinte 1905–1915 : une description quantitative

4.1 Introduction

Les deux modes principaux de participation à l'élaboration de la théorie de la relativité, à savoir la recherche et la diffusion, laissèrent souvent des traces sous forme de documents imprimés, et dans se cas, ils se prêtent à l'étude bibliométrique. Dans ce chapitre, les documents imprimés sont organisés selon des paramètres divers, par exemple, le pays et le type de publication, et la profession des auteurs. Le choix de paramètres lui-même n'est pas le fruit du hasard, mais fonction de plusieurs éléments, y compris la nature des documents et la qualité des sources d'information biographique, ainsi que l'intérêt que représente un paramètre donné par rapport à la question initiale.

Les sources imprimées ne reflètent que très partiellement l'évolution de l'enseignement de la théorie de la relativité, qu'on peut regarder comme un aspect particulier de la diffusion du savoir relativiste. Pour compléter l'étude bibliométrique, d'autres sources sont introduites afin de mieux saisir la portée de l'engagement disciplinaire en faveur de l'enseignement de la théorie de la relativité.

4.2 Méthode

Le sens que peut avoir l'étude bibliométrique dépend étroitement des sources bibliographiques utilisées et de la façon de les aborder. Dans cette section, la méthode retenue pour l'étude est explicitée en détail, d'abord par l'identification des sources bibliographiques.

4.2.1 Sources bibliographiques

Les sources de références bibliographiques prises en compte dans l'étude sont de trois types :

1. Les revues des revues. Pour la période qui nous intéresse, il s'agit de *Science Abstracts : Physics*, *Fortschritte der Mathematik*, et *Beiblätter zu den Annalen der Physik*.

2. Les études bibliographiques. La première source pour les travaux scientifiques est la bibliographie établie par Maurice Lecat en 1924. Le travail de Lecat est complété par les études de J. T. Combridge, H. Goenner et K. Hentschel.[1]

[1] Lecat, Maurice et Lecat-Pierlot, M., *Bibliographie de la Relativité* (Bruxelles : Lamertin, 1924) ; Combridge,

3. Une base de données bibliographiques, établie à partir des recherches de l'auteur, qui complète les sources précédantes.

Même si elle n'épuise pas les références dans ce domaine, l'étude actuelle croit refléter l'état des connaissances bibliographiques sur les recherches relativistes d'avant 1916, et y apporter une amélioration.

4.2.2 Critères de sélection

Une fois les sources bibliographiques en main, il faut encore procéder à la sélection de références qui correspondent à notre sujet, la théorie de la relativité. Par rapport à celles qui l'ont précédée, cette étude présente quelques particularités, qui sont les critères et conventions de sélection. Prenons d'abord les critères de sélection :

1. Critère temporel. L'étude ne concerne que les publications parues entre le 1 janvier 1905 et le 31 décembre 1915.

2. Critère linguistique. L'étude ne concerne que les publications dont la langue principale est l'une des suivantes : anglais, allemand, français, néerlandais, italien, espagnol, finlandais.

Au delà des critères de sélection, la mise en oeuvre d'une telle étude exige quelques conventions concernant la façon de traiter les références, qu'on peut résumer ainsi :

1. *Contenu relativiste*. C'est une convention fondamentale pour l'étude bibliométrique. L'étude ne prend en compte que des publications dans lesquelles se trouve la mention explicite d'au moins l'un des termes suivants :

a. principe/postulat de relativité de Lorentz/Poincaré/Einstein/Minkowski
b. théorie de la relativité
c. transformations de Lorentz/Einstein/Minkowski
d. cinématique/mécanique/dynamique de Lorentz/Poincaré/Einstein/Planck/Minkowski
e. espace-temps, monde/univers de Minkowski.

Bien qu'une publication satisfasse à ce critère d'*inclusion*, elle est exclue de l'analyse si elle satisfait en même temps à l'une des critères d'*exclusion* suivants : (1) elle concerne principalement les phénomènes classiques ou relativistes de la gravitation ; (2) elle sert principalement à résumer ou à analyser le contenu d'un livre, ou à signaler la publication d'un article de recherche ; (3) elle a un caractère nécrologique. La publication d'une étude critique des articles de recherche n'est donc pas exclue à priori de l'analyse, mais toutes les notices publiées dans les revues des revues sont exclues d'office.

2. *L'article*. La plupart des articles de recherches apparaissent dans les revues spécialisées, et certains apparaissent plusieurs fois dans des lieux de publication différents. Dans ce cas, l'article en question est comptabilisé une fois par lieu de publication. Un article est parfois réédité dans une collection de travaux scientifiques d'un auteur, et dans ce cas, il est comptabilisé comme s'il paraissait dans une revue. De même, pour les publications non périodiques où les travaux de plusieurs savants paraissent ensemble (les *Festschriften*, par exemple), chaque article est comptabilisé comme s'il paraissait dans une périodique. Les rectificatifs, les discussions transcrites et les résumés de communications de moins d'une page ne sont pas comptabilisés.

3. *Le livre*. Le livre est distingué ici de l'article, d'une part, et de la collection d'articles d'auteurs différents, d'autre part. Par convention, on appelle "livre" une publication signée par

John Theodore, *Bibliography of Relativity and Gravitation Theory 1921-1937* (London : Kings College, 1965) ; Hentschel, Klaus, *Interpretationen und Fehlinterpretationen* (Basel : Birkhäuser, 1990) ; Goenner, Hubert F. M., « The reception of the theory of relativity in Germany as reflected by books published between 1908 and 1945, » in *Einstein Studies*, vol. 3, *Studies in the History of General Relativity*. Eisenstaedt, Jean and Kox, Anne J., éds. (Boston : Birkhäuser, 1992), pp. 15-38.

une personne, et "volume collectif" une publication signée de deux personnes ou davantage. Du fait que les maisons d'édition font souvent des tirages à part des articles de revues, il est nécessaire de distinguer entre les livres et les articles. La convention adoptée dans le cas où un même texte existe en tirages à part et dans les pages d'un périodique est de le comptabiliser uniquement comme un article de revue. Toutefois, lorsqu'une publication comprend au moins deux articles–même s'il n'y en a qu'un qui concerne la théorie de la relativité–la publication est considérée comme un livre. Les thèses (14 en tout) et les discours d'inauguration sont comptabilisés avec les livres.

4. *L'auteur unique*. Lorsqu'un article est signé de deux mains, il n'est compté qu'une fois pour l'étude bibliométrique. En revanche, lors de la classification des publications par pays et par profession, les auteurs secondaires sont pris en compte. Dans le cas d'auteurs de professions différentes, le classement par profession procède selon celle du premier auteur mentionné.

5. *Le pays unique*. L'un des paramètres d'organisation des données concerne le lieu dans lequel un auteur exerce ses fonctions. L'emploi d'un tel paramètre suppose que les individus ne changent pas de pays pendant la période étudiée. Or, cette supposition n'est pas vraie dans tous les cas. La convention adoptée dans ce dernier cas est de prendre comme pays principal de l'auteur celui dans lequel il habite pendant la période la plus productive, mesurée en nombre d'articles.

6. *La discipline*. On associe chaque publication et chaque auteur à des quatre catégories disciplinaires suivantes : les mathématiques (y compris les mathématiques appliquées, la géométrie descriptive, la mécanique céleste et la mécanique rationnelle), la physique théorique (y compris la physique mathématique), la physique non théorique (y compris la physique appliquée, la mécanique d'ingénieur, la géophysique, la géodésie, la photographie, l'électrotechnique, la chimie physique), et les autres disciplines (l'astronomie, l'enseignement secondaire). Lors du classement des publications selon la profession principale de l'auteur, et même si l'auteur change de profession, tous ses écrits sont comptabilisés selon la profession principale. Par conséquent, il existe une légère différence entre la somme d'articles obtenu selon les deux approches, qu'on voit dans les sommes d'articles présentées dans Table 1 et Table 5. Les données de Table 1 reflètent le mieux la discipline de l'auteur au moment de la publication.

L'appartenance disciplinaire des individus est établie selon les règles hiérarchiques suivantes :

a. L'intitulé de la chaire occupée par l'individu au moment de la publication. En cas de cumul, on ne considère que la chaire la plus prestigieuse. Une convention supplémentaire est introduite lorsque l'individu occupe successivement deux chaires d'intitulés différents. Dans ce dernier cas, la chaire occupée pendant la période la plus productive (en nombre d'articles) détermine la discipline de l'auteur. La même convention s'applique aux quatre règles suivantes.

b. L'enseignement en faculté. Cette règle concerne surtout le système d'enseignement supérieure allemand, où les tâches d'enseignement sont souvent confiées aux *Privatdozenten*. Or, ces individus sont accordé le droit d'enseigner dans une seule discipline, qui figure dans l'acte d'*Habilitation* fait par le sénat académique.

c. Affiliation institutionnelle. Cette règle concerne surtout les assistants. En principe, la fonction d'assistant est rattachée à une chaire, et l'appartenance disciplinaire dépend par convention de l'intitulé de celle-ci.

d. Les doctorants. La discipline se détermine pour les étudiants en thèse à partir de l'intitulé de la chaire occupée par celui qui dirigea la thèse.

Deux catégories supplémentaires sont créées pour les besoins de l'étude. D'abord il y a une classe 'joker', à laquelle appartiennent ceux dont la discipline n'est ni la physique, ni les mathématiques. C'est ici qu'on trouve les enseignants du sécondaire, les astronomes, les philosophes, etc.. Ensuite, pour ceux dont la discipline nous est restée inconnue il y a une catégorie spéciale dite de discipline inconnue. Le nombre d'individus dans cette catégorie reflète le degré d'incertitude introduit dans l'étude par notre ignorance des détails biographiques.

L'application des paramètres disciplinaires ne peut avoir un sens que du point de vue global. Il existe, notamment, des individus dont le travail ne correspond pas à l'intitulé de la chaire occupée. On pense, par exemple, à Gustav Mie, professeur de physique expérimentale à l'Université de Greifswald, qui publia des travaux théoriques, ainsi qu'à John W. Nicholson, professeur de mathématiques à l'Université de Londres qui publia surtout sur la théorie de l'atome. Toutefois, de tels cas sont exceptionnels, et il semble moins arbitraire en général de procéder à la détermination de l'appartenance disciplinaire des individus par des critères institutionnels que par d'autres méthodes.

4.3 Résultats

Commençons avec une vue d'ensemble de tous les articles sur la théorie de la relativité parus pendant la période en question. Dans Figure 1, les articles sur la théorie de la relativité sont classés selon l'année de publication. On voit une augmentation rapide du nombre de publications annuelles à partir de 1909. Le nombre d'articles annuels atteint son apogée en 1911, avant de commencer un lent déclin, puis une chute remarquable en 1915, ce qui correspond aux changements profonds dans les orientations scientifiques entraînés par la guerre de 1914-1918.[2]

En ce qui concerne les livres, l'évolution temporelle est un peu différente (voir Figure 2). On voit que le nombre de publications augmente chaque année, à partir de 1909, jusqu'au début de la guerre. Il est toutefois exclu d'attribuer une signification exacte à cette progression, car elle ignore la taille des livres (le format et le nombre de pages), ainsi que le nombre de pages consacrées à l'exposition des idées ayant un rapport avec la théorie de la relativité.

En regardant de plus près, on peut comparer le nombre d'articles produits par les membres des disciplines différentes. Utilisant les critères et les conventions susmentionnés, on obtient un classement des articles par année et par discipline de l'auteur (voir Table 1). À partir de ces données, on peut regarder l'évolution des contributions relatives des membres des différentes disciplines (Figure 3), et comparer le nombre d'auteurs qui y correspond chaque année (Figure 4).

Dans Figures 3 et 4 on voit, notamment, que le nombre de contributions des physiciens commence son déclin en 1912, pendant que le nombre d'auteurs décroît l'année suivante. Le nombre de publications de mathématiciens fait une chute en 1911, avant de revenir au niveau de 27 publications annuelles en 1912. On remarque aussi un doublement du nombre d'auteurs mathématiciens entre 1911 et 1912, lorsqu'il atteint son apogée de 23 auteurs.
Le type de revue intéressée par les articles relativistes peut être discerné par une méthode analogue. Les 130 revues répertoriées se divisent en sept catégories ; pour retrouver la catégorie d'un périodique donné, voir la liste dans l'Appendice *A*. La distribution des articles est présentée dans la Table 2, en chiffres absolus et en pourcentage du total pour les périodiques. Les articles qui paraissent de façon non périodique s'y trouvent sous les rubriques « volumes collectifs » (pour les volumes présentant le travail de plusieurs auteurs) et « Oeuvres » (pour les collections d'articles d'un seul individu). On voit dans la troisième colonne que presqu'un article sur deux apparaît dans les journaux de physique, et un sur quatre dans les pages d'une

[2]Pour comparaison, voir Lecat (note 1), p. 203, repris dans Hentschel (note 1), p. 70. Jusqu'à l'année 1913, la forme générale de notre courbe correspond à celle de Lecat ; après cette date et les courbes divergent. Ceci s'explique par le fait que Lecat ne distingua pas la théorie de la relativité, et l'extension à la gravitation.

académie de science ou d'une association scientifique. Si l'on considère uniquement les articles écrits par les mathématiciens (Table 2, colonnes 4 et 5), la distribution ressemble à celle du cas général, à ceci près que les mathématiciens publièrent plus souvent leur recherche relativiste dans les revues mathématiques que dans le cas général, et moins souvent dans les revues physiques.

La distribution des publications dans l'espace peut être regardée d'au moins deux façons. D'abord, on peut classer les périodiques selon le pays dans lequel se trouve le bureau de la rédaction. La liste des revues répertoriées (Appendice *A*) révèle le pays de publication, ainsi que le nombre d'articles 'relativistes' publié pendant la période 1905-1915. Le regroupement de ces données donne lieu à Table 3. On voit, notamment, que presqu'un article sur deux a été publié dans une revue allemande. Cela ne signifie pas que les chercheurs Allemands écrivirent la moitié des articles, seulement que les revues allemandes dominaient le domaine de l'édition dans cette spécialité.

En négligeant la mobilité internationale des chercheurs, on peut mettre le pays d'activité d'un auteur en rapport avec sa production écrite (voir Table 4). Par cette méthode, on voit que presque deux articles sur cinq ont été écrits par des chercheurs travaillant en Allemagne. Cela veut dire aussi que les revues allemandes représentaient dans leur ensemble un lieu privilégié de publication pour les chercheurs étrangers. Une comparaison entre le pourcentage de l'ensemble des articles des différents pays et le pourcentage de l'ensemble des auteurs afférents montre peu de variation. En prenant l'ensemble de tous les pays concernés par l'étude, la production moyenne pendant la période 1905–1915 s'éleva à 2,7 articles par personne. Par rapport à cette moyenne, les Suisses et les Japonais se montrèrent presque deux fois plus productifs en nombre d'articles, lorsque parmi les pays produisant au moins une vingtaine de publications, les auteurs Américains ont été les moins productifs.

La productivité peut être regardée aussi sous l'angle de la profession de l'auteur. Le classement des articles selon la discipline de l'auteur se voit dans Table 5 (deuxième colonne), ainsi que le classement des auteurs par discipline (quatrième colonne). Une liste complète des auteurs et leur affiliation disciplinaire se trouve dans l'Appendice *B*. En comparant les colonnes de Table 5, on voit que les physiciens théoriciens furent bien plus productifs en moyenne (5 articles) que les mathématiciens (2.6 articles) et les physiciens non théoriciens (2.2 articles). Avec un nombre d'auteurs inférieur à celui en mathématiques et en physique non théorique, la physique théorique produisit plus d'articles que chacune de ces deux disciplines, ou plus d'un article sur trois.

La diffusion du savoir lié à la théorie de la relativité passe souvent à travers l'imprimé. Alors que les revues de recherche atteignaient forcément un public restreint, il était souvent plus facile pour le débutant d'obtenir un livre qui parlait de la théorie de la relativité. Plus d'une centaine d'ouvrages de ce genre parurent avant 1916. Les auteurs étaient mathématiciens ou physiciens quatre fois sur cinq, comme on voit dans Table 6. Parmi les titres répertoriés on trouve cinq textes qui s'affichaient comme des manuels relativistes ; ils sont parus entre 1911 et 1915.

La publication des manuels relativistes suivit de près l'entrée de la relativité dans l'enseignement universitaire. S'il est difficile de savoir précisément ce qu'on y enseignait, il est certain que la théorie de la relativité gagna rapidement une place parmi les sujets classiques de la physique théorique dans les facultés allemandes. Dans ce dernier pays l'information sur les intitulés des cours est plus complète qu'ailleurs ; on sait que la théorie de la relativité fut abordée dans 39 cours universitaires en Allemagne entre 1907 et 1915 (voir Table 7, et Appendice *C*).[3]

[3]Voir les répertoires de cours dans la *Physikalische Zeitschrift* et *L'Enseignement mathématique*. Ces deux sources concernent l'enseignement supérieur dans les pays suivants : Allemagne, Autriche-Hongrie, Belgique

À l'égard des cours sur la théorie de la relativité en Allemagne, la comparaison de la discipline des professeurs donne la distribution de Table 8. On voit que les mathématiciens enseignaient les matières relativistes aussi souvent que les physiciens non théoriciens, mais deux fois moins souvent que les physiciens théoriciens.

Le nombre de thèses soutenues sur la théorie de la relativité (ou l'un de ses aspects) reflète également l'importance des recherches relativistes. Parmi les quatorze thèses répertoriées, onze sont présentées aux facultés allemandes, et huit sont dirigées par un professeur de physique théorique. Il apparaît qu'aucune thèse relativiste n'est soutenue en mathématiques pendant la période d'étude.

(Bruxelles uniquement), Suisse, France (Paris uniquement), Grande-Bretagne (Cambridge et Oxford uniquement). Seuls les cours réguliers et les séminaires sont pris en compte, à l'exclusion des séries de conférences extraordinaires. Les données ne sont complètes que pour l'Allemagne.

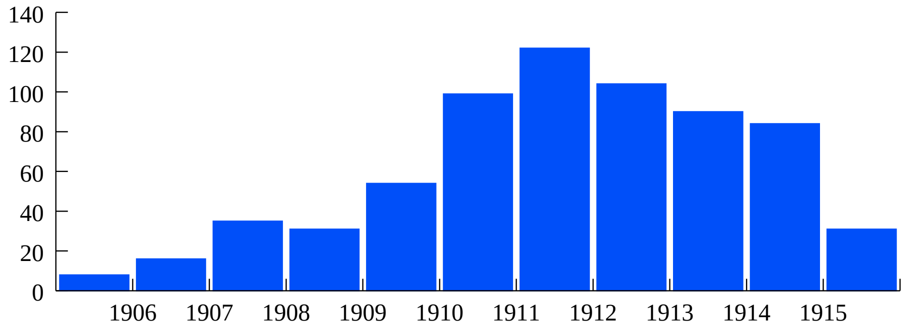

FIG. 4.1 – Évolution annuelle des publications d'articles (N=674).

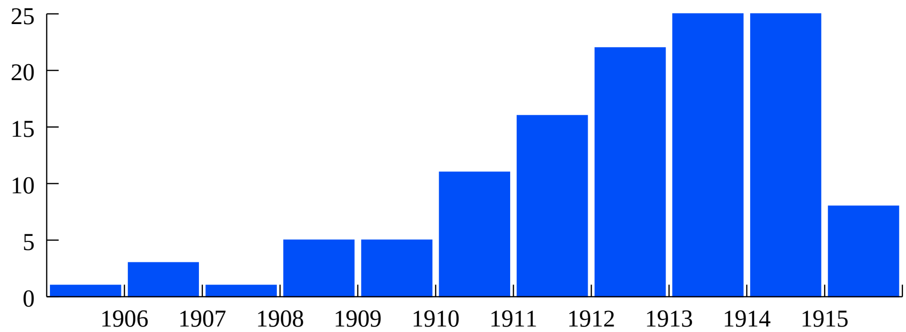

FIG. 4.2 – Évolution annuelle du nombre de livres.

	Math.		**Phys. th.**		**Phys. non th.**		**Autre**		**Inconnue**		**Total**	
Année	Aut.	Art.	Aut.	Art.	Aut.	Art.	Aut.	Art.	Aut.	Art.	Aut.	Art.
1905	1	3	1	2	3	3	0	0	0	0	5	8
1906	3	4	3	7	5	5	0	0	0	0	11	16
1907	3	9	10	15	8	8	0	0	1	3	22	35
1908	7	10	8	16	4	5	0	0	0	0	19	31
1909	7	15	14	23	12	14	2	1	1	1	36	54
1910	18	30	18	35	25	28	3	4	2	2	66	99
1911	12	16	17	44	28	43	10	18	1	1	68	122
1912	23	27	18	26	25	33	11	16	2	2	79	104
1913	22	32	15	21	15	20	13	15	2	2	66	90
1914	15	22	15	24	16	24	11	13	1	1	58	84
1915	9	13	5	8	8	7	2	2	1	1	25	31
Total		181		221		190		69		13		674
%		27		33		28		10		2		100

TAB. 4.1 – L'évolution annuelle du nombre d'auteurs et d'articles par discipline ($N = 672$).

Catégorie de Périodique	Articles	% Total	Mathémat.	% Tot. math.
Physique	289	47	49	34
Mathématiques	55	9	38	25
Académie ou Société scientifique	145	24	34	24
Sciences de la nature	58	9	12	8
Astronomie	12	2	1	1
Philosophie	31	5	4	3
Autres revues	23	4	7	5
Total : périodiques	674	100	171	100
Œuvres (auteur unique)	16		11	
Volumes collectifs	45		15	
Total : Œuvres & Vols. coll.	61		26	

TAB. 4.2 – Classement des articles selon le type de publication.

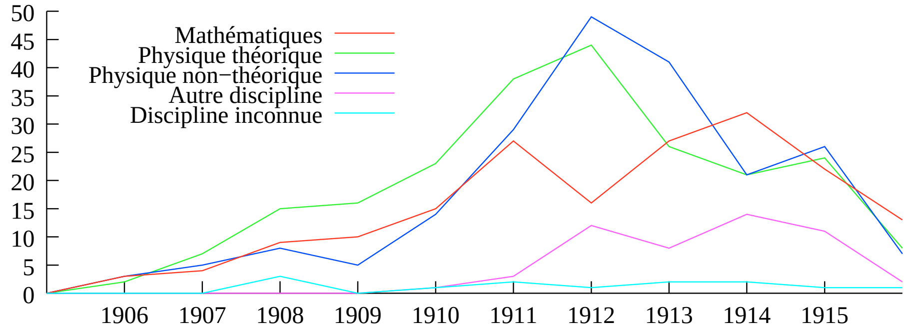

FIG. 4.3 – Évolution annuelle du nombre d'articles par discipline (N=674).

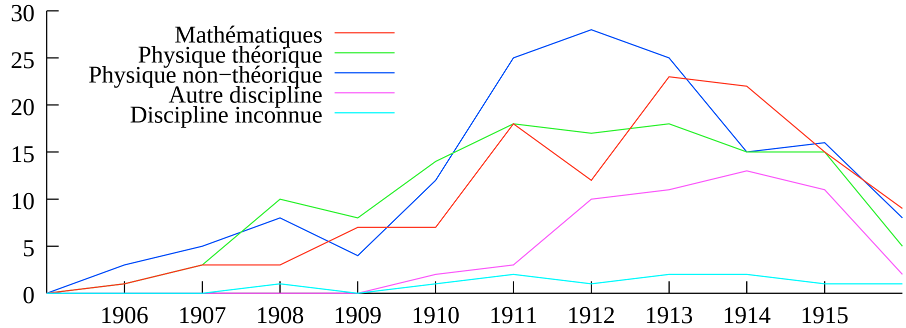

FIG. 4.4 – Évolution annuelle du nombre d'auteurs par discipline.

Pays de Publication	**Articles**	**% Total**
Allemagne	295	48
France	47	8
États-Unis	53	9
Italie	44	7
Autriche-Hongrie	28	5
GB & Irlande	91	15
Suisse	14	2
Bénélux	12	2
Japon	17	3
Autres pays	12	2
Inconnu	0	0
Total	611	101

TAB. 4.3 – Classement des articles selon le pays de publication.

Pays d'activité	**Articles**	**% Articles**	**Auteurs**	**% Auteurs**
Allemagne	255	37	102	40
France	68	10	21	8
États-Unis	63	9	31	12
Italie	50	7	16	6
Autriche-Hongrie	60	9	22	9
Gde Bretagne + Irlande	75	11	22	9
Suisse	42	6	10	4
Bénélux	26	4	9	4
Japon	20	3	4	2
Autres pays	20	3	11	4
Pays d'activité inconnu	3	0	4	2
Total	680	99	251	100

TAB. 4.4 – Classement des articles selon le pays d'activité de l'auteur.

Discipline	**Articles**	**% Articles**	**Auteurs**	**% Auteurs**
Mathématiques	185	27	71	28
Physique théorique	235	35	47	19
Physique non théorique	189	28	85	34
Autres disciplines	61	9	39	15
Discipline inconnue	12	2	10	4
Total	680	101	251	100

TAB. 4.5 – Classement des articles selon la profession de l'auteur.

Discipline	**Livres**	**%**
Mathématiques	39	32
Physique théorique	33	27
Physique non théorique	28	23
Philosophie	11	9
Autre discipline	6	5
Discipline inconnue	5	4
Total	122	100

TAB. 4.6 – Les professions et les livres.

Pays	**No. de Cours**
Allemagne	39
France	7
États-Unis	5
Italie	4
Autriche-Hongrie	6
Gde Bretagne & Irlande	4
Autres pays	5

TAB. 4.7 – Distribution des cours universitaires par pays.

Discipline de l'Enseignant	**Cours Universitaires**
Mathématiques	8
Physique théorique	19
Physique non théorique	7
Philosophie	5

TAB. 4.8 – Distribution des cours en Allemagne selon la discipline de l'enseignant.

4.4 Appendice A. Répertoire des périodiques qui publient sur la relativité, 1905-1915.

	Titre du périodique	Domaine	Pays	Art.
1.	Abhandlungen der Fries'schen Schule	philosophie	Allemagne	2
2.	Acta Mathematica	mathématiques	Suède	3
3.	American Journal of Mathematics	mathématiques	États-Unis	2
4.	American Journal of Science	science	États-Unis	5
5.	Anales de la Sociedad Científica Argentina	acad./soc.	Argentine	1
6.	Annalen der Naturphilosophie	philosophie	Allemagne	7
7.	Annalen der Physik	physique	Allemagne	77
8.	Annales de Chimie et de Physique	physique	France	1
9.	Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse	acad./soc.	France	1
10.	Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure	mathématiques	France	2
11.	Annali di Matematica Pura ed Applicata	mathématiques	Italie	1
12.	Année Philosophique	philosophie	France	1
13.	Annuaire du Collège de France	acad./soc.	France	3
14.	Anzeiger der Akademie zu Krakau A	acad./soc.	Autr.-Hong.	5
15.	Archiv der Mathematik und Physik	mathématiques	Allemagne	5
16.	Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaft und der Technik	science	Allemagne	1
17.	Archiv für systematische Philosophie	philosophie	Allemagne	1
18.	Archives des Sciences Physiques et Naturelles de Genève	acad./soc.	Suisse	12
19.	Archives Néerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles	science	Pays Bas	1
20.	Arxius de l'Institut de Ciències	acad./soc.	Espagne	1
21.	Association Française pour l'Avancement des Sciences, Compte Rendu	acad./soc.	France	1
22.	Astronomische Nachrichten	astronomie	Allemagne	5
23.	Athenæum	autre	Gde-Bretagne	2
24.	Atti dell'Accademia dei Lincei Memorie	acad./soc.	Italie	1
25.	Atti dell'Accademia Pontificia de Nuovi Lincei	acad./soc.	Italie	1
26.	Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienza	acad./soc.	Italie	2
27.	Aus der Natur. Zeitschrift für alle Naturfreunde	autre	Allemagne	1

	Titre du périodique	Domaine	Pays	Art.
28.	Bulletin de l'Académie Royale de Belgique	acad./soc.	Belgique	2
29.	Bulletin de la Société Française de Philosophie	philosophie	France	1
30.	Bulletin des Travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles	acad./soc.	Autr.-Hong.	4
31.	Bulletin of the American Mathematical Society	mathématiques	États-Unis	3
32.	Bulletin of the Calcutta Mathematical Society	mathématiques	Inde	1
33.	Bulletin Technique de l'Association des Ingénieurs	autre	Belgique	1
34.	Circulars of the Johns Hopkins University	acad./soc.	États-Unis	1
35.	Comptes Rendus de l'Académie des Sciences	acad./soc.	France	15
36.	Electrician	physique	Gde-Bretagne	5
37.	Enseignement Mathématique	mathématiques	France	1
38.	Geisteswissenschaften	autre	Allemagne	1
39.	Hibbert Journal	science	Gde-Bretagne	1
40.	Himmel und Erde	science	Allemagne	3
41.	Institut Grand-Ducal de Luxembourg. Archives Trimestrielles	acad./soc.	Luxembourg	1
42.	Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik	physique	Allemagne	10
43.	Jahrbücher der Philosophie	philosophie	Allemagne	3
44.	Jahresbericht der deutschen Math.-Vereinigung	mathématiques	Allemagne	8
45.	Jahresbericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländ. Kultur	acad./soc.	Allemagne	2
46.	Jahresbericht des II. Staatsgymnasium in Graz	acad./soc.	Autr.-Hong.	1
47.	Journal de Physique et Le Radium	physique	France	3
48.	Journal of the Franklin Institute	acad./soc.	États-Unis	1
49.	Journal of the Indian Mathematical Society	mathématiques	Inde	1
50.	Kantstudien	philosophie	Allemagne	1
51.	Korrespondenzblatt für die höheren Schulen BadenWürttembergs	autre	Allemagne	1
52.	Manchester Memoirs	acad./soc.	Gde-Bretagne	1
53.	Mathematische Annalen	mathématiques	Allemagne	2
54.	Mathesis	mathématiques	Belgique	1
55.	Memoirs of the College of Science Kyôto University	acad./soc.	Japon	6
56.	Messenger of Mathematics	mathématiques	Gde-Bretagne	1

	Titre du périodique	Domaine	Pays	Art.
57.	Mitteilungen der mathematischen Gesellschaft	mathématiques	Allemagne	1
58.	Mitteilungen der naturforschenden Ges. in Bern	acad./soc.	Suisse	1
59.	Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik	astronomie	Allemagne	1
60.	Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht	science	Allemagne	2
61.	Monatshefte für Mathematik und Physik	mathématiques	Autr.-Hong.	1
62.	Monist	philosophie	États-Unis	5
63.	Monthly Notices of the Royal Astronomical Society	astronomie	Gde-Bretagne	5
64.	Nachrichten von der Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen	acad./soc.	Allemagne	6
65.	Nation	autre	États-Unis	1
66.	Natur	autre	Allemagne	1
67.	Natur und Offenbarung	autre	Allemagne	1
68.	Nature	science	Gde-Bretagne	12
69.	Naturwissenschaften	science	Allemagne	6
70.	Nuovo Cimento	physique	Italie	7
71.	Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar	acad./soc.	Finlande	2
72.	Philosophical Magazine	physique	Gde-Bretagne	47
73.	Philosophical Review	philosophie	États-Unis	2
74.	Physical Review	physique	États-Unis	18
75.	Physikalische Zeitschrift	physique	Allemagne	79
76.	Popular Science Monthly	autre	États-Unis	1
77.	Proceedings of the American Academy of Arts and Science	acad./soc.	États-Unis	3
78.	Proceedings of the Aristotelian Society	philosophie	Gde-Bretagne	1
79.	Proceedings of the London Mathematical Society	mathématiques	Gde-Bretagne	8
80.	Proceedings of the Royal Irish Academy	acad./soc.	Irlande	1
81.	Proceedings of the Royal Society of London A	acad./soc.	Gde-Bretagne	2
82.	Proceedings of the Section of Sciences. K. Akad. van Wetenschappen	acad./soc.	Pays Bas	5
83.	Proceedings of the Tokyo Mathematico-Physical Society	acad./soc.	Japon	8
84.	Radium	physique	France	1

	Titre du périodique	**Domaine**	**Pays**	**Art.**
85.	Rendiconti dei Reale Accademia dei Lincei	acad./soc.	Italie	7
86.	Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo	mathématiques	Italie	6
87.	Rendiconti del Seminario Matematico della R. Univ. di Roma	mathématiques	Italie	2
88.	Rendiconti delle sedute della Reale Accademia dei Lincei	acad./soc.	Italie	1
89.	Report–British Association	acad./soc.	Gde-Bretagne	4
90.	Revista de la Real Acad. de Ciencias Exactas, Fisícas y Nat.	acad./soc.	Espagne	2
91.	Revue de Métaphysique et de Morale	philosophie	France	2
92.	Revue de Paris	autre	France	1
93.	Revue des Deux Mondes	autre	France	1
94.	Revue du Mois	autre	France	2
95.	Revue Électrique	autre	France	1
96.	Revue Générale des Sciences Pures et Appliquées	autre	France	4
97.	Revue Scientifique (Revue Rose)	autre	France	2
98.	Rivista di Filosofia e Scienze affini	philosophie	Italie	1
99.	Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg	acad./soc.	Allemagne	1
100.	Science	science	États-Unis	7
101.	Science Reports of the Tôhuku Imperial University	acad./soc.	Japon	2
102.	Scientia (Rivista di Scienza)	science	Italie	15
103.	Scientific American	science	États-Unis	2
104.	Sitzungs-Berichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg	acad./soc.	Allemagne	1
105.	Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften	acad./soc.	Allemagne	1
106.	Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften IIA	acad./soc.	Autr.-Hong.	13
107.	Sitzungsberichte der königliche preußischen Akademie der Wissenschaften	acad./soc.	Allemagne	4
108.	Sitzungsberichte der math.-ph. Kl. der K. Bayer. Akademie der Wissenschaften	acad./soc.	Allemagne	4
109.	Société Française de Physique. Procès-Verbaux et Résumés des Communications	physique	France	4
110.	Société mathématique de France, Comptes Rendus des Séances	mathématiques	France	1

	Titre du périodique	Domaine	Pays	Art.
111.	Taschenbuch für Mathematiker und Physiker	science	Allemagne	3
112.	Technology Quarterly	autre	États-Unis	1
113.	Tôhuko Mathematical Journal	mathématiques	Japon	1
114.	Transactions of the American Mathematical Society	mathématiques	États-Unis	1
115.	Transactions of the Cambridge Philosophical Soc.	acad./soc.	Gde-Bretagne	1
116.	Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft	physique	Allemagne	33
117.	Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte	acad./soc.	Allemagne	10
118.	Verhandlungen des naturwissenschaften Vereins in Karlsruhe	acad./soc.	Allemagne	1
119.	Verslagen Kon. Akad. van Wetenschappen	acad./soc.	Pays Bas	2
120.	Vierteljahresberichte des Wiener Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichtes	physique	Autr.-Hong.	2
121.	Vierteljahresschrift der astronomischen Gesellschaft	astronomie	Allemagne	1
122.	Vierteljahrsschrift der Naturforschende Gesellschaft	acad./soc.	Suisse	1
123.	Vorträge und Berichte d Ver. zur Verbreitg natw. Kenntnisse	acad./soc.	Autr.-Hong.	1
124.	Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure	autre	Allemagne	1
125.	Zeitschrift für das Realschulwesen	autre	Autr.-Hong.	1
126.	Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht	physique	Allemagne	1
127.	Zeitschrift für Mathematik und Physik	mathématiques	Allemagne	3
128.	Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik	philosophie	Allemagne	1
129.	Zeitschrift für physikalische Chemie	physique	Allemagne	1
130.	Zeitschrift für positivistische Philosophie	philosophie	Allemagne	3

4.5 Appendice B. Répertoire des auteurs de la théorie de la relativité, 1905–1915.

On trouve ici le nom de chaque auteur dont les publications rentrent dans l'étude bibliométrique. Une dizaine d'individus publient uniquement en collaboration avec d'autres ; ceux-ci se reconnaissent à partir des deux dernières colonnes, où l'on voit que dans ce cas le nombre d'articles et de livres est nul.[4]

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
1.	Abraham	Max	1875	1922	it	pm	8	2
2.	Adams	Elliot Quincy			eu	cp	0	0
3.	van Alkemade	Abraham C. van Rijn	1859		pb	hs	1	0
4.	Archibald	Raymond Clare	1875		eu	m	1	0
5.	Auerbach	Felix			a	pt	2	0
6.	Baker	Wilhelm C.			cn	p	1	0
7.	Barnett	Samuel Jackson	1873	1956	eu	p	2	0
8.	Barus	Carl	1856		eu	p	2	0
9.	Bateman	Harry	1882	1946	gb	pm	13	1
10.	Bauch	B.			a	po	0	1
11.	Becher	Erich	1882	1929	a	po	1	1
12.	Beckenhaupt	C.			a	p	3	0
13.	Behrens	Wilhelm	1885	1917	a	m	1	0
14.	Berg	Otto			a	p	1	0
15.	Bernays	Paul	1888	1977	a	m	1	0
16.	Bestelmeyer	Adolf C. W.	1875		a	p	1	0
17.	Böhm	Karl	1873	1958	a	m	1	0
18.	Boll	Marcel			fr	p	0	1
19.	Borel	Émile	1871	1956	fr	m	3	1
20.	Born	Max	1882	1970	a	pt	14	0
21.	von Brill	Alexander Wilhelm	1842	1935	a	m	1	1
22.	Brillouin	Léon	1889	1969	fr	pt	1	0
23.	Brillouin	Marcel Louis	1854	1948	fr	pm	1	0
24.	Bucherer	Alfred Heinrich	1863	1927	a	m	7	0
25.	Budde	Emil Arnold	1842	1921	a	pa	4	0
26.	Bumstead	Henry Andrews			eu	p	1	0
27.	Burali-Forti	Cesare			it	m	0	1
28.	Burton	C. V.	1867	1917	gb		4	0
29.	Cabrera	Blas	1878	1945	es	p	2	0
30.	Cailler	Charles Marc-Élie	1865	1922	ch	m	1	0
31.	Campbell	Norman R.			gb	p	6	1
32.	Capon	R. S.			gb	a	2	0
33.	Carmichael	Robert Daniel	1879	1967	eu	m	3	1
34.	Carr	Herbert Wildon			gb	po	2	0

[4] Légende :
Pays : a, Allemagne ; ah, Autrich-Hongrie ; be, Belgique ; ch, Suisse ; cn, Canada ; es, Espagne ; eu, États-Unis ; fi, Finlande ; fr, France ; gb, Grande Bretagne ; in, Inde ; ir, Irlande ; it, Italie ; jp, Japon ; lx, Luxembourg ; pb, Pays Bas ; ru, Russie.
Discipline : a, astronomie ; cp, chimie physique ; gp, géophysique ; hs, enseignement sécondaire ; m, mathématiques ; mr, mécanique rationelle ; ns, métier non scientifique ; p, physique non théorique ; pa, physique appl. ; pt, physique théorique, pm, physique math. ; po, philosophie.

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
35.	Cartan	Élie	1869	1951	fr	m	3	1
36.	Carus	Paul	1852	1919	eu	po	3	1
37.	Castelnuovo	Guido	1865	1952	it	m	2	0
38.	Chwolson	O. D.	1852	1934	ru	p	1	1
39.	Classen	Johannes			a	p	1	0
40.	Cohn	Emil	1854	1944	a	pm	1	0
41.	Comstock	Daniel F.	1883		eu	pt	3	0
42.	Conway	Arthur William	1875	1950	ir	pm	2	1
43.	Corbino	Orso Mario			it	p	2	0
44.	Cosserat	Eugène	1866	1931	fr	m	1	1
45.	Cosserat	François	1852	1914	fr	pa	0	0
46.	Crew	Henry			eu	p	1	0
47.	Crudeli	Umberto	1878		it	m	2	0
48.	Cunningham	Ebenezer	1881	1977	gb	m	13	2
49.	Daniell	Percy J.			eu	m	1	0
50.	Debus	Heinrich	1891		a	po	0	1
51.	Dingler	Hugo	1881	1954	a	m	1	0
52.	Djuvara	Mircea			fr	po	1	0
53.	Donaldson	Harold			gb	p	1	0
54.	de Donder	Théophile Ernest	1872	1957	be	pm	3	0
55.	Drumaux	Paul			fr	pa	0	1
56.	Duhem	Pierre	1861	1916	fr	pt	1	1
57.	Ehrenfest	Paul	1880	1933	ru	pt	5	1
58.	Einstein	Albert	1879	1955	ch	pt	25	0
59.	Enriques	Federigo	1871	1946	it	m	0	3
60.	Epstein	Paul Sophus	1883	1966	a	pt	1	0
61.	Ewald	Paul Peter			a	pt	1	0
62.	Fabry	Charles	1867	1945	fr	p	1	0
63.	Farkas	Julius	1847	1930	ah	pm	2	0
64.	Flamm	Ludwig	1885		ah	p	2	0
65.	Föppl	August	1854	1924	a	pa	0	1
66.	Föppl	Ludwig	1887		a	m	1	0
67.	Fournier d'Albe	E. E.			gb	p	6	0
68.	Frank	Michael F.			ru	pa	1	0
69.	Frank	Philipp G.	1884	1966	ah	pt	12	0
70.	Frankl	Wilhelm M.			a	po	1	0
71.	Franklin	William Suddards			eu	p	1	0
72.	Freundlich	Erwin	1885	1964	a	a	2	0
73.	Friedmann	Hermann			fi		1	0
74.	Frischeissen	Max F.-Köhler			a	po	1	1
75.	Gandillot	Maurice	1857	1924	fr	pa	0	1
76.	Gans	Richard			a	p	1	1
77.	Gehrcke	Ernst J. L.	1878	1960	a	p	9	1
78.	Gianfranceschi	Giuseppe	1875	1934	it	p	1	0
79.	Gilbert	Leo	1862	1932	a	pa	0	1
80.	Giorgi	Giovanni	1871	1950	it	pa	1	0
81.	Giuganino	Luigi			it	p	2	0
82.	Grammel	Richard	1889		a	m	1	0

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
83.	Grousinzeff	A. P.			ru		1	0
84.	Grünbaum	Fr.			a	p	4	0
85.	Gruner	Paul			ch	pt	1	0
86.	Guillaume	Charles Edouard	1861	1938	ch	p	1	0
87.	Guye	Charles-Eugène	1866	1942	ch	p	2	0
88.	Hahn	Emil			a	m	1	0
89.	Halsted	George Bruce	1853	1922	eu	m	1	0
90.	Hargreaves	Richard	1853	1939	gb	m	1	0
91.	Harnack	Alfred			a	p	2	0
92.	Harreß	Franz			a	a	0	1
93.	Hartmann	Eduard			a		1	0
94.	Harzer	Paul Hermann	1857		a	a	1	0
95.	Hasenöhrl	Friedrich	1874	1915	ah	pt	3	0
96.	Hassé	Henry Ronald	1884	1955	gb	m	3	0
97.	Hecke	Erich	1887	1947	a	m	0	0
98.	Heffter	Lothar	1862	1962	a	m	2	1
99.	Heil	Wilhelm	1881		a	pt	2	1
100.	Hellinger	Ernst	1883		a	m	1	0
101.	Helm	Georg Ferdinand	1851	1923	a	m	1	0
102.	Henschke	Erich	1889		a	pt	1	1
103.	Herglotz	Gustav	1881	1953	a	m	3	0
104.	Hiecke	Richard	1864		ah	p	2	0
105.	Himstedt	Franz	1852	1933	a	p	0	1
106.	Hönigswald	Richard			a	po	1	1
107.	Hopf	Ludwig	1884	1939	a	pm	1	0
108.	Horowitz	Karl	1893		ah	p	2	0
109.	Houstoun	Robert Alexander	1883		gb	p	0	1
110.	Humphreys	William Jackson	1862		eu	gp	1	0
111.	Huntington	Edward Vermilye	1874	1952	eu	m	2	0
112.	Hupka	Erich	1889		a	p	3	0
113.	von Ignatowsky	Vladimir Sergeevich	1875	1943	a	pt	11	0
114.	Ishiwara	Jun	1881	1947	jp	pt	13	0
115.	Jahnke	Eugen	1863	1921	a	m	2	0
116.	Jüttner	Ferencz Friedrich	1878		a	hs	6	0
117.	Kaluza	Theodor	1885	1954	a	m	1	0
118.	Kasner	Edward	1878	1955	eu	m	1	0
119.	Kaufmann	Walter	1871	1947	a	p	4	0
120.	Klein	Felix	1849	1925	a	m	2	2
121.	Kneser	Adolf	1862	1930	a	m	1	1
122.	Koehler	Eva	1888		a	po	0	1
123.	Kohl	Emil			ah	p	1	0
124.	Köhler	Fritz			a		1	0
125.	Kottler	Felix	1886	1965	ah	pm	3	1
126.	Kraft	Camille	1844		ah	p	5	0
127.	Kretschmann	Erich	1887		a	pt	0	1
128.	Kunz	Jakob			ch	p	3	0
129.	La Rosa	Michele			it	p	3	0
130.	Lamla	Ernst	1888		a	p	1	1

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
131.	von Lang	Victor Edward	1838	1921	ah	p	1	0
132.	Langevin	Paul	1872	1946	fr	p	10	1
133.	Larmor	Joseph	1857	1942	gb	pt	3	0
134.	Laub	Jakob Johann	1882	1962	a	p	6	0
135.	von Laue	Max	1879	1960	a	pt	15	1
136.	Le Bon	Gustave	1841	1931	fr	p	1	0
137.	Lechalas	Georges	1851	1919	fr	pa	1	1
138.	Lecher	Ernst	1856	1926	ah	p	0	1
139.	Lehmann	Otto	1855	1922	a	p	1	0
140.	Lémeray	Ernest Maurice	1860		fr	pa	10	0
141.	Levi-Cività	Tullio	1873	1941	it	rm	7	0
142.	Lewis	Gilbert Newton	1875	1946	eu	cp	8	0
143.	Liebmann	Heinrich	1874	1939	a	m	1	1
144.	von Lindemann	Ferdinand	1852	1939	a	m	2	0
145.	Liznar	Josef			ah	gp	1	0
146.	Lodge	Oliver	1851	1940	gb	p	1	0
147.	Lorentz	Hendrik Antoon	1853	1928	pb	pt	10	2
148.	Lüroth	Jakob	1844	1910	a	m	1	0
149.	Mach	Ernst	1838	1916	ah	p	0	1
150.	Madelung	Erwin	1881		a	pt	1	0
151.	Maggi	Gian Antonio	1856		it	rm	0	1
152.	Magie	William Francis			eu	p	1	0
153.	Mahler	Gottfried	1854	1919	a	hs	1	0
154.	Mally	E.			ah	hs	1	0
155.	von Mangoldt	Hans	1854	1925	a	m	2	0
156.	Manning	Henry Parker	1859	1956	eu	m	0	1
157.	Mansion	Paul	1844	1919	be	m	1	0
158.	Marcolongo	Roberto	1862	1943	it	rm	7	0
159.	Marshall	William			eu		1	0
160.	Mattioli	Gian Domenico			it	rm	3	0
161.	McLaren	Samuel Bruce	1876	1916	gb	m	3	0
162.	Meißner	Walther	1882		a	p	0	1
163.	Mie	Gustav	1868	1957	a	p	3	1
164.	Minkowski	Hermann	1864	1909	a	m	17	2
165.	Mirimanoff	Dmitry	1861	1945	ch	m	2	0
166.	Mizuno	Toshinojô	1865		jp	p	1	1
167.	Mohorovicic	Stjepan	1890		ah	hs	1	0
168.	More	Louis T.	1870		eu	p	4	0
169.	Mosengeil	Kurd von	1884	1906	a	pt	1	1
170.	Moszkowski	Alexander	1851	1934	a	ns	1	0
171.	Müller	Aloys			a	po	0	1
172.	Müller	Paul J.			ah		0	1
173.	Munari	Clarice			it	m	1	0
174.	Natorp	Paul	1854	1924	a	po	0	1
175.	Neumann	Günther	1888		a	p	1	1
176.	Nicholson	John William	1881	1955	gb	m	2	0
177.	Noether	Fritz	1884	1939	a	m	1	1
178.	Nordmann	Charles			fr	a	1	0

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
179.	Nordström	Gunnar	1881	1923	fi	pt	5	1
180.	Ogura	Kinnosuke	1885		jp	m	1	0
181.	Ollivier	Heloïs			fr	p	0	1
182.	Öttinger	Erich			a	p	0	0
183.	Page	Leigh	1884		eu	p	3	0
184.	Palágyi	Melchior	1858	1924	a	po	1	1
185.	du Pasquier	Louis-Gustave	1876		ch	m	0	1
186.	Pearson	Karl	1857	1936	gb	m	0	1
187.	Petzoldt	Joseph	1862	1929	a	po	4	1
188.	Picard	Émile	1856	1941	fr	m	1	1
189.	Planck	Max	1858	1947	a	pt	19	3
190.	Plummer	Henry Cr.	1875		gb	a	1	0
191.	Poincaré	Henri	1854	1912	fr	m	23	6
192.	Pomey	J.-B.			fr	pa	1	0
193.	Proctor				eu	p	1	0
194.	Prowazek	S. von			a	po	1	0
195.	Ratnowsky	Simon	1884	1945	ch	p	0	1
196.	Rey	Abel			fr	po	1	0
197.	Richardson	Owen Willans	1879	1959	eu	p	1	1
198.	Richter	Gustav			a		0	1
199.	Riebesell	Paul	1883	1950	a	hs	2	0
200.	Riecke	Eduard	1845	1915	a	p	1	1
201.	Righi	Augusto			it	p	1	0
202.	Ritz	Walter	1878	1909	a	pt	9	1
203.	Robb	Alfred Arthur	1873	1936	ir	pm	1	3
204.	Rohmann	H.			a	p	1	0
205.	Rothe	Hermann	1882	1923	ah	m	0	0
206.	Rougier	Louis	1889		fr	po	1	0
207.	Rudolph	Heinrich			a	hs	0	3
208.	Sagnac	Georges	1869	1928	fr	p	2	0
209.	Schaposchnikow	K. N.			a	p	4	0
210.	Scheye	A.			a		1	0
211.	Schlick	Moritz	1882	1936	ah	po	1	0
212.	Schott	George Augustus	1868	1937	gb	m	4	1
213.	Schottky	Walter	1886		a	pt	0	1
214.	Schouten	Jan Arnoldus	1883	1971	pb	m	1	1
215.	Schuster	Arthur	1851	1934	gb	p	0	1
216.	Schuster	Friedrich			a		0	1
217.	Schütz	Alexander von			a		1	0
218.	Seeliger	Hugo von	1849	1924	a	a	1	0
219.	Sensel	Gustav von			ah	hs	1	1
220.	Severi	Francesco	1879	1961	it	m	1	0
221.	Sharpe	Francis Robert	1870		eu	m	1	0
222.	Shaw	James Byrnie	1866	1948	eu	m	1	0
223.	Sieveking	Hermann			a	p	1	1
224.	Silberstein	Ludwik	1872	1948	it	pm	3	1
225.	de Sitter	Willem	1872	1934	pb	a	4	0
226.	Soisson	G.			lx	m	1	0

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
227.	Sommerfeld	Arnold	1868	1951	a	pt	12	0
228.	Sommerville	Duncan M. Y.	1879	1934	gb	m	0	1
229.	Sparrow	C. M.			eu		1	0
230.	Speyers	Clarence Livingston	1863	1912	eu	cp	1	0
231.	Stead	Gilbert	1888		gb	p	1	0
232.	Steichen	A.			in	m	1	0
233.	Stein	Johannes	1885		a	m	0	1
234.	Stewart	Oscar Milton	1869		eu	p	1	0
235.	Strasser	Bruno			a	p	1	0
236.	Study	Eduard	1862	1930	a	m	0	2
237.	Swann	William Francis Gray	1884	1962	gb	p	4	0
238.	Swinne	Richard	1885		a	p	1	0
239.	Szarvassi	Arthur			ah	p	3	0
240.	Tamaki	Kajuro			jp	m	5	0
241.	Terlanday	Emil			a		0	1
242.	Terradas	Esteve	1883	1950	es	p	1	0
243.	Thomson	Joseph John			gb	p	1	0
244.	Timerding	Heinrich Emil	1873	1945	a	m	2	0
245.	Tolman	Richard Chase	1881	1948	eu	cp	11	0
246.	Tommasina	Thomas			ch	p	5	0
247.	Trouton	Frederick			gb	p	1	0
248.	Umov	Nicolay A.	1846		ru	p	1	0
249.	Valentiner	Siegfried	1876	1971	a	p	0	1
250.	Varicak	Vladimir	1865	1942	ah	m	9	0
251.	Vogt	Johann G.			a		0	1
252.	Voigt	Woldemar	1850	1919	a	pt	2	1
253.	Volkmann	Paul			a	pt	0	3
254.	Volterra	Vito	1860	1940	it	pm	5	2
255.	Voß	Aurel	1845	1931	a	m	1	1
256.	van der Waals, Jr.	Johannes D.	1873	1971	pb	pt	4	0
257.	Waelsch	Emil	1863	1924	ah	m	2	0
258.	Warburg	Emil	1846	1931	a	p	1	0
259.	Waßmuth	Anton	1844	1927	ah	pm	4	0
260.	Weber	Anton	1868		a	hs	4	0
261.	Weber	Heinrich Martin	1842	1913	a	m	0	0
262.	Weber	Rudolf Heinrich	1874	1920	a	pt	1	0
263.	Weinstein	Max Bernhard	1852	1918	a	pt	2	3
264.	Westphal	Wilhelm Heinrich			a	p	2	0
265.	Wetzel	Reinhard A.			eu	p	1	0
266.	Whittaker	Edmund Taylor	1873	1956	gb	m	1	1
267.	Wiechert	Emil	1861	1928	a	gp	3	0
268.	Wien	Max			a	p	0	0
269.	Wien	Wilhelm	1864	1928	a	p	5	1
270.	Wiesner	Siegbert			ah	hs	1	1
271.	Wilson	Edwin Bidwell	1879	1964	eu	m	2	0
272.	Wilson	Harold Albert	1874	1964	eu	p	2	0
273.	Wilson	Marjorie			eu	p	0	0
274.	Wisniewski	Felix Joachim de	1890		ah	pm	2	0

	Nom	Prénom	Né	Mort	Pays	Dscpl.	Articles	Livres
275.	Witte	Hans	1881	1925	a	pt	3	1
276.	Wolff	Hans Th.	1884		a	p	1	0
277.	Würschmidt	Joseph			a	p	1	0
278.	Zeeman	Pieter	1865	1943	pb	p	1	0
279.	Zehnder	Ludwig	1854	1949	a	p	1	0
280.	Zurhellen	Walther	1880	1916	a	a	1	0

4.6 Appendice C. Cours universitaires portant sur la théorie de la relativité jusqu'en 1915.

Les cours universitaires sont indiqués pour chaque faculté, avec l'année qui correspond au semestre de l'enseignement (Hiver, Printemps, Été), le professeur et l'abréviation de sa discipline (m = mathématiques ; po = philosophie ; pm = physique mathématique ; pt = physique théorique ; p = physique).

Cours universitaires sur la relativité 1905–1915

	Année	Sem.	Faculté	Nom	Dscpl.	Intitulé du cours
1.	1905	P	Coll. de Fr.	Brillouin	pm	L'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes électro-optiques
2.	1907	H	Göttingen	Klein	m	Vorlesungen über Elementarmathematik
3.	1907	H	Göttingen	Minkowski	m	Funktionentheorie
4.	1907	H	Göttingen	Minkowski Hilbert	m m	Seminar über partielle Differentialgleichungen der Physik
5.	1908	H	Pisa	Maggi	p	Teoria dei fenomeni elettromagnetici con particolare riguardo alle nuove ipotesi
6.	1909	É	Göttingen	Abraham	pm	Elektrodynamik der bewegten Körpern
7.	1909	H	Göttingen	Klein	m	Vorlesungen über projective Geometrie
8.	1909	P	Harvard	Lewis	p	On four-dimensional vector analysis and its application in electrical theory
9.	1909	H	Munich	Sommerfeld	pt	Elektronentheorie
10.	1909	H	Munich	Sommerfeld	pt	Thermodynamik bewegter Systeme
11.	1909	H	Würzburg	Harms	p	Übersicht über die Elektronentheorie, Relativitätstheorie
12.	1910		Barcelona	Terradas	p	?
13.	1910	H	Coll. de Fr.	Langevin	p	La théorie électromagnétique des radiations et le principe de relativité
14.	1910	H	Graz	Waßmuth	pt	Das Prinzip der Relativität
15.	1910	É	Munich	Laue	pt	Besprechung von Arbeiten aus dem Gebiete der Relativitätstheorie
16.	1911	H	Breslau	Pringsheim	p	Einführung in die Relativitätstheorie
17.	1911	É	Göttingen	Hilbert	m	Mechanik der Kontinua
18.	1911	É	Göttingen	Wiechert	p	Elektronentheorie und Relativitätsprinzip
19.	1911	H	Göttingen	Wiechert	p	Theorie der Elektrizität und des Magnetismus
20.	1911	É	Kiel	Zahn	p	Elektronentheorie und Relativitätsprinzip
21.	1911	É	Munich	Sommerfeld	pt	Ausgewählte Teile der Elektrodynamik und Mechanik von Standpunkt des Relativitätsprinzips

	Année	Sem.	Faculté	Nom	Dscpl.	Intitulé du cours
22.	1911	É	Munich	Sommerfeld et al.	pt	Vorträge der Mitgleider über Relativität
23.	1911	É	Vienna	Frank	pt	Das Relativitätsprinzip, seine Grundlagen und seine Andwendungen
24.	1911	H	Zürich	Debye	pt	Relativitätstheorie nebst Anwendungen
25.	1912	É	Chicago	Born	pt	?
26.	1912	P	Coll. de Fr.	Langevin	p	Propagation des ondes électromagnétiques à travers la matière
27.	1912	H	Greifswald	Mie	p	Relativitätsheorie
28.	1912	H	Heidelberg	Böhm Pockels	m pt	Einführung in die Relativitätstheorie
29.	1912	H	Indiana	Carmichael	m	The theory of relativity
30.	1912		M.I.T.	Wilson	m	?
31.	1912		Madrid	Cabrera	p	Principios fund. de analisis vectorial en el espacie de tres dim. y en el universo de Minkowski
32.	1912	É	München	von Laue	pt	Das Relativitätsprinzip und seine Folgerungen
33.	1912	H	Padua	Levi-Cività	m	Meccanica analitica con applicazioni alla termo-dynamica e alla teorie del moto sorta dalla relativita elletromagnetica
34.	1912		Rome	Silberstein	pm	[Relativistic mechanics]
35.	1912	H	Sorbonne	Borel	m	Théorie des Fonctions
36.	1912	H	TH Berlin	Petzoldt	po	Das Relativitätsprinzip der Physik in Erkenntnistheoretischen Zusammenhang
37.	1912	H	London	Silberstein	pm	The theory of relativity
38.	1912	É	Vienna	Hasenöhrl	p	?
39.	1913	H	Berlin	Einstein	pt	Elektrizität und Magnetismus
40.	1913	H	Berlin	Weinstein	pt	Das Relativitätsprinzip und die Physik der bewegten Materie
41.	1913	P	Bruxelles	de Donder	pm	Le principe de relativité et ses conséquences
42.	1913		Cambridge	Cunningham	m	Principle of Relativity and Mechanics of Electrical Systems
43.	1913	É	Göttingen	Hilbert	m	Theorie der Elektronenbewegung
44.	1913	H	Göttingen	Wiechert	p	Höhere Elektrodynamik, dabei Elektronentheorie und Relativitätstheorie
45.	1913		Harvard	Bridgman	p	Electron theory and relativity
46.	1913	H	Marburg	Schulze	p	Neuere Probleme der theoretischen Physik : Relativitätstheorie, Energiequantentheorie
47.	1913	É	Munich	Sommerfeld	pt	Relativitätstheorie
48.	1914	H	Berlin	Einstein	pt	Relativität
49.	1914		Cambridge	Cunningham	m	Principle of Relativity and Mechanics of Electrical Systems

	Année	Sem.	Faculté	Nom	Dscpl.	Intitulé du cours
50.	1914	É	Göttingen	Born	pt	Elektronentheorie und Relativitätsprinzip
51.	1914	H	Leipzig	Jaffé	p	Das Relativitäts-Prinzip
52.	1914	P	Lille	Ollivier	p	Optique physique. Ondes électromagnétiques. Électro-optique. Effets optiques du mouvement
53.	1914	P	Münster	Schmidt	p	Über den Äther (Das Relativitätsprinzip)
54.	1914	É	Prague	Frank	pt	Das Relativitätsprinzip, seine Grundlagen und Anwendungen
55.	1914	H	Prague	Frank	pt	Gravitationstheorie und Relativitätstheorie
56.	1914	H	TH Aachen	Hopf	pt	Relativitäts- und Gravitationstheorie
57.	1914	É	TH Berlin	Petzoldt	po	Das Relativitätsprinzip
58.	1914	H	TH Berlin	Petzoldt	po	Raum, Zeit, Bewegung, Äther
59.	1915	É	Berlin	Einstein	pt	Relativitätstheorie
60.	1915	H	Berlin	Seeliger	p	Elektronentheorie fester Körper
61.	1915		Cambridge	Cunningham	m	Principle of Relativity and Mechanics of Electrical Systems
62.	1915	H	Coll. de Fr.	Langevin	p	Le principe de relativité et les théories de la gravitation
63.	1915	H	Heidelberg	Bopp	m	Relativitätstheorie
64.	1915	H	Marseille	Lémeray	p	Le principe de relativité
65.	1915	É	Munich	Sommerfeld	pt	Relativitätstheorie
66.	1915	H	Padua	Levi-Cività	m	Mechanics of continuous media : the classical & relativistic point of view
67.	1915	É	TH Berlin	Petzoldt	po	Die Relativitätstheorie
68.	1915	H	TH Berlin	Petzoldt	po	Raum, Zeit, Bewegung, Äther
69.	1915	H	TH Brünn	Lohr	p	Elektromagnetische Theorien für bewegte Körper (Fortsetzung)
70.	1915	É	Zürich	Wolfke	pt	Das Relativitätsprinzip und seine Anwendung auf die Mechanik und Elektrodynamik

Chapitre 5

Conclusions générales

D'au moins deux façons, le point de vue que nous adoptons reste trop étroit. D'abord, dans le cadre restreint de la physique théorique, le fait de laisser de côté les théories relativistes de la gravitation signifie que nos conclusions ne peuvent être que partielles. Ensuite, les dimensions politiques des recherches relativistes sont ignorées, alors qu'on sait que ces recherches devinrent une cible privilégiée des attaques des nationalistes dans les années 1920, et de la *Deutsche Physik* des années 1930. Ces deux aspects inexplorés, idéologique et théorique, feront à l'avenir le sujet des recherches.

Parmi les premiers scientifiques de haut niveau à s'intéresser à la théorie de la relativité, Hermann Minkowski y contribua par une théorie nouvelle qui changea l'ampleur et l'orientation des recherches relativistes. À partir de la redescription minkowskienne, d'une part, des origines du principe de relativité, et d'autre part, de la structure géométrique de sa théorie de l'espace-temps, plusieurs mathématiciens furent attirés vers son étude. Sans doute, le fait que Minkowski plaça sa théorie dans la lignée de l'image du monde électromagnétique et dans la tradition de la physique géométrique de Riemann-Helmholtz facilita son adoption par les scientifiques. En ce qui concerne le groupe restreint des théoriciens, pourtant, son formalisme devait subir les modifications d'un Sommerfeld, d'un Abraham, d'un Laue, avant qu'on ne lui trouve un avantage dans la pratique théorique.

Certains aspects formels du travail de Minkowski se trouvaient aussi dans les travaux de Henri Poincaré à Paris et de Richard Hargreaves à Liverpool, mais la portée de ces derniers fut limitée. Le travail de Minkowski différait d'eux surtout par son côté géométrique, qui fournissait–à travers l'analyse vectorielle à quatre dimensions de Sommerfeld–une structure générale pour les applications dans les différents domaines de la physique théorique, y compris la cinématique relativiste du point. Les développements dans ce dernier domaine entrouvrirent la porte à la géométrie riemannienne, ce qui permit la construction de la théorie de la relativité générale.

Comment est-ce qu'on transforme une théorie physique en objet mathématique ? Hermann Minkowski nous laissa sa réponse dans ses travaux sur la théorie de la relativité : la mathématisation de la relativité passait par sa géométrisation, qui rendit possible sa reformulation tensorielle. La condition de cette formalisation était l'expansion des frontières disciplinaires des mathématiques. Chez les physiciens théoriciens, l'entrée des mathématiciens dans le domaine relativiste les amena à acquerir un raffinement mathématique comparable à celui des meilleurs mathématiciens, au moment où leurs contacts avec la physique expérimentale s'amenuisaient.

L'introduction d'un formalisme quadridimensionnel par Minkowski dans la physique théorique a eu une importance fondamentale pour l'histoire de la théorie de la relativité. Les recherches conduites par les mathématiciens sur l'espace des vitesses et sur la mécanique du corps rigide furent faites en regard de la théorie minkowskienne, portant l'attention des scientifiques sur la géométrie du mouvement dans l'espace-temps de Minkowski. L'entrée des mathématiciens dans le domaine des recherches relativistes, plus qu'un fait constitutif de l'histoire de la relativité, entraîna un changement de méthode, et un déplacement de l'attention qui eut des conséquences profondes sur le contenu même de la théorie de la relativité.