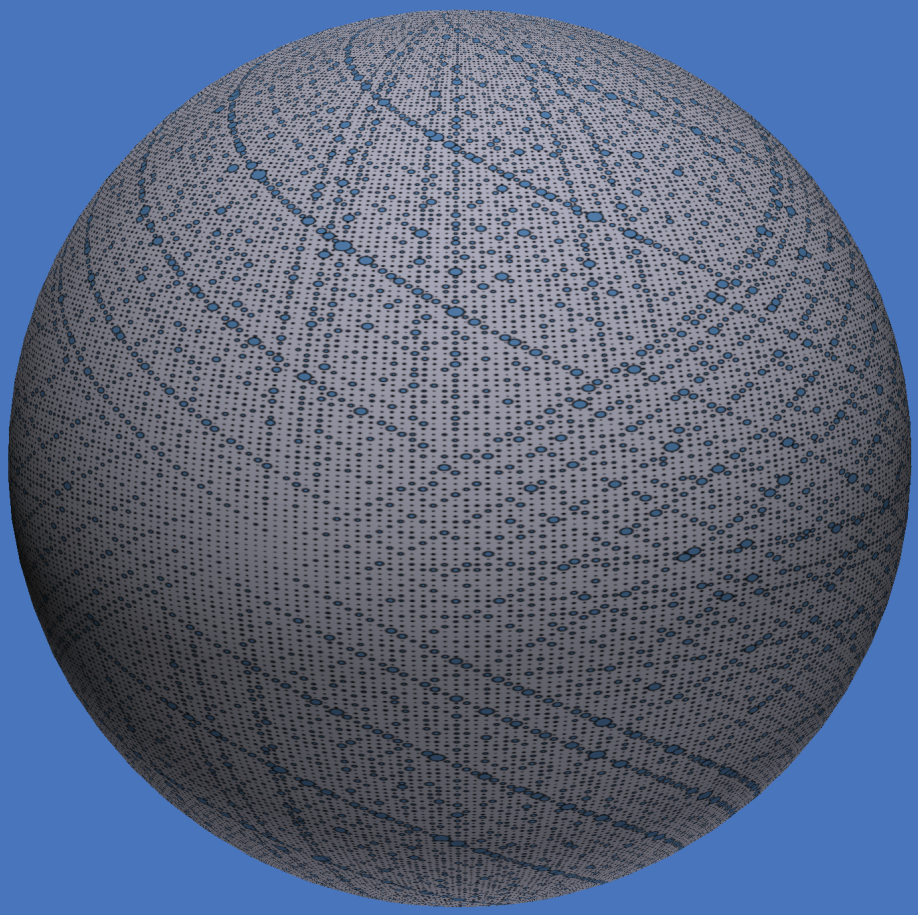
Mathématiques

9ème



Sésamath Suisse Romande

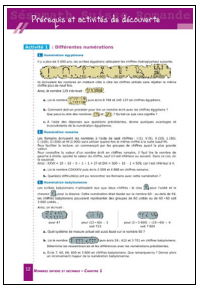
Le manuel Sésamath Suisse Romande

Chaque chapitre de ce manuel comporte cinq rubriques décrites ci-dessous. Dans toutes ces rubriques, une distinction des activités en fonction du niveau d'attente spécifié par le plan d'étude Romand (PER) a été faite :

- l'indication (≥**) signifie que la notion correspond au niveau 2 et 3 ;
- l'indication (***) signifie que la notion est uniquement pour le niveau 3.

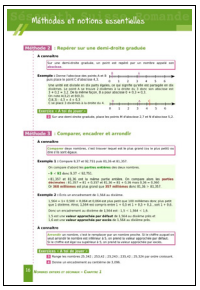
Les pages « Activités »

Les activités font découvrir à l'élève de nouvelles notions sur le chapitre en cours. Elles s'appuient sur les savoirs des années précédentes.



Les pages « Méthodes »

Dans cette rubrique, une synthèse du cours et des méthodes à retenir sont proposées.
Des exemples illustrent les savoirs présentés et des exercices d'application sont proposés et corrigés en fin de manuel.



Les pages « Exercices »

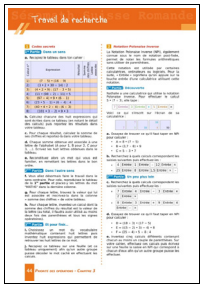
« S'entraîner » : Des exercices d'application pour mettre en pratique les méthodes du cours sont regroupés par séries.

« Approfondir » : Des exercices de réinvestissement plus complexes sont présentés dans des contextes variés.



La page « Travail de recherche »

Des travaux à faire en petits groupes sont proposés pour apprendre à travailler, réfléchir et s'organiser ensemble.



Les pages « La foire aux maths »

« Se tester avec le QCM » : Un questionnaire à choix multiples pour faire le point sur ses connaissances en fin de chapitre.

« Récréation mathématique » : Des problèmes ludiques pour se distraire en utilisant les connaissances du chapitre.



Sommaire

Nombres et opérations

1 : Nombres entiers et décimaux....11
2 : Opérer avec les décimaux....25
3 : Priorité des opérations....39
4 : Nombres entiers, multiples, diviseurs....49
5 : Nombres relatifs....65
6 : Opérer avec les relatifs....81
7 : Nombres rationnels....101
8 : Écriture fractionnaire....111

Grandeurs, mesures et espace

9 : Points, segments, droites, angles....133
10 : Cercles, quadrilatères....151
11 : Triangles....167
12 : Aires et périmètres....183
13 : Symétrie axiale et centrale....199
14 : Translations, rotations....219
15 : Solides....231
16 : Volumes....245

Gestion de données

17 : Proportionnalité....255
18 : Tableaux et graphiques....269

Calcul littéral

19 : Calcul littéral....279

Corrections des « Exercices À toi de Jouer »....287

Un projet coopératif

Un Projet de l'association Sésamath Suisse Romande

Le **manuel Sésamath Suisse Romande** est un des projets de l'association Sésamath Suisse Romande. L'ensemble des projets de l'association peut être consulté sur le site :

http://www.sesamath.ch/

Un travail collaboratif

Les échanges entre auteurs se font via un forum sur internet. Tous les membres ont également accès à ce forum. De plus le site internet permet de télécharger et de mettre en ligne les documents de travail du manuel.

Le graphisme, la mise en page des documents et le contenu de chaque page ont donc été l'objet de multiples discussions, relectures et améliorations.

Les auteurs et relecteurs

Ce manuel est adapté en partie du manuel Sésamath de l'association Sésamath,

http://manuel.sesamath.net/

Les auteurs et relecteurs du manuel français sont :

L. Arsinaud, V. Cambresy, S. Dumoulard, K. Hache, S. Roberjot, N. Van Lancker, G. Vinot, D. Cambresy, O. Guillon, S. Hache, N. Debarle, A. Rommens, D. Collin, A.-M. Fleury, E. Fritsch, H. Galliot, D. Dehaese, M. Souchet, F. Dubreucq, G. Goillot, G. Bougon, C. Coffy Saint Jalm, Y. Garouste, S. Jolivet, L. Leroux, B. Montessinos, X. Ouvrard Brunet, S. Pesnel Muller, S. Baglieri, F. Chomat, S. Kervella, R. Angot, B. Clerc, L. Dumaisnil, P.-Y. Icard, C. Payros, I. Vivien, J.-M. Gachassin, C. De Dreuille, F. Bourg, H. Herbiet, C. Gauvrit, S. Geyssely, H. Dutang, N. Gendre, G. Clément, E. Elter, J. Noel-Coulibaly, O. Pontini, M. Genestet, B. Lambertm A. Dominique, N. Lemoine, A. Meunier.

Les auteurs et relecteurs de ce manuel sont :

A. Chavanne, S. Cirilli, A. Dorsaz, N. Favre, A. Genoud, M.-O. Grueter, J. Ponard, G. Thullen.

Tous enseignants de mathématiques en Suisse Romande.

Un travail libre

L'**association Sésamath Suisse Romande** étant attachée aux valeurs du logiciel libre, le manuel Sésamath Suisse Romande a été entièrement réalisé à l'aide de la suite bureautique libre OpenOffice.org, téléchargeable gratuitement sur le site http://www.openoffice.org/, ainsi que de l'éditeur d'équations Dmaths, téléchargeable sur le site http://www.dmaths.org/.

L'ensemble du manuel est libre (licence GnuFDL 1.1) et téléchargeable gratuitement sur le site http://www.sesamath.ch

Un projet coopératif

Un site riche en compléments

L'utilisation du manuel peut aussi être prolongée par l'emploi :

- du cahier d'exercices complémentaires 9e : http://www.sesamath.ch/ ;
- du logiciel Mathenpoche 9e : http://kidimath.sesamath.net/.

Au-delà de Sésamath

Ce projet n'a pu voir le jour que grâce à l'investissement de l'ensemble des participants qui ont bien souvent dû solliciter leur entourage pour mener leur action à terme.

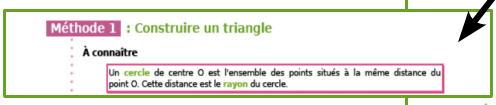
Nous remercions également tous les collègues qui nous ont apporté leur aide. Leur contribution et leurs relectures nous ont été très utiles lors de la rédaction de ce manuel.

Illustrations

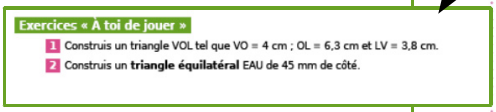
Fabien Bourg
Encyclopédie libre et gratuite Wikipédia : http://fr.wikipedia.org/.

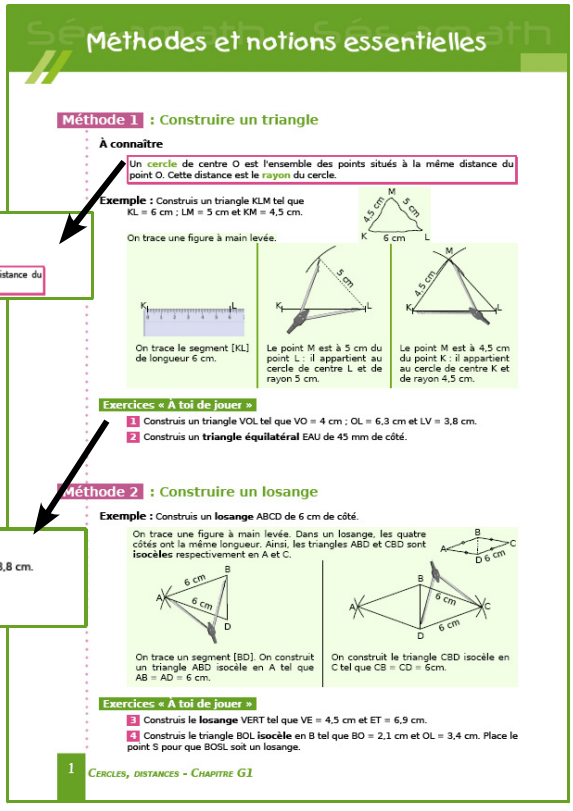
Utiliser le manuel à la maison

1 Je relis les « **Méthodes et notions essentielles** » pour rafraîchir mes connaissances ou revoir ce que je ne maîtrise pas.



2 Je m'entraîne avec les « **Exercices À toi de jouer** ». Ils sont corrigés à la fin du manuel.





1 Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

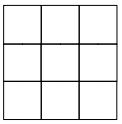
C'est, avant toute chose, un problème. Tu en trouveras sur la page de titre de chaque chapitre, présenté comme celui-ci :

Narration de recherche

Combien y a-t-il de carrés sur cette figure ?



Cinq ! Où sont-ils ?
Combien y a-t-il de carrés sur un tableau 3×3, comme ci-contre ?



Sûrement plus de 12. Compte-les exactement.
Et maintenant sauras-tu trouver combien il y a de carrés sur un tableau 4×4 ? Et sur un damier de jeu d'échecs ?

Une narration de recherche, ce n'est pas une leçon à apprendre, c'est une façon différente de répondre à un problème posé par ton professeur. Au lieu, comme d'habitude, de chercher la solution au brouillon et d'écrire sur le cahier seulement la bonne solution, tu vas **raconter comment tu as fait pour chercher la solution au problème**. Tu écriras toutes tes idées, même celles qui n'ont pas marché ! Tu pourras te faire aider mais tu devras l'écrire sur ta copie et préciser à quel moment et comment on t'a aidé, et ce que cela t'a apporté.

Ces exercices sont choisis pour être faciles à chercher mais trouver leur solution complète est souvent plus difficile que dans les exercices habituels. Des dessins, des calculs et des essais simples à mettre en œuvre permettent de progresser vers le résultat mais, pour cela, il faut être persévérant.

Les chapitres n'ont souvent qu'un lointain rapport avec les narrations. Pas de panique si tu ne maîtrises pas tout le chapitre ! Tout le monde peut y arriver !

Grâce à ce type d'exercice, tu t'apercevras que tu es capable de trouver beaucoup de bonnes idées si tu t'en donnes le temps et l'énergie. Ton professeur pourra ainsi mieux te connaître et apprécier tes efforts. Tu comprendras aussi l'intérêt et le but des démonstrations en mathématiques, sur lesquelles tu vas travailler souvent durant tes études.

N'oublie pas ! Ce n'est pas une rédaction de français, tu n'as donc rien à inventer et les erreurs de grammaire ou d'orthographe ne te pénaliseront pas. Il suffit simplement de chercher la solution et d'expliquer par écrit ce que tu as fait pour essayer d'y parvenir !

2 Ce que tu dois retenir

1. **La qualité narrative.** Le lecteur de ton travail doit immédiatement sentir qu'une recherche a eu lieu. Il doit comprendre pourquoi certaines pistes explorées ont été abandonnées ou comment une solution a peu à peu germé dans ton esprit. Si une personne de ton entourage (parent, ami, professeur...) t'a apporté une piste ou une solution, le lecteur doit en être averti car cela fait partie de la recherche ! Aucune pénalité ne sera donnée.

2. **La vérification des idées.** Chaque fois que cela est possible, tu dois essayer de trouver des moyens de vérifier tes calculs, tes idées. Réfléchis si d'autres arguments ou d'autres idées ne peuvent pas confirmer ou infirmer (c'est-à-dire contredire) ton résultat. Tu indiqueras dans ta rédaction tous les éléments qui t'ont permis de faire évoluer ton point de vue. Si quelqu'un t'a aidé, tu dois pouvoir vérifier la piste ou la solution, expliquer pourquoi cela fonctionne et ce que cette aide t'a apporté.

3. **L'explication à un camarade.** À la fin de la narration, dans une deuxième partie, le professeur peut te demander d'effectuer une synthèse de tes travaux, **comme si** tu devais expliquer le résultat de tes recherches (fructueuses ou non) à un ami.

4. **La richesse de la recherche.** N'oublie pas ! Ton professeur évaluera toujours de manière positive un élève qui essaie plusieurs pistes avec ténacité, même s'il ne trouve aucune solution satisfaisante. Il vaut mieux jouer l'honnêteté et raconter tout simplement ce qui s'est passé plutôt que d'essayer de trouver la solution « à tout prix » !



Kidimath est un site d'accompagnement à la scolarité créé par l'association « Sésamath France».

Il est **d'accès libre et gratuit** à l'adresse :

http://www.kidimath.net

Ce site permet aux élèves de s'entraîner et de se perfectionner en mathématiques chez eux.

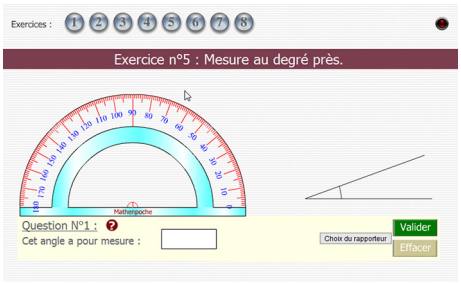
Il a été réalisé collaborativement par des centaines de professeurs de mathématiques en exercice.

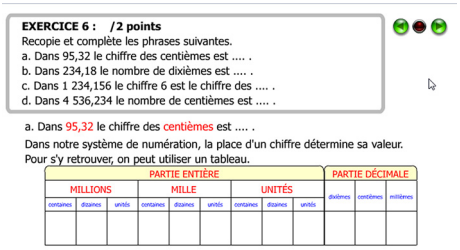
Plusieurs milliers de ressources y sont disponibles.

Attention les niveaux en France qui correspondent à la 9ème année sont les niveaux 6ème et 5ème.

Des exercices interactifs

Ce site propose, pour chaque chapitre, des centaines d'exercices interactifs (Mathenpoche), des aides animées et des devoirs surveillés corrigés par animation.

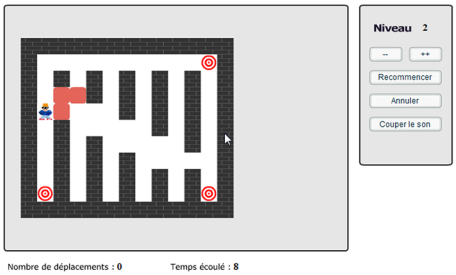


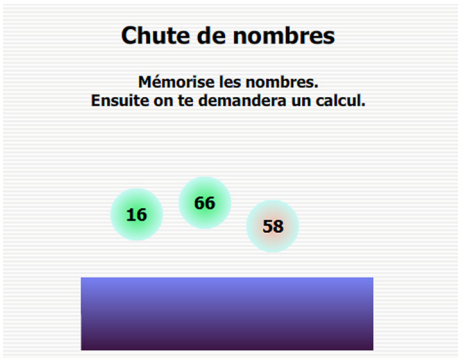


Des jeux et des défis

Il propose également des jeux et des défis mathématiques.

Chaque élève inscrit a un historique complet de ses travaux.





Les instruments virtuels pour la géométrie

Un logiciel de construction pas à pas

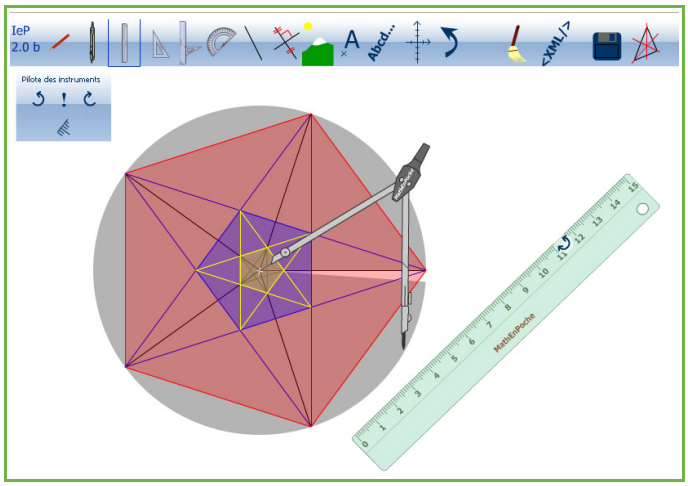
InstrumenPoche est un logiciel permettant de construire des figures à l'aide d'instruments virtuels. Il permet d'utiliser dans une même interface des outils de géométrie, des repères, des insertions d'images, etc. Les constructions géométriques réalisées peuvent être enregistrées à la manière d'un petit film pour être visionnées ultérieurement.

Ce logiciel est libre, gratuit et téléchargeable à l'adresse :

http://www.instrumenpoche.net

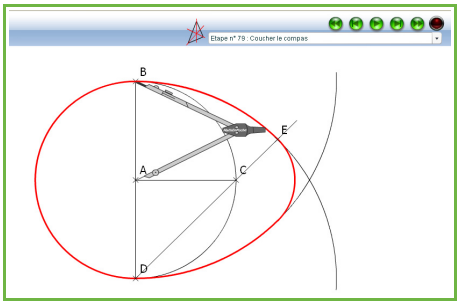
De multiples possibilités d'utilisation

InstrumenPoche peut être utilisé en vidéoprojection ou sur un tableau interactif afin d'illustrer une méthode de tracé. Les élèves peuvent également l'utiliser seuls sur un ordinateur, pour se familiariser d'une manière ludique avec les outils utilisés en géométrie, tout en étant libérés de certaines contraintes liées aux objets réels.



Grâce aux différentes options de mise en forme (choix de la couleur et du style des traits...) et aux possibilités de codage, les figures construites sont claires et soignées. Elles peuvent alors être imprimées directement ou exportées vers un traitement de texte.

L'interface permettant le défilement des constructions enregistrées est très simple d'utilisation. Elle permet d'avancer en mode normal, en mode par étape ou bien d'aller directement à la figure totalement construite.

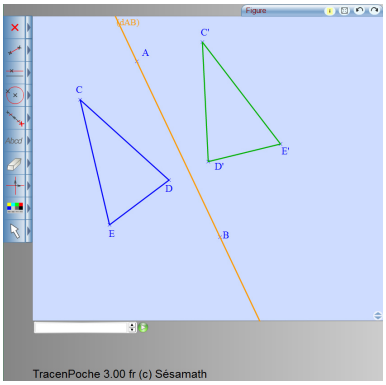


Un site riche en ressources

De nombreuses animations sont disponibles sur le site d'**InstrumenPoche**, dans la rubrique « Bibliothèque ». Vous pouvez les visionner et proposer celles que vous avez construites.

La géométrie dynamique pour tous

Un logiciel de géométrie dynamique pour tous les niveaux



Le logiciel **TracenPoche** est un logiciel de géométrie dynamique qui permet de construire une figure mais aussi de déplacer les éléments mobiles de celle-ci. Son interface interactive est totalement paramétrable. Son utilisation est aisée car le logiciel **TracenPoche** intègre toutes les notions de géométrie étudiées dans l'enseignement primaire et secondaire.

Le logiciel **TracenPoche** offre des possibilités de visualisation qui ne sont pas réalisables sur du papier ou sur un tableau avec les outils de construction traditionnels.

Il permet une découverte active des notions mathématiques. Pouvant être utilisé de façon autonome ou coopérative, le logiciel **TracenPoche** est destiné à la fois aux élèves et aux enseignants.

Ce logiciel est libre, gratuit et téléchargeable à l'adresse :

http://tracenpoche.sesamath.net/

Une interface conviviale

La convivialité de l'interface réside non seulement dans ses boutons, d'une utilisation très intuitive, mais aussi dans la facilité d'améliorer la mise en forme des objets et le codage des figures.

Le logiciel **TracenPoche** se distingue également des autres logiciels de géométrie dynamique par la fenêtre Script qui permet de programmer directement le tracé d'une figure.

Script

```
@options;

@figure;
  A = point( -5.58 , 5.2 );
  B = point( -4.11 , 1.17 );
  C = point( 0.31 , 2.86 );
  sAC = segment( A , C );
  dAB = droite( A , B );
  ceCB = cercle( C , B );
```

Analyse

```
angle(ABC)=90° ;
nature(ABC)= rectangle ;
```

En utilisant la fenêtre Analyse du logiciel **TracenPoche**, il est possible d'étudier les propriétés de la figure telles que « Quelle est la nature du triangle ABC ? » ou « Quelle est la mesure d'un angle ? ».

Les trois fenêtres (Figure, Script et Analyse) sont réactualisées en temps réel.

Un site riche en ressources

Le logiciel **TracenPoche** offre aussi la possibilité d'insérer les figures construites dans un document texte pour une impression d'une qualité maximum.

Grâce aux différents modules du logiciel **TracenPoche** disponibles sur le site, des figures dynamiques peuvent être facilement insérées dans une page web ou dans une animation.

Nombres entiers et décimaux

1



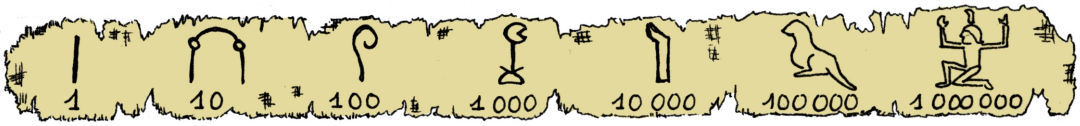
Narration de recherche

Pour monter un escalier, on peut, à chaque pas, choisir de monter une marche ou de monter deux marches.
Combien y a-t-il de façons de monter un escalier de 1 marche ? De 2 marches ? De 3 marches ? De 4 marches ? De 15 marches ? De 25 marches ? De 2 010 marches ?

Activité 1 : Différentes numérations

1. Numération égyptienne

Il y a plus de 5 000 ans, les scribes égyptiens utilisaient les chiffres (hiéroglyphes) suivants.



Ils écrivaient les nombres en mettant côte à côte les chiffres utilisés sans répéter le même chiffre plus de neuf fois.

Ainsi, le nombre 129 s'écrivait :  .

a. Lis le nombre  puis écris 8 769 et 145 137 en chiffres égyptiens.

b. Comment doit-on procéder pour lire un nombre écrit avec les chiffres égyptiens ?
Que peux-tu dire des nombres  et  ? Qu'est-ce que cela signifie ?

c. À l'aide des réponses aux questions précédentes, donne quelques avantages et inconvénients de la numération égyptienne.

2. Numération romaine

Les Romains écrivaient les nombres à l'aide de sept chiffres : I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500) et M (1 000) sans utiliser quatre fois le même chiffre à la suite (sauf M).
Pour faciliter la lecture, on commençait par les groupes de chiffres ayant la plus grande valeur.
Pour connaître la valeur d'un nombre écrit en chiffres romains, il faut lire le nombre de gauche à droite, ajouter la valeur du chiffre, sauf s'il est inférieur au suivant. Dans ce cas, on le soustrait.
Ainsi : XXVII = 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27 et DIX = 1 00 + 10 − 1 = 509, car I est inférieur à X.

a. Lis le nombre CDXXXIV puis écris 2 009 et 4 888 en chiffres romains.

b. Quelle(s) difficulté(s) ont pu rencontrer les Romains avec cette numération ?

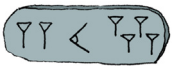
3. Numération babylonienne

Les scribes babyloniens n'utilisaient eux que deux chiffres : le clou  pour l'unité et le chevron  pour la dizaine. Cette numération était basée sur le nombre 60 : au-delà de 59, les chiffres babyloniens pouvaient représenter des groupes de 60 unités ou de 60 • 60 soit 3 600 unités...

Ainsi, on écrivait :


pour 47


pour (12 • 60) + 3
soit 723


pour (2 • 3 600) + (10 • 60) + 4
soit 7 804

a. Quel système de mesure actuel est aussi basé sur le nombre 60 ?

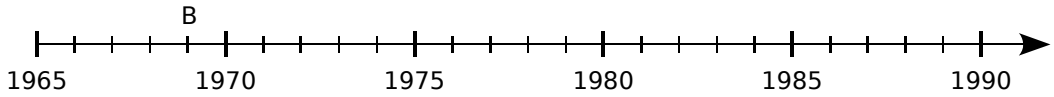
b. Lis le nombre  puis écris 59 ; 612 et 3 701 en chiffres babyloniens.
Détermine les ressemblances et les différences avec les numérations précédentes.

c. Écris 7, 60, 66, 600 et 3 600 en chiffres babyloniens. Que remarques-tu ? Donne alors un inconvénient majeur de la numération babylonienne.

Activité 2 : Repérage sur une demi-droite graduée

1. Dates historiques

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

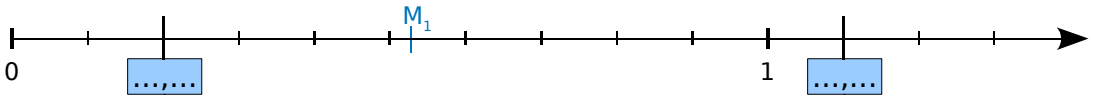


Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ?
Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin.

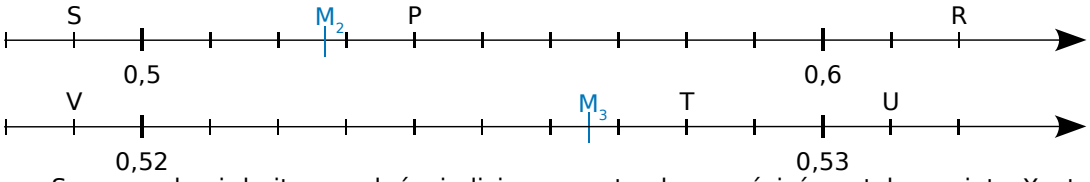
Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

2. Des partages de plus en plus petits

a. Reproduis et complète la demi-droite graduée ci-dessous.



b. Détermine les abscisses des points S, P, R, V, T et U repérés en noir sur les demi-droites graduées ci-dessous.



c. Sur une demi-droite, graduée judicieusement, place précisément les points X et Y d'abscisses respectives 0,526 5 et 0,527 1.

d. Donne un **encadrement**, le plus précis possible, de l'abscisse des points M_1, M_2 et M_3 repérés en bleu sur les demi-droites graduées des questions **a.** et **b.**

Activité 3 : L' écriture décimale

1. 349,785 est un nombre noté en écriture décimale. Dans ce nombre, quel est le chiffre représentant les unités ? Que désigne le chiffre 7 ? Et le chiffre 8 ?

2. Le nombre 123,409 peut se lire « 123 virgule 409 ». Donne une autre lecture possible en utilisant les mots unités, dixièmes, centièmes et millièmes.
Que représente chacun des chiffres de ce nombre ? 4 est-il le chiffre des centaines ?

3. (≥**) Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième ? Dans une unité ?
Combien de millièmes y a-t-il dans un centième ? Dans un dixième ? Dans une unité ?

4. (≥**) Combien de centièmes y a-t-il dans 7 unités 4 dixièmes ? Et dans 25 unités 8 dixièmes et 7 centièmes ?

Activité 4 : Comparer, ranger et intercaler

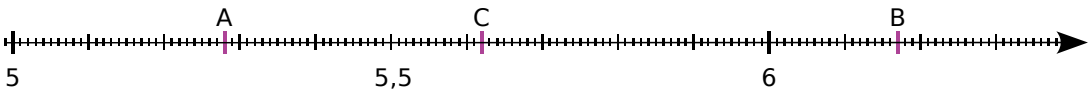
1. Comparer et ranger

a. Lequel des deux nombres 0,85 et 1,2 est le plus proche de 1 ? Quel est le nombre le plus proche de 12 : 11,9 ou 12,08 ? Justifie avec soin tes réponses.

b. Range les nombres de chaque liste dans l'ordre **croissant** (c'est-à-dire du plus petit au plus grand).

- 1 250 ; 1 025 ; 125 ; 15 200 ; 1 520 ; 5 120 ; 12 500 et 10 520.
- 10 + 0,5 + 0,06 ; 7 + 0,5 ; 10 + 0,06 ; 7 + 0,05 ; 10 + 0,6 et 7 + 0,04 + 0,006

c. On a représenté ci-dessous une partie d'une demi-droite graduée.



Quelles sont les abscisses des points A, B et C ?

Reproduis sur du papier millimétré cette portion de demi-droite et place les points D, E, F et G d'abscisses respectives 5,4 ; 6,22 ; 5,9 et 5,49.
Range alors les abscisses des points A, B, C, D, E, F et G dans l'ordre **décroissant**.

d. À l'aide des questions précédentes et de tes connaissances, explique pourquoi les raisonnements d'élèves suivants ne sont pas justes et donne les raisons qui ont pu motiver leurs erreurs.

- *« 24,5 < 6,08 car 245 < 608. »*
- *« 19,85 < 12,96 car 0,85 < 0,96. »*
- *« 6,012 > 6,35 car, à **partie entière** égale, le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres après la virgule. »*
- *« 5,24 > 5,8 car les parties entières sont égales et 24 > 8. »*
- *« 14,3 < 14,30 car les parties entières sont égales et 3 < 30. »*
- *« 103,6020 = 13,62 car les zéros ne servent à rien. »*
- *« 16,295 < 16,38 car les parties entières sont égales et 16,295 a plus de chiffres après la virgule que 16,38. »*

2. Intercaler

a. Quel est le nombre entier qui suit 128 ? Est-il possible de répondre à cette question si l'on remplace entier par décimal ?
Mêmes questions si on remplace 128 par 5,4.

b. Est-il possible de trouver un nombre entier compris entre 1 025 et 1 026 ? Si oui, donne un exemple.
Même question en remplaçant « nombre entier » par « nombre décimal ».

c. Existe-t-il des nombres entre 14,2 et 14,3 ? Explique.

d. Est-il possible de trouver un nombre décimal compris entre 12,88 et 12,89 ? Et entre 8,975 et 8,976 ?

e. À ton avis, est-il toujours possible de trouver plusieurs nombres décimaux compris entre deux nombres décimaux ?

Méthode 1 : Écriture et lecture des nombres en base 10

Les règles et conventions qui permettent d'écrire et de lire les nombres forment ce qu'on appelle un système de numération. Nous utilisons le système décimal, de base dix.

À connaître

Pour écrire les nombres dans le système décimal, il nous faut dix symboles, appelés des chiffres. Ces chiffres sont

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

Il arrive parfois qu'on confonde **chiffre** et **nombre**. On peut faire l'analogie avec l'écriture d'une langue en affirmant que les **chiffres** sont des **lettres** et que les **nombres** sont des **mots**. Ainsi, 13 est un nombre qui s'écrit avec les chiffres 1 et 3.

L'**écriture décimale** d'un nombre comporte deux parties, séparées par une virgule:

– la partie entière, à gauche de la virgule ;

– la partie décimale, à droite de la virgule.

Un nombre entier est caractérisé par le fait qu'il n'a pas de partie décimale (on omet alors la virgule).

milliards			millions			mille			unités								
centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	millionièmes
					3	0	2	7	4	6	2	0	0	0	0	0	0
										1	0	0	1				
											0	0	3	7			
	2	0	0	0	0	0	4	2	0	0	0						

Exemple 1 : Le premier nombre figurant dans le tableau s'écrit 3 027 462.
Il se lit "trois millions vingt-sept mille quatre cent soixante-deux".
C'est un nombre entier.

Exemple 2 : Le deuxième nombre figurant dans le tableau s'écrit 10,01.
Il se lit "dix virgule zéro un".
Ce n'est pas un nombre entier.

Exemple 3 : Le troisième nombre figurant dans le tableau s'écrit 0,037.
Il se lit "zéro virgule zéro trente-sept" ou "trente-sept millièmes".
Ce n'est pas un nombre entier.

Exemple 4 : Le quatrième nombre figurant dans le tableau s'écrit 20 000 042 000.
Il se lit "vingt milliards quarante-deux mille".
C'est un nombre entier.

Exercice « À toi de jouer »

1 Donne une écriture décimale du nombre cinquante-trois millions quatre cent vingt-sept mille huit cent dix-neuf virgule zéro zéro cinq cent soixante-et-un.

Méthode 2 : Repérer sur une demi-droite graduée

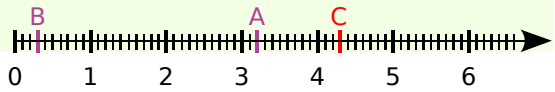
À connaître

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.

Exemple : Donne l'abscisse des points A et B puis place le point C d'abscisse 4,3.



Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes. Le point A se trouve 2 dixièmes à la droite du 3, donc son abscisse est 3 + 0,2 = 3,2. De la même façon, B a pour abscisse 0 + 0,3 = 0,3.
On note A(3,2) et B(0,3).
C(4,3) : 4,3 = 4 + 0,3
C se place 3 dixièmes à la droite du 4.



Exercice « À toi de jouer »

2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

Méthode 3 : Comparer, encadrer et arrondir

À connaître

Comparer deux nombres, c'est trouver lequel est le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Exemple 1 : Compare 9,37 et 92,751 puis 81,36 et 81,357.

On compare d'abord les **parties entières** des deux nombres.

• **9** < **92** donc 9,37 < 92,751.

• 81,357 et 81,36 ont la même partie entière. On compare alors les **parties décimales** : 81,357 = 81 + 0,357 et 81,36 = 81 + 0,36 mais 0,36 = 0,360
Or **360 millièmes** est plus grand que **357 millièmes** donc 81,36 > 81,357.

Exemple 2 : Écris un encadrement de 1,564 au dixième.

1,564 = 1+ 0,500 + 0,064 et 0,064 est plus petit que 1 dixième. Ainsi, 1,564 est compris entre 1 + 0,5 et 1 + 0,5 + 0,1 , soit 1 + 0,6.

Donc un encadrement au dixième de 1,564 est : 1,5 < 1,564 < 1,6.

1,5 est une **valeur approchée par défaut** de 1,564 au dixième près et
1,6 est une **valeur approchée par excès** de 1,564 au dixième près.

À connaître

Arrondir un nombre, c'est le remplacer par le nombre le plus proche à la précision désirée. Pour cela, on choisit le dernier chiffre à conserver puis :
- on conserve ce chiffre si le suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4 (**arrondi par défaut**) ;
- on augmente de 1 ce chiffre si le suivant est 5, 6, 7, 8, ou 9 (**arrondi par excès**).

Exercices « À toi de jouer »

3 Range les nombres 25,342 ; 253,42 ; 25,243 ; 235,42 ; 25,324 par ordre croissant.

4 Donne un encadrement au centième de 3,096.

Exercices d'entraînement

Les nombres entiers

1 *Un peu de vocabulaire*

Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes.

a. Un ... est composé de chiffres.

b. 9 est un ... composé d'un seul ... .

c. Le chiffre des centaines du nombre 2 568 est ... .

d. 3 est le chiffre des ... du nombre 783.

e. ... est le chiffre des milliers du nombre 120 452.

f. Le chiffre des ... du nombre 43 est 4.

2 *(≥**) « Chiffre des » ou « nombre de »*

a. Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes.

• 127 = 12 • ... + 7.·
127 possède donc ... dizaines.

• 841 123 = 841 • ... + ...
841 123 possède donc 841 ... .

• 3 816 = ... • 100 + ...
... possède donc ... .

b. Dans le nombre entier 15, quel est le nombre d'unités ? Le chiffre des unités ?

c. Combien y a-t-il de centaines dans 4 125 ?

d. Quel est le chiffre des dizaines dans le nombre entier 498 ? Et le nombre de dizaines ?

e. Dans 25 dizaines, quel est le nombre d'unités ?

3 Donne l'écriture en chiffres des nombres entiers suivants.

a. (9 • 10) + 5

b. (7 • 1 000) + (5 • 100) + (2 • 10) + 8

c. (1 • 10 000) + (1 • 100) + 1

d. (3 • 100 000) + (7 • 10 000) + (4 • 10) + 9

e. (3 • 100 000) + (4 • 100) + (7 • 1 000) + 9

4 *Écriture de nombres*

Écris en toutes lettres les nombres suivants.

a. 1 096
b. 3 000 200
c. 80 409
d. 5 821
e. 13 180
f. 8 712
g. 700 000
h. 75 000 017
i. 132 854 780

5 Écris en chiffres les nombres suivants.

a. Sept mille huit cent douze.

b. Soixante-trois mille neuf cent cinquante.

c. Huit millions trois.

d. Septante-quatre milliards cent quatre.

e. Cent trente-six millions huit cent nonante-trois mille sept cent cinq.

6 Classe les nombres suivants dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit).

• 23 100
• 1 320
• Cent vingt-trois mille
• Mille cent vingt-trois

7 En 2007, une étude a montré que la population mondiale se répartissait de la manière suivante (*source Wikipédia*).

Continent	Population en millions
Afrique	965
Amérique	Neuf cent onze
Asie	4 030
Europe	731
Océanie	Trente-quatre

a. Donne l'écriture en chiffres de chacune des populations précédentes.

b. Classe les continents par ordre croissant de leur population.

Les nombres décimaux

8 *(≥**) Combien de ... dans ... ?*

a. Combien de millièmes d'unité y a-t-il dans une unité ?
Traduis cela par une égalité mathématique.

b. Combien de centièmes d'unité y a-t-il dans une unité ?
Traduis cela par une égalité mathématique.

c. Combien de centièmes d'unité y a-t-il dans un dixième d'unité ?
Traduis cela par une égalité mathématique.

9 (≥**) Recopie et complète les égalités.

a. 4 unités 6 dixièmes = ... dixièmes.

b. ... unité ... centièmes = 123 centièmes.

c. 12 unités 37 millièmes = ... millièmes.

Exercices d'entraînement

10 Donne une écriture décimale des nombres suivants.

a. Sept unités et huit dixièmes.

b. Cent unités, huit dixièmes et un centième.

c. Deux unités et trois centièmes.

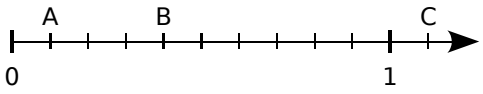
d. Treize centaines.

e. (≥**) Trente-six milliers et huit millièmes.

f. (≥**) Cinq unités et quinze millièmes.

11 *Sur une demi-droite graduée*

Donne les abscisses des points A, B et C, sous la forme d'un nombre décimal.



12 Écris en toutes lettres les nombres décimaux sans utiliser le mot « virgule ».

a. 8,9 **c.** 13,258 **e.** 54,002

b. 7,54 **d.** 120,015 **f.** 9,506

13 *Dans un sens*

Donne l'écriture décimale.

a. 75 milliers **c.** 13 dizaines **e.** 35 centaines

b. 5 centièmes **d.** 9 dixièmes **f.** 956 millièmes

14 *Vocabulaire des nombres décimaux*

a. Quel est le chiffre des millièmes de 24,738 ?

b. (≥**) Quel est le nombre de millièmes de 24,738 ?

c. Que représente le chiffre 3 dans 7 859,342 ?

d. (≥**) Quel est le nombre de centièmes de 17,78 ?

e. Quel est le chiffre des centièmes de 71,865 ?

f. Donne la partie entière du nombre 83,712.

g. Donne la partie décimale du nombre 54,91.

15 Trouve un nombre à cinq chiffres ayant 7 pour chiffre des dizaines, 9 pour chiffre des centièmes, 0 pour chiffre des unités, 3 pour chiffre des millièmes et comme autre chiffre 1.

16 *Devinette*

Trouve le nombre ayant les caractéristiques suivantes :

• il n'a que deux chiffres après la virgule ;

• il a la même partie entière que 1 890,893 ;

• son chiffre des centièmes est le même que celui de 320,815 ;

• son chiffre des dixièmes est égal à la moitié de celui de 798,635.

17 *Zéros inutiles*

Écris, lorsque cela est possible, les nombres suivants avec moins de chiffres.

a. 17,200 **d.** 0 021,125 **g.** 30,000

b. 123,201 **e.** 0,123 0 **h.** 0 050,12

c. 36,700 10 **f.** 023,201 20 **i.** 1 205 500,0

18 *Décomposition*

Donne une écriture décimale qui correspond à chacune des décompositions suivantes.

a. (3 • 10) + (4 • 1) + (4 • 0,1) + (7 • 0,01)

b. (8 • 100) + (5 • 1) + (9 • 0,1) + (6 • 0,01)

c. (5 • 1) + (4 • 0,01) + (3 • 0,001)

d. (7 • 100) + (9 • 1) + (8 • 0,1) + (6 • 0,001)

19 *Décomposition (bis)*

Décompose chacun de ces nombres de la même façon qu'à l'exercice précédent.

a. 9,6 **c.** 7,102 **e.** 0,008 3

b. 84,258 **d.** 123,015 **f.** 1 002,200 4

20 *Avec du papier millimétré*

a. Sur une bande de papier millimétré, trace une demi-droite graduée. Prends 10 cm pour une unité et place les points A, B et C d'abscisses respectives 0,25 ; 1,38 et 0,785.

b. En gardant la même graduation, représente, sur une autre bande, la partie de la demi-droite graduée qui contient les points I et J d'abscisses respectives 125,6 et 126,34.

Exercices d'entraînement

21 Trace sur ton cahier une demi-droite graduée en prenant pour unité 10 cm.

Place les points O(0), A(1), B(2), C(0,5), D(1,6), E(0,1 + 0,05) , F(0,2), G(1 + 0,05) et H(1,45).

Comparaison

22 Le nombre le plus proche de :

a. 4 est 3 + 0,75 ou 3 + 0,8 + 0,02 ?

b. 9 est 8 + 0,58 ou 9 + 0,4 + 0,03 ?

c. 14 est 13,459 ou 14,54 ?

Justifie tes réponses.

23 (≥**) Recopie et complète avec le signe « = » ou « ≠ ».

a. 0,4 ... 4 dixièmes

b. 85 dixièmes... 8,5

c. 5,10 ...5 dixièmes

d. 7 millièmes ... 0,700

24 Compare les nombres suivants.

a. 15,1 et 15,09

b. 7 dixièmes et 7,10

c. 132,45 et 123,46

d. 7,101 et 7,011

e. 5,123 6 et 5,123 60

f. 1 + 0,9 et 1,09

g. 6,048 et 6,15

h. 8,75 et 8,9

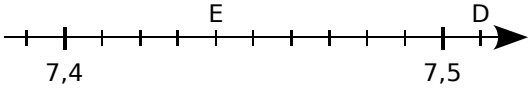
25 *Des économies*

Dans une famille, trois enfants, Kévin l'aîné, Caroline la cadette et Marc le benjamin ont chacun fait des économies.
Leur père remarque que Kévin est moins riche que Marc mais plus riche que Caroline.

Sachant que l'un a fait 50,20 CHF d'économie, l'autre 50,15 CHF et le dernier 50,10 CHF, combien d'argent a économisé chacun des enfants ?

26 *Demi-droite graduée et comparaison*

a. Reproduis la demi-droite graduée suivante et place les points A(7,39) ; B(7,46) et C(7,425).



b. Range dans l'ordre décroissant les abscisses de tous les points qui sont nommés.

27 *En classe*

Pierre dit que : « 9,752 < 9,43 ».
Lorsque son professeur lui demande de justifier sa réponse, il dit : « On a des millièmes contre des centièmes, ce sont donc les centièmes les plus grands ! ».

Pierre a-t-il raison ? Explique ta réponse.

28 *Des capacités*

Avant la Révolution française, les unités n'étaient pas uniques.
Voici quelques exemples de capacités utilisées avant la détermination du litre comme unité « universelle » :

Le Velte (7,62 l)	Le Litron (0,79 l)
Le Sétier de Gap (48 l)	La Feuillette (137 l)
Le Muid (212,04 **l**)	Le Civeyre (4 l)
La Pinte (0,93 l)	La Chopine (0,33 l)

a. Range ces différentes unités dans l'ordre croissant de leur capacité.

b. Aux États-Unis, une autre unité de capacité a été adoptée pour certaines mesures (en particulier pour l'essence) ; c'est le gallon.

Comme le gallon vaut 3,785 l, entre quelles capacités précédentes le placerais-tu ?

29 *Rangement*

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant.

5 ; 4,99 ; 4,9 ; 4,88 ; 5,000 1 ; 4,909 ; 4,879.

30 *Rangement (bis)*

Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant.

120 ; 119,999 ; 120,000 1 ; 120,101 ; 119,9 ; 119 ; 119,990 9 ; 120,100 1 ; 102,01 ; 120,1.

31 Voici les diamètres des planètes du système solaire (en milliers de kilomètres).

Jupiter : 143	Mars : 6,8	Saturne : 120,5
Neptune : 49,2	Uranus : 50,7	Vénus : 12,1
Terre : 12,7	Mercure : 4,9	

Donne le nom des planètes dans l'ordre décroissant de leur taille.

Exercices d'entraînement

32 *(≥**) Drôle de liste*

On considère la liste de nombres suivante.

15,452 ; 15 046 millièmes ; 15 + 406 millièmes; 15 unités et 46 centièmes ; 15 + 0,04 + 0,6.

Range ces nombres dans l'ordre croissant.

Encadrer, arrondir

33 *Entre deux entiers*

a. Recopie et complète par deux entiers consécutifs les encadrements suivants.

... < 8,5 < ... ... < 123,09 < ...

... < 0,956 < ... ... < 99,01 < ...

b. Donne une valeur approchée par excès à l'unité près de 8,5 et une valeur approchée par défaut à l'unité près de 99,01.

34 *Avec une précision donnée*

Donne un encadrement au centième près des nombres suivants.

a. 37,654 **c.** 82,235 8 **e.** 0,852 6

b. 8,568 **d.** 9 + 0,705 **f.** 0,3+0,009

35 *Par défaut et par excès*

On considère le nombre suivant :

12 + 0,0008 + 0,4 + 0,007 + 0,00005

a. Donne une écriture décimale de ce nombre.

b. Donne une valeur approchée par défaut à l'unité près de ce nombre.

c. Donne une valeur approchée par excès au centième près de ce nombre.

d. Donne un encadrement au millième près de ce nombre.

36 *Entre deux nombres*

Dans chaque cas, intercale un nombre décimal entre les deux nombres donnés.

a. 51 et 52 **d.** 5,12 et 5,123

b. 8,4 et 8,5 **e.** 0,1 et 0,11

c. 74,1 et 74,2 **f.** 945,78 et 945,781

37 *Arrondir à l'unité*

Arrondis à l'unité les nombres suivants.

a. 46,8 **d.** 0,09

b. 109,75 **e.** 234,08

c. 1,3 **f.** 4 087,63

38 *Arrondir à la dizaine*

Arrondis à la dizaine les nombres suivants.

a. 234,2 **d.** 889,3

b. 3,14 **e.** 6 289,3

c. 17,62 **f.** 23,005

39 *Arrondir au dixième*

Arrondis au dixième les nombres suivants.

a. 8,372 **d.** 43,725

b. 50,64 **e.** 0,02

c. 30,18 **f.** 78,66

Exercices d'approfondissement

40 *Énigme*

Trouve le nombre décimal à six chiffres tel que :

• son chiffre des unités est 2 ;

• l'un de ses chiffres est 6 et sa valeur dans l'écriture décimale est cent fois plus petite que celle du chiffre 2 ;

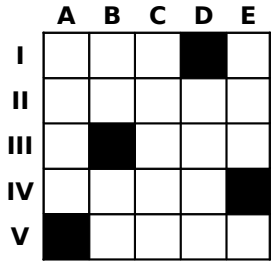
• son chiffre des dizaines est le double de celui des unités et son chiffre des dixièmes est le quart de celui des dizaines ;

• ce nombre est compris entre 8 975,06 et 9 824,95 ;

• la somme de tous ses chiffres est égale à 27.

41 *Nombres croisés*

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.



Horizontalement
I : La partie entière de 328,54. Le chiffre des centièmes de 634,152.
II : Son chiffre des dizaines est le triple de celui des unités.
III : Le chiffre des dixièmes de 34. Une valeur approchée par défaut à l'unité près de 178,356.
IV : Entier compris entre 8 000 et 9 000.
V : Quarante-deux centaines.

Verticalement
A : (3 • 1 000) + (5 • 100) + (8 • 1).
B : Le nombre de dixièmes dans 2,6. La partie entière de 2 498 centièmes.
C : Quatre-vingt-six milliers et cent deux unités.
D : En additionnant tous les chiffres de ce nombre, on trouve 20.
E : Une valeur approchée par excès à l'unité près de 537,56. Entier qui précède 1.

42 Voici les résultats (en secondes), pour les hommes, du 100 m aux JO de Pékin en 2008.

Martina : 9,93 ; Frater : 9,97 ; Burns : 10,01 ; Patton : 10,03 ; Bolt : 9,69 ; Powell : 9,95 ; Thompson : 9,89 ; Dix : 9,91.

Classe les coureurs dans l'ordre décroissant de leur résultat.

43 *(≥**) À ordonner*

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant.

25 unités et deux dixièmes ; 2 504 centièmes; 25 + 2 centièmes ; deux mille cinquante-deux centièmes ; 20,54 ; 254 dixièmes.

44 *(≥**) À placer*

En choisissant judicieusement la longueur d'une graduation, place précisément sur une demi-droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :
12,02 ; mille deux cent treize centièmes ; 12 + 7 centièmes ; 1 198 centièmes ; cent vingt-et-un dixièmes.

45 Dans chaque cas, propose, si cela est possible, un nombre entier que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés.
Y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui, cite-les.

a. 5 < ... < 6
b. 6,4 < ... < 6,8
c. 3,8 < ... < 5,3
d. 6,5 < ... < 7,21

46 Dans chaque cas, donne trois exemples différents de nombres décimaux que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés.

a. 6 < ... < 7
b. 4,5 < ... < 4,9
c. 3,45 < ... < 3,48
d. 6,8 < ... < 6,9
e. 15,13 < ... < 15,14
f. 3,238 < ... < 3,24

47 *Chiffres masqués*

Certains chiffres sont masqués par #. Lorsque cela est possible, recopie et complète les pointillés avec <, > ou =.

a. 6,51 ..... 6,7#
b. 5,42 ..... 5,0#
c. #,23 4,16
d. 6,04 ..... 6,1#
e. 3,#35 3,01
f. 43,#96 ..... 43,0#

48 *Nombres à trouver*

Dans chaque cas, recopie et complète les pointillés par un nombre décimal.

a. 24,5 < ..... < 24,6
b. 12,99 < ..... < 13
c. 32,53 < ..... < 32,54
d. 58 < ..... < 58,01
e. 5,879 < ..... < ..... < ..... < 5,88

Exercices d'approfondissement

49 *Comparaison*

a. Quel est le plus grand nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et inférieur à 83 ?

b. Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule et supérieur à 214,3 ?

c. Quel est le plus grand nombre décimal avec deux chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est inférieur à 97,8 ?

d. Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est supérieur à 2 341 ?

50 Voici les masses de lipides et glucides (en g) contenues dans 50 g de différents biscuits.

Biscuit	A	B	C	D	E
Lipides	9,527	9,514	9,53	9,521	9,6
Glucides	32,43	33	33,6	33,15	33,50

a. Classe ces biscuits selon l'ordre croissant de leur quantité de lipides.

b. Classe ces biscuits selon l'ordre décroissant de leur quantité de glucides.

51 *Vrai ou faux ?*

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie ta réponse.

a. $59{,}1 < 59{,}8 < 59{,}12$.

b. Aucun nombre décimal ne peut s'intercaler entre 24,8 et 24,9.

c. (≥**) 32 dixièmes est supérieur à 280 centièmes.

d. (≥**) 25 dixièmes est inférieur à 24 537 dix millièmes.

e. (≥**) $1{,}3 <$ 1 358 millièmes $< 1{,}5$.

f. 4,05 est égal à 4,5.

g. Un encadrement au dixième près de 7,386 est $7{,}2 < 7{,}386 < 7{,}4$.

h. Aucun nombre entier ne peut s'intercaler entre 12,3 et 12,4.

i. $27{,}2 < 27{,}06 < 27{,}14$.

j. Un encadrement au centième près de 0,5 673 est $5{,}67 < 0{,}5\,673 < 5{,}68$.

Travail de recherche

Voici un extrait de « La Disme », écrit par Simon Stevin en 1585 :

« Les 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③ donnés, font $27\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1\,000}$, ensemble $27\frac{847}{1\,000}$, et par même raison les 37 ⓪ 6 ① 7 ② 5 ③ valent $37\frac{675}{1\,000}$. Le nombre de multitude des signes, excepté ⓪, n'excède jamais le 9. Par exemple nous n'écrivons pas 7 ① 12 ②, mais en leur lieu 8 ① 2 ②. »

1re Partie : Simon Stevin

Par groupe, en vous documentant, répondez aux questions suivantes.

a. Où Simon Stevin a-t-il vécu ?

b. Quels sont les domaines dans lesquels Simon Stevin a travaillé ? Faites la synthèse des réponses de chaque groupe.

2e Partie : La Disme

c. Cherchez comment on écrit de nos jours le nombre 38 ⓪ 6 ① 5 ② 7 ③.
Comparez avec les réponses des autres groupes.

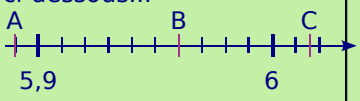
d. Écrivez, à la manière décrite par Simon Stevin, les nombres $124 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ et 34,802.
Comparez avec les réponses des autres groupes.

e. Choisissez trois nombres décimaux différents et écrivez-les à la manière décrite par Simon Stevin.

f. Échangez ensuite avec un autre groupe ces nombres écrits à la manière de Simon Stevin. Cherchez alors comment on écrit de nos jours les nombres que vous avez reçus.

g. Faites une recherche pour trouver les différentes notations utilisées depuis 1585 pour l'écriture des nombres décimaux.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	380 s'écrit en toutes lettres...	trois cents quatre-vingt	trois cent quatre-vingts	trois cents quatre-vingts	trois cent quatre-vingt
2	Dix-huit millions huit cents s'écrit...	18 800 000	18 000 800	18 800	18 008 100
3	45 centaines est égal à...	5 unités	450 dizaines	4 dizaines	45 100
4	Un centième est...	plus grand qu'un dixième	égal à dix millièmes	plus petit qu'un millième	égal à dix dixièmes
(≥**) 5	Une écriture décimale de 456 centièmes est...	456,100	456 100	4,56	4 560 millièmes
(≥**) 6	Le nombre 5 + 0,4 + 0,007 peut aussi s'écrire...	547 millièmes	5,47	5,407	5 047 millièmes
7	7 unités, 8 centièmes et 5 millièmes s'écrit...	7,85	7,085	7,800 500 0	7,085 0
8	Dans l'écriture décimale du nombre 45,631...	la valeur du chiffre 3 est dix fois moins grande que celle du chiffre 6	6 est le chiffre des centaines	la valeur du chiffre 4 est deux fois plus grande que celle du chiffre 6	0,631 est la partie décimale
9	Sur la demi-droite graduée ci-dessous... 	l'abscisse du point A est 5,8	l'abscisse du point C est comprise entre 6,1 et 6,2	l'abscisse du point A est 5 + 0,8 + 0,09	l'abscisse du point B est 5,6
10	Le nombre 6,58 est supérieur à...	6,6	6 + 0,05 + 0,6	6,57	6,5
11	Un nombre compris entre 24,56 et 24,57 est par exemple...	24 568 millièmes	24,560 7	impossible, il n'y a pas de nombre compris entre 24,56 et 24,57	42 + 0,562
12	L'arrondi de 123,254 au dixième est...	120	123,2	123,26	123,3

Récréation mathématique

La constante de Champernowne

Ce nombre, inventé par le mathématicien anglais David Gawen Champernowne en 1933, commence par 0,123456789101112131415... .

a. Quelle est la particularité de cette constante ? Donne les dix décimales suivantes.

b. Quelle est l'arrondi, au cent-milliardième près, de cette constante ?

Défis

a. Combien de fois faudrait-il utiliser le chiffre 1 si l'on voulait écrire tous les nombres entiers de 1 à 999 ? Et le chiffre 9 ?

b. Donne le nombre de mots utilisés pour écrire tous les entiers plus petits que 100.



Opérer avec les décimaux

2



Narration de recherche

À la boulangerie, Omar paie 6,20 CHF lorsqu'il achète deux pains et une baguette. Il paie 0,40 CHF de moins lorsqu'il achète deux baguettes et un pain. Retrouve le prix d'une baguette et le prix d'un pain à la boulangerie fréquentée par Omar.

Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Multiplication et division par 10 ; 100 ; 1 000...

1. Multiplication par 10 ; 100 ; 1 000...

Le nombre 924,65 est égal à 9 centaines plus 2 dizaines plus 4 unités plus 6 dixièmes plus 5 centièmes.

a. On veut multiplier par 10 le nombre suivant : 7 centaines plus 8 dizaines plus 3 unités plus 5 dixièmes plus 4 centièmes. Écris le résultat sous la même forme puis déduis-en une égalité en écriture décimale.

b. Écris le nombre 15,034 comme dans la question **a.**. Multiplie-le par 1 000 en t'inspirant de la question précédente.

c. Donne une règle permettant de multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000. Que devient cette règle dans le cas d'un nombre entier ?

2. Division par 10 ; 100 ; 1 000...

a. En t'inspirant de la méthode précédente, divise par 10 le nombre 3 milliers plus 4 dizaines plus 6 unités plus 3 dixièmes plus 5 centièmes. Écris l'égalité en écriture décimale.

b. Écris le nombre 73,305 comme dans la question **a.** puis divise-le par 1 000.

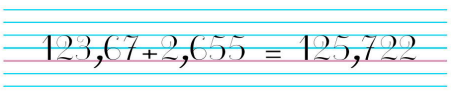
c. Donne une règle permettant de diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.

Activité 2 : Techniques opératoires

1. Addition et soustraction de nombres décimaux

a. Pose et effectue l'opération 123,67 + 2,655. Explique la méthode.

b. Domitille et Virgile ont effectué cette opération et voilà ce qu'ils ont trouvé :



Réponse de Domitille



Réponse de Virgile

Que penses-tu de leurs résultats ? Explique leurs éventuelles erreurs.

c. Ambre était absente le jour où la maîtresse a expliqué comment on soustrait des nombres décimaux. Écris un texte le lui expliquant, donne un exemple.

2. Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier

a. Pose et effectue l'opération 123,7 + 123,7 + 123,7 + 123,7.

b. Pose et effectue l'opération 123,7 • 4. Compare les deux opérations.

c. Pose et effectue l'opération 52,8 • 6.

d. Lucas a noté une série d'opérations pour calculer 52,8 • 6.

0,8 • 6 = 4,8 2 • 6 = 12 50 • 6 = 300 300 + 12 + 4,8 = 316,8

Que penses-tu de cette méthode ?

e. Effectue l'opération 763,6 • 3 en utilisant la méthode de Lucas puis pose-la pour vérifier ton résultat.

f. Adapte cette méthode pour effectuer l'opération 1,34 • 18. Pose ensuite l'opération pour vérifier ton résultat.

Activité 3 : Multiplication de deux nombres décimaux

1. En changeant d'unité

a. Des pommes sont vendues à 3,20 CHF le kg. J'en achète 3 kg. Combien vais-je payer ?

b. Si j'en achète 0,625 kg, quelle opération dois-je faire pour connaître le prix à payer ?

c. Pour connaître le résultat de cette opération, on peut considérer que 3,20 CHF correspondent à 320 centimes. Pose et effectue l'opération 0,625 • 320. Quel prix, en centimes, vais-je payer pour mes 0,625 kg de pommes ?

d. Quel est donc le résultat de l'opération 0,625 • 3,20 ?

2. Dix fois, cent fois, mille fois plus petit

a. On sait que 7 432 • 180 = 1 337 760. Peux-tu prévoir le résultat de 7 432 • 18 ? Explique comment et pourquoi.

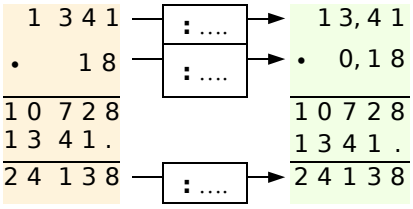
b. On sait que 13,45 • 12 = 161,4. Donne le résultat de 13,45 • 1,2. Justifie ton résultat.

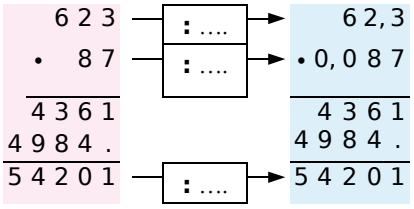
c. Applique le même raisonnement pour trouver le résultat de 1,25 • 0,032.

d. Énonce une règle permettant de multiplier deux nombres décimaux.

3. Où se trouve la virgule ?

On utilise les multiplications de 1 341 par 18 et de 623 par 87 pour trouver le produit de 13,41 par 0,18 et de 62,3 par 0,087. Recopie, complète et place les virgules correctement.





Activité 4 : La multiplication qui rend petit

	A	B
1	3,23	16,15
2	0,02	0,1
3	7,21	36,05
4	1,24	6,2
5	8,5	42,5

tableau n°1

	A	B
1	3,23	1,615
2	0,02	0,01
3	7,21	3,605
4	1,24	0,62
5	8,5	4,25

tableau n°2

	A	B
1	3,23	0,0646
2	0,02	0,0004
3	7,21	0,1442
4	1,24	0,0248
5	8,5	0,17

tableau n°3

1. Regarde le tableau 1. Les nombres de la colonne B sont obtenus en multipliant ceux de la colonne A par le même nombre. Quel est ce nombre ?

2. Est-il possible, en utilisant uniquement une multiplication, d'obtenir le tableau n°2 ? Si oui, fais-le et explique comment tu as fait.

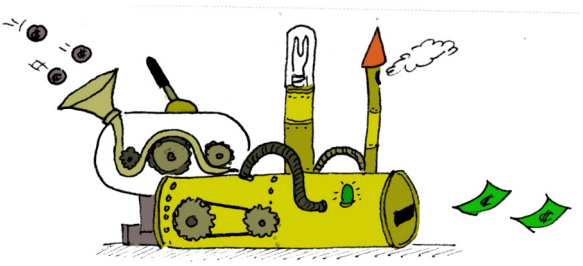
3. Même question que la **2.** mais pour le tableau n°3.

4. Dans une multiplication, comment choisir le deuxième facteur pour que le résultat soit plus petit que le premier facteur ?

5. Trouve la multiplication qui permet d'obtenir des nombres 25 fois plus petits.

Activité 5 : Une machine qui fait la monnaie

Léonard, qui aime bien bricoler, a créé une machine qui échange de la monnaie. Elle ne fonctionne cependant qu'avec des billets de 10 CHF et des pièces de 1 CHF, de 10 centimes et de 1 centime. Avec la machine, on peut échanger, par exemple, une pièce de 1 CHF contre 10 pièces de 10 centimes, et inversement. Léonard invite quatre de ses amis à découvrir sa machine.



1. Léonard dispose de 51,20 CHF (5 billets de 10 CHF, 1 pièce de 1 CHF et 2 pièces de 0,10 CHF) et propose de les partager entre ses quatre amis. Comment va-t-il effectuer le partage, avec l'aide de sa machine ? Décris en détail ce qu'il va faire.

2. Au final, quelle somme aura chaque ami ?

3. Pose et effectue la division de 51,2 par 4 et compare l'opération avec tes réponses aux questions précédentes.

4. Léonard partage une nouvelle somme, cette fois-ci entre douze amis. Ce partage est illustré par la division ci-contre. En utilisant cette division, décris la manière dont Léonard va faire le partage avec l'aide de sa machine, sachant qu'il dispose au départ de 8 billets de 10 CHF et de 1 pièce de 1 CHF.

8 1	12
− 7 2	
9 0	6,75
− 8 4	
6 0	
− 6 0	
0	

Activité 6 : Vérifier un résultat

1. Sans poser aucune opération et sans utiliser de calculatrice, associe chaque calcul de gauche à un résultat de droite.

a. 56 • 123	5,365
b. 12,35 + 1,68	2,88
c. 1 073 : 200	6 888
d. 0,255 + 0,728	0,983
e. 0,255 • 0,728	2,646
f. 13,23 : 5	965
g. 520 • 36	522
h. 428 + 537	14,03
i. 1,2 • 2,4	18 720
j. 18 • 29	0,185 64

2. Explique le plus précisément possible la manière dont tu as trouvé les résultats.

3. Maverick a effectué des calculs ci-dessous. Détermine quels résultats sont forcément faux en utilisant les méthodes décrites à la question **2.**.

a. $34,46 \cdot 12,7 = 4376,42$ c. $3,25 \cdot 4,4 = 14,3$

b. $15 \cdot 63 = 645$ d. $6,6 : 12 = 5,5$

Activité 7 : Durées

1. Paul et Aminata font des calculs pour évaluer la durée d'un voyage suivant deux itinéraires. Paul trouve 1,3 h pour le premier itinéraire et Aminata 1 h 30 min pour le second. Y a-t-il un itinéraire plus rapide que l'autre ?

2. Bakari fait un voyage en deux étapes. La première dure 2 h 48 min et la deuxième 1 h 53 min. Il veut connaître la durée totale de son voyage.

a. Que trouve-t-il lorsqu'il additionne les minutes ? Quelle est la « retenue » qu'il doit reporter sur les heures ?

b. Termine le calcul de la durée de son voyage.

3. Depuis que Marie est partie, il s'est écoulé 3 h 35 min et il est maintenant 16 h 14. Elle veut connaître son heure de départ.

a. Elle se dit : « 16 h 14 est aussi une durée donc il faut retrancher 3 h 35 min à 16 h 14 min. » Justifie son affirmation.

b. Peut-elle retrancher 35 min à 14 min ? Explique pourquoi 16 h 14 min = 15 h 74 min.

c. À quelle heure est partie Marie ?

4. En natation, les temps de certaines courses sont donnés en minutes, secondes et centièmes de seconde.

Lors d'un relais 4 fois 200 m, le premier nageur a réalisé un temps de 1 min 42 s 24, le second 1 min 45 s 92, le troisième 1 min 44 s 57 et le quatrième 1 min 42 s 98.

Quel est le temps total de ce relais ?

Méthode 1 : Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ; 1 000

À connaître

Multiplier un nombre décimal par **10**, **100** ou **1 000** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la gauche** de **1**, **2** ou **3** rangs pour lui donner une valeur **10**, **100** ou **1 000** fois plus grande.
Diviser un nombre décimal par **10**, **100** ou **1 000** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la droite** de **1**, **2** ou **3** rangs pour lui donner une valeur **10**, **100** ou **1 000** fois plus petite.

Remarque : On devra parfois ajouter des zéros dans l'écriture.

Exemples : Effectue les calculs 6,5 : 100 et 0,47 • 1 000.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
6 ,	5		
0 ,	0	6	5

Pour diviser 6,5 par **100**, on déplace chacun de ses chiffres vers la droite de **2** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient 6,5 : 100 = 0,065.

Pour multiplier 0,47 par **1 000**, on déplace chacun de ses chiffres vers la gauche de **3** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient 0,47 • 1 000 = 470.

centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes
		0 ,	4	7
4	7	0		

Exercices « À toi de jouer »

1 Effectue. **a.** 3,6 • 100 **b.** 870 • 1 000 **c.** 63 : 10 **d.** 87 654 : 100

2 Convertis en cm. **a.** 4 dm **b.** 8,1 dam **c.** 3,5 mm **d.** 0,035 m

Méthode 2 : Multiplier deux nombres décimaux

Exemples : Effectue la multiplication de 2,34 par 1,2.

```
  2, 3 4    • 100 →      2 3 4
•   1, 2     • 10  →    •   1 2
-------                -------
  4 6 8                  4 6 8
2 3 4 .                2 3 4 .
-------   : 1 000 ←    -------
2, 8 0 8               2 8 0 8
```

On pose l'opération comme s'il s'agissait de nombres entiers.
On effectue la multiplication de 234 par 12 sans tenir compte des virgules.

234 est **100** fois plus grand que 2,34 et 12 est **10** fois plus grand que 1,2. Le produit 2,34 • 1,2 est donc **1 000** fois plus petit que 2 808. Pour obtenir le résultat, on effectue donc 2 808 : 1 000.

Finalement 2,34 • 1,2 = 2,808.

Exercices « À toi de jouer »

3 Sachant que 168 • 32 = 5 376, détermine les produits (sans aucun calcul).

a. 168 • 3,2 **b.** 16,8 • 0,32 **c.** 1 680 • 3,2 **d.** 1,68 • 32

4 Pose et effectue les opérations.

a. 68,7 • 39 **b.** 123 • 6,3 **c.** 1,3 • 0,7 **d.** 54,6 • 8,25

Méthode 3 : Diviser un nombre décimal par un nombre entier

Exemple : Effectue la division de 75,8 par 4.

7 5 , 8	4
3 5	18,95
3 8	
2 0	
0	

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotient comportera 1 dizaine.

Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotient comportera 8 unités.

Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.

Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (on a ajouté un zéro) à partager en 4 ; le quotient comportera donc 5 centièmes.

Ainsi 75,8 : 4 = 18,95.

Exercice « À toi de jouer »

5 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients.

a. 10 : 7 **b.** 24,96 : 8 **c.** 5,2 : 6 **d.** 145,2 : 3

Méthode 4 : Diviser un nombre décimal par un nombre décimal

À connaître :

Le quotient de deux nombres **ne change pas** si on les multiples (le dividende et le diviseur) par un même nombre non nul.

Exemple : Effectue la division de 32,4 par 2,25.

On commence par rendre entier le diviseur en le multipliant par 100, 2,25 • 100 = 225. On multiplie le dividende par le même nombre, 32,4 • 100 = 3 240. On effectue la division de 3 240 par 226, 3 240 : 225 = 14,4. On obtient ainsi le résultat de la division, 32,4 : 2,25 = 14,4.

Exercice « À toi de jouer »

6 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients.

a. 4 : 6,37 **b.** 13,4 : 2,45 **c.** 5,87 : 2,3 **d.** 0,84 : 0,12

Méthodes et notions essentielles

Méthode 5 : Déterminer un ordre de grandeur

Exemples : Donne **un ordre de grandeur** de 65,7 • 4,1 et de 546,3 • 52.

- On remplace les nombres par des valeurs plus simples. 65,7 • 4,1 est proche de 65 • 4. Comme 65 • 4 = 260, le produit 65,7 • 4,1 est proche de 260.
On dit que 260 est un ordre de grandeur de 65,7 • 4,1.

- 550 est proche de 546,3 et 50 est proche de 52. Comme 550 + 50 = 600, on dit que 600 est un ordre de grandeur de 546,3 + 52.

Exercice « À toi de jouer »

7 Donne un ordre de grandeur **a.** 96,4 • 3,01 **b.** 802 + 41,6 1 011 • 5,56

Méthode 6 : Calculer avec des durées

Exemples : Calcule 1 h 46 min + 2 h 37 min et 9 min 16 s − 7 min 55 s.

On additionne séparément les heures et les minutes.

$$\begin{array}{rl} & 1\text{ h }46\text{ min} \\ + & 2\text{ h }37\text{ min} \\ \hline & \cancel{3\text{ h }83\text{ min}} \\ & 4\text{ h }23\text{ min} \end{array}$$

En effet, 83 min = 60 min + 23 min
= 1 h + 23 min.
Ainsi : 3 h 83 min = 4 h 23 min. Donc :
1 h 46 min + 2 h 37 min = 4 h 23 min.

On soustrait séparément les minutes et les secondes.

$$\begin{array}{rl} & 8\text{ min }76\text{ s} \\ & \cancel{9\text{ min }16\text{ s}} \\ - & 7\text{ min }55\text{ s} \\ \hline & 1\text{ min }21\text{ s} \end{array}$$

On ne peut pas soustraire 55 s à 16 s.
On remplace alors 9 min 16 s par 8 min 76 s. Donc :
9 min 16 s − 7 min 55 s = 1 min 21 s.

Exercice « À toi de jouer »

8 Calcule 3 h 05 min 13 s + 56 min 48 s puis 1 h 35 min 29 s − 46 min 37 s.

Exercices d'entraînement

Techniques opératoires

1 Calcule mentalement les additions.

a. 4,6 + 5,2 **d.** 8,3 + 9,6 **g.** 3,9 + 5,4

b. 6,2 + 3,4 **e.** 8 + 1,5 **h.** 6,5 + 8,7

c. 4,5 + 6,1 **f.** 8,6 + 8,9 **i.** 6,8 + 9,4

2 Calcule mentalement les soustractions.

a. 6,5 – 4,3 **d.** 5,7 – 0,4 **g.** 9 – 8,7

b. 7,6 – 0,4 **e.** 4,7 – 4,3 **h.** 3,1 – 1,8

c. 4,9 – 4,3 **f.** 6,2 – 4,6 **i.** 7,8 – 6,9

3 Recopie et complète les pointillés.

a. 4,5 + ... = 6 **f.** ... – 2,3 = 4

b. 7,8 + ... = 10 **g.** ... – 0,9 = 4,5

c. 0,8 + ... = 14 **h.** ... – 5,8 = 4,7

d. ... + 0,2 = 11,8 **i.** 7,3 – ... = 3,5

e. ... + 5,8 = 9,7 **j.** 8 – ... = 5,7

4 Remplace chaque terme par un ordre de grandeur puis donne un ordre de grandeur de leur somme ou de leur différence.

a. 52,758 + 46,7 **c.** 10,397 − 4,754 9

b. 97,367 4 + 4,692 **d.** 49,021 4 − 0,003 9

5 Calcule les sommes en effectuant des regroupements astucieux.

a. 6,5 + 12,6 + 1,5

b. 36,99 + 45,74 + 2,01 + 13,26

c. 9,25 + 8,7 + 5,3 + 16,75

d. 34,645 + 34,75 + 2,25 + 4,355

e. 7,42 + 4,2 + 7,8 + 25,58

f. 3,01 + 2,9 + 6,1 + 7,99 + 2,001

6 Recopie et effectue les opérations.

13,25 + 5,72	9,876 + 2,63	0,527 + 1,206
135,8 − 6,1	35,61 − 8,9	9,5 − 2,64

7 Pose et effectue.

a. 853,26 + 4 038,3 **d.** 948,25 – 73,2

b. 52 + 8,63 + 142,8 **e.** 9,8 – 0,073

c. 49,3 + 7,432 + 12,7 **f.** 83 – 43,51

8 Convertis en heures et minutes :

78 min ; 134 min ; 375 min ; 35 min ; 3 840 s.

9 Effectue les calculs.

a. 3 h 25 min + 5 h 33 min

b. 12 h 28 min − 9 h 17 min

c. 6 h 38 min + 19 h 53 min

d. 21 h 15 min − 9 h 29 min

e. 5 h 13 min 33 s + 9 h 45 min 47 s

f. 9 h 6 min 15 s − 8 h 39 min 36 s

10 *Calculs*

a. Calcule la somme de 4,67 et de 12,38.

b. Calcule la différence de 56,78 et de 34,213.

11 *Devinettes*

a. La somme de deux nombres vaut 78,92. Un des deux nombres est 29,6. Quel est l'autre nombre ?

b. La différence de deux nombres est 43,7. Un des deux nombres est 5,68. Quelle(s) valeur(s) peu(ven)t avoir l'autre nombre ?

c. La différence de deux nombres est 68,72. Un des deux nombres est 70,35. Quelle(s) valeur(s) peu(ven)t avoir l'autre nombre ?

12 Calcule mentalement.

a. 4,357 • 100 **e.** 39 • 100

b. 89,7 • 1 000 **f.** 0,48 • 10

c. 0,043 • 10 **g.** 354 • 10

d. 0,28 • 1 000 **h.** 0,03 • 10 000

13 Calcule mentalement.

a. 4 338 : 10 **e.** 3,8 : 1 000

b. 1 297 : 1 000 **f.** 0,04 : 100

c. 12,3 : 10 **g.** 354 : 10

d. 0,87 : 100 **h.** 12,5 : 100

Exercices d'entraînement

14 Recopie et complète par 10 ; 100 ; 1 000 ; 10 000 ... .

a. 8,79 • ... = 87,9
b. 4,35 • ... = 43 500
c. 0,837 • ... = 8,37
d. 0,367 • ... = 3,67
e. 0,028 • ... = 0,28
f. 0,17 : ... = 0,017
g. 23 : ... = 0,23
h. 480 : ... = 4,8
i. 900 : ... = 0,09
j. 18 000 : ... = 18

15 Recopie et complète par le signe opératoire qui convient.

a. 0,8 ... 100 = 80
b. 0,38 ... 10 = 0,038
c. 47 ... 100 = 0,47
d. 380 ... 10 = 38
e. 5 ... 0,1 = 0,5
f. 60 000 ... 10 = 6 000
g. 4 100 ... 100 = 4 000
h. 5 600 ... 100 = 56
i. 8 ... 0,01 = 0,08
j. 100 ... 1,2 = 120

16 Calcule mentalement en détaillant ta démarche.

a. 0,1 • 14 • 1 000
b. 2,18 • 0,001 • 100
c. 1,8 • 0,01 • 10
d. 4 • 0,01 • 100

17 Sachant que 48 • 152 = 7 296, détermine les résultats des calculs.

a. 48 • 1,52
b. 4,8 • 15,2
c. 0,48 • 0,152
d. 0,048 • 1 520

18 Convertis les longueurs.

a. 5 mm = ... m
b. 2,8 hm = ... km
c. 3 dam = ... m
d. 3,8 dm = ... cm

19 *Ordre de grandeur*

Recopie et relie chaque produit à son ordre de grandeur de la colonne de droite.

41 • 1,03 •	• 400
0,011 • 40,5 •	• 4 000
20,4 • 20,2 •	• 40
3,99 • 0,98 •	• 4
39,8 • 0,001 2 •	• 0,4
4,15 • 999 •	• 0,04

20 Calcule en regroupant astucieusement.

a. 0,8 • 2 • 0,6 • 50
b. 0,25 • 12,38 • 4
c. 8 • 49 • 1,25
d. 2,5 • 12,9 • 0,04
e. 0,15 • 70 • 0,02
f. 75 • 0,06 • 0,4

21 Recopie en plaçant correctement la virgule dans le résultat de la multiplication (en ajoutant éventuellement un ou des zéros).

a. 12,8 • 5,3 = 6 784
b. 28,7 • 1,04 = 29 848
c. 0,15 • 6,3 = 945
d. 0,008 • 543,9 = 43 512
e. 0,235 • 0,132 = 3 102

22 Recopie en plaçant la virgule dans le nombre écrit en bleu pour que l'égalité soit vraie.

a. 3,42 • 271 = 9,268 2
b. 432 • 0,614 = 26,524 8
c. 0,48 • 62 = 29,76
d. 2,6 • 485 = 126,1
e. 45 • 29,232 = 131,544

23 Recopie et effectue les opérations.

$$\begin{array}{r} 93{,}76 \\ \times\ \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 356{,}1 \\ \times\ \ 14 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14{,}9 \\ \times\ \ 0{,}8 \\ \hline \end{array}$$

24 Pose et effectue les produits.

a. 2,08 • 4,23
b. 4,38 • 5,7
c. 6,93 • 15,8
d. 8,35 • 0,18

25 Calcule.

a. Le double de 3,74.
b. Le produit de 3,75 par 34,52.
c. Le produit de 4,5 par la somme de 6,73 et de 67,8.
d. Le produit de la somme de 34,879 et de 32,8 par la différence de 78,45 et de 6,9.

Exercices d'entraînement

26 Calcule mentalement.

a. 8,6 : 2 **d.** 7,7 : 11

b. 24,8 : 4 **e.** 15,6 : 3

c. 8,8 : 8 **f.** 63,6 : 6

27 Recopie et complète les pointillés.

a. 14,2 : ... = 7,1 **c.** ... : 4 = 2,1

b. 3,18 : ... = 1,06 **d.** ... : 5 = 3,08

28 Pose et effectue les divisions décimales suivantes pour en trouver le quotient décimal exact.

a. 12,6 : 6 **c.** 169,2 : 3 **e.** 67,5 : 4

b. 28,48 : 4 **d.** 0,162 : 9 **f.** 9,765 : 15

29 *Valeurs approchées*

a. Pose et effectue les divisions suivantes jusqu'au millième.

- 12 : 7
- 148,9 : 12
- 235,19 : 11
- 123,8 : 7
- 13,53 : 3
- 0,14 : 3

b. Recopie et complète le tableau.

Quotient	Valeur approchée			
	à l'unité		au centième	
	par défaut	par excès	par défaut	par excès
12 : 7				
123,8 : 7				
148,9 : 12				
13,53 : 6				
235,19 : 11				
0,14 : 3				

30 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes.

a. 1 : 2,74 **c.** 3,24 : 1,7 **e.** 20,35 : 8,5

b. 5,87 : 2,3 **d.** 45,6 : 0,24 **f.** 0,53 : 0,17

31 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes.

a. 3,35 : 0,42 **c.** 0,03 : 2,1 **e.** 0,53 : 0,8

b. 41,5 : 3,14 **d.** 0,35 : 0,25 **f.** 21,7 : 0,14

Problèmes

32 Antoine possédait 832,25 CHF sur son livret d'épargne. Pour son anniversaire, ses parents y ont déposé 75 CHF. Combien a-t-il maintenant sur son livret ?

33 Un panier plein de fruits pèse 1,836 kg. Vide, il pesait 0,425 kg. Quelle est la masse des fruits contenus dans ce panier ?

34 Pierre a relevé le compteur de sa voiture au départ et au retour de vacances. Au départ, le compteur indiquait 58 257,6 km. Au retour, il indiquait 59 329,1 km. Quelle distance a-t-il parcourue pendant ses vacances ?

35 Simon veut acheter un livre. Il a 25,35 CHF dans son porte-monnaie et il lui manque 5,25 CHF pour acheter ce livre. Quel est le prix du livre ?

36 Une voiture consomme 8,5 l d'essence pour faire 100 km. Combien d'essence consomme-t-elle pour faire 500 km ?

37 Un employé gagne 17,25 CHF de l'heure. Il travaille 35 heures par semaine. Combien gagne-t-il chaque semaine ?

38 Au marché, Anne a déposé dans son panier 1,2 kg de carottes, 600 g de raisin et 1,3 kg de pommes. Combien pèse le contenu de son panier ?

39 Pour aller au collège, Caroline fait 1,4 km avec son vélo qu'elle laisse chez sa grand-mère. Puis elle parcourt 150 m à pied jusqu'au collège. Quelle distance totale parcourt-elle pour se rendre au collège ?

40 Djamel a acheté 1,6 kg de poires à 2,30 CHF le kg. Combien a-t-il payé ?

41 Gérard a payé 41,40 CHF pour 12 pieds de tomate. Quel est le prix d'un pied de tomate ?

42 Un lot de six stylos identiques coûte 8,10 CHF. Quel est le prix d'un stylo ?

43 Mercredi après-midi, Anh Hao a fait cinq tours d'un circuit de VTT. Il a parcouru en tout 23,5 km. Quelle est la longueur de ce circuit ?

44 Mme Betty possède 6,6 litres de jus de pomme. Combien de bouteilles de 0,7 litres pourra-t-elle remplir ?

45 Agan possède 37,40 CHF en pièces de 20 centimes. Combien de pièces de 20 centimes possède-t-il ?

Exercices d'approfondissement

46 *Calculer sans poser*

a. Calcule mentalement les produits suivants sachant que 6,5 • 3,7 = 24,05.

- 6,5 • 37
- 6,5 • 0,37
- 6 500 • 0,003 7
- 65 • 37
- 0,65 • 3,7
- 65 • 0,37

b. Sachant que 935 : 17 = 55, que dire des quotients suivants ? Justifie.

- 9 350 : 170
- 93 500 : 1 700
- 93,5 : 1,7
- 9,35 : 0,17

47 *Calculer sans poser (bis)*

a. Calcule 96,5 + 83,7 et 96,5 – 83,7.

b. Déduis-en les sommes et les différences suivantes sans poser les opérations.

- 965 + 837
- 9,65 – 8,37
- 0,965 + 0,837
- 96 500 – 83 700

c. Peut-on trouver par ce moyen les résultats des opérations 96 500 + 8 370 et 9 650 – 837 ? Pourquoi ?

48 *Que de restes !*

a. Dans une planche de 478,8 cm de long, on veut découper des étagères de 9 cm de long. Combien d'étagères peut-on découper ? Quelle est la longueur du morceau restant ?



Complète alors l'égalité 478,8 = 9 • ... + ...

b. En utilisant la division écrite au **a.**, recopie et complète les égalités suivantes.

- 47,88 = 9 • 5,3 + ...
- 4 788 = 90 • 53 + ...
- 4 788 = 9 • 532 + ...
- 4,788 = 9 • ... + 0,018

49 *Ordre de grandeur*

Calcule, en détaillant ta démarche, un ordre de grandeur de chacune des expressions.

a. 792,69 + 5 246,8 + 38,37

b. 5 813,8 – 3 789,68 – 89,54

c. 574,69 • 0,537 • 8,41

d. 4 784,8 : 19,15

50 *Paquets empilés*

On a reçu au collège 7 rames de 500 feuilles pour la photocopieuse et 3 paquets de 24 pièces de « carton plume ».

a. L'épaisseur d'une feuille de papier pour photocopieuse est de 0,11 mm et celle d'une pièce de « carton plume » est de 5 mm. Calcule un ordre de grandeur de la hauteur totale de tous ces paquets empilés.

b. Écris la hauteur totale des paquets en une seule expression puis calcule-la.

51 *Dépenses pour un goûter*

Pour un goûter, Doriane achète 8 paquets de gâteaux à 5,15 CHF l'un et 6 bouteilles de jus de fruit à 6,80 CHF le pack de 2 bouteilles.

Pour chaque question, calcule d'abord un ordre de grandeur puis le résultat exact.

a. Écris une expression permettant de calculer la dépense de Doriane. Combien paie-t-elle ?

b. Les 14 invités décident de participer en donnant chacun 1,20 CHF. Quelle dépense reste-t-il à la charge de Doriane pour ce goûter ?

c. Combien chacun aurait-il dû payer s'ils avaient décidé de partager équitablement la dépense totale entre tous les convives ?

52 *Densité de population*

On considère le tableau suivant.

Continent	Nombre d'habitants	Superficie en km²
Afrique	965 millions	30 206 704
Amérique	911 millions	42 189 120
Asie	4,03 milliards	43 810 582
Europe	731 millions	10 180 000
Océanie	34 millions	9 008 458

a. Quel est le continent qui a le plus grand nombre d'habitants ? Et le plus petit nombre ?

b. Quel est le continent qui a la plus grande superficie ? Et la plus petite ?

c. Pour chaque continent, calcule la densité de population exprimée en habitants par km². Tu donneras une valeur approchée à l'unité.

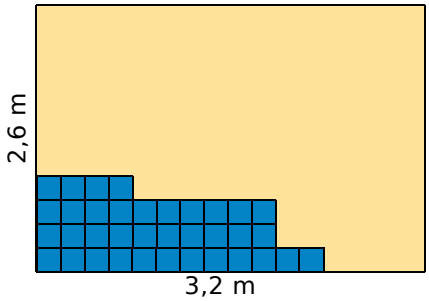
d. Ces résultats sont-ils surprenants ? Explique.

e. Calcule le nombre moyen d'habitants au km² dans le monde. Indique les continents qui sont en dessous de cette moyenne et ceux qui sont au dessus.

Exercices d'approfondissement

53 *Carrelage de salle de bains*

Julie décide de carreler sa salle de bains rectangulaire avec des carreaux de côtés 20 cm.



a. Construis un plan tel que 1 cm sur le plan représente 20 cm dans la réalité.

b. Combien faut-il de carreaux pour recouvrir toute la surface ?

c. Les carreaux sont conditionnés par paquets de 30. Combien faut-il de paquets ?

d. Le prix d'un m^2 de carreaux est 31,20 CHF. Quel est le prix du carrelage ?

e. Par ailleurs, il faut de la colle, vendue en pots de 5 kg. Chaque pot permet de carreler 2 m^2 de sol. Sachant que le pot coûte 22,75 CHF, calcule le prix de la colle.

54 Un randonneur part en promenade à 9 h 30. Il rentre à 12 h 05, ne s'étant arrêté pour se reposer que lors de trois pauses de 5 min chacune. Pendant combien de temps ce randonneur a-t-il marché ?

55 Pierre part de chez lui à 9 h 55 pour aller faire des courses. Il met 12 min pour se rendre au supermarché et il y reste pendant 1 h 35 min.

a. À quelle heure repart-il du supermarché ?

b. Il rentre ensuite chez lui et y arrive à 12 h 01. Combien de temps son trajet de retour a-t-il duré ?

56 Sarah a noté les heures de lever et de coucher du Soleil en septembre 2008. Le 1er septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 09 et il s'est couché à 20 h 31. Le 30 septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 50 et il s'est couché à 19 h 30. De quelle durée les jours ont-ils diminué au mois de septembre 2008 ?

Travail de recherche

Compétitions dans la classe

Préparatifs : fabriquez une étiquette de carton pour chaque élève de la classe, comportant son nom et son prénom. Mélangez ces étiquettes. Voici un exemple de liste de calculs à effectuer :

a. 853,12 + 19,7 **b.** 538,21 – 42,16

c. 65,24 • 7,38 **d.** 68,37 : 3

1re Partie : Entraînement en individuel (appelé 1 contre 10)

Pour chaque manche, un élève A est tiré au sort à l'aide des étiquettes et passe au tableau où un seul calcul écrit est à effectuer.

L'élève A l'effectue en public pendant que tous les autres cherchent chacun sur une feuille.

Dès qu'un élève a trouvé la réponse et a écrit le calcul, il lève la main. Le professeur surveille le tableau et circule dans la classe pour vérifier le travail de chaque élève.

Il compte à haute voix de 1 à 10 en ajoutant 1 chaque fois qu'un travail est considéré comme correct.

Arrivé à 10, si l'élève A n'a pas trouvé, la classe a gagné la manche. Par contre, si l'élève A trouve avant la fin du décompte à 10, c'est lui qui a gagné.

2e Partie : Par équipes (appelé 2 contre 5)

On constitue des binômes équilibrés d'élèves.

Lors du tirage au sort, l'élève A désigné passe au tableau accompagné de son coéquipier mais seul l'élève A peut écrire.

On démarre la compétition comme dans le « 1 contre 10 » mais le professeur ne compte que jusqu'à 5.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	873,023 est ...	1 000 fois plus grand que 873 230	100 fois plus petit que 87 302,3	10 000 fois plus grand que 0,087 302 3	10 fois plus petit que 87,302 3
2	8,35 dm correspond à ...	0,083 5 dam	835 cm	83 500 mm	0,000 835 km
3	72,3 + 15,29 = ...	87.32	22.52	87.59	2.252
4	57,41 − 27,83 = ...	30.42	30.58	29.58	19.58
5	872,967 = ...	87 296,7 : 100	862,967 • 10	87,296 7 • 10	8,729 67 • 100
6	78,23 • 21,796 = ...	170 510,108	3 705,101 08	1 705,101 08	1 800
7	34,1 + 123,79 se pose ...	34,10 +123,79	34,1 +123,79	34,1 +123,79	34,1 +123,79
8	0,33 + 0,8 = ...	0.41	0.113	1.13	1.03
9	192 • ☐ = 38,4. Donc trouver ☐ ...	est impossible	revient à diviser 38,4 par 192	revient à multiplier 192 par 38,4	revient à diviser 192 par 38,4
10	Une ficelle mesure 7,2 m. On la partage en 16.	Chaque bout mesure 1,152 m	C'est impossible, 16 > 7,2	Chaque bout mesure environ 2,2 m	Chaque bout mesure 45 cm
11	0,75 peut être la réponse du (ou des) problème(s) suivant(s) :	Avec 126 litres d'eau, on a rempli 168 bouteilles. Quelle est la contenance d'une bouteille ?	Une baignoire peut contenir 223,24 L. On la remplit avec 222,49 L d'eau. Combien d'eau peut-on encore verser ?	Ahmed achète un bonbon à 0,27 CHF et un chewing-gum à 0,58 CHF. Combien paye-t-il ?	125 CD de 6 mm d'épaisseur sont empilés. Quelle est la hauteur en mètre de la pile ?
12	Henri court pendant 1 h 52 min. Il s'arrête à 10 h 07. Il est parti à...	8 h 55	11 h 59	8 h 15	9 h 45

Récréation mathématique

Calculatrices infernales (d'après Apmep)

1 Sur la calculatrice d'Aïsha, la touche pour afficher la virgule ne fonctionne plus et la touche « = » ne peut fonctionner qu'une seule fois par ligne de calcul. Comment peut-elle trouver le résultat de (17,32 • 45,3) + 15,437 ?

2 Bruce vient de faire tomber sa calculatrice. Elle ne comporte plus que les chiffres, la virgule et les quatre opérations, mais quand on appuie sur « + » elle ajoute 1, quand on appuie sur « − » elle retranche 1, quand on appuie sur la touche « × » elle multiplie par 10 et quand on appuie sur la touche « ÷ » elle divise par 10.

a. Romain emprunte la calculatrice de Bruce. Il tape 27,2 puis appuie ensuite sur les touches « × », « × », « + », « + », « − », « ÷ », « ÷ », « ÷ », « + », « × ». Quel résultat Romain trouve-t-il ?

b. Comment peut-il passer en sept opérations :

- de 3,14 à 300 ?
- de 3,14 à 297 ?
- de 297 à 0,2 ?

c. Tu viens de passer de 3,14 à 0,2 en quatorze opérations. Trouve un chemin qui permette de faire cela avec le minimum d'opérations. Compare avec tes camarades.

d. Trouve un chemin qui permette de passer de 5 à 4,99 en un minimum d'opérations puis compare avec tes camarades.

Priorité des opérations

3



Narration de recherche

Un enfant a des billes qui sont dans des petits sacs. Dans les uns il y a des billes bleues et dans les autres des billes rouges. Ces sacs contiennent respectivement 10, 12, 24, 28, 46 et 58 billes. Si l'enfant donne un de ses sacs, il lui restera exactement le double de billes rouges que de billes bleues. De quel sac s'agit-t-il ?

Activité 1 : Ordre des opérations

1. Le mauvais ordre

Voici le calcul qui a été proposé aux 23 élèves d'une classe de 8e : $3 + 6 \bullet 7$. Voici les résultats obtenus :

Résultat	45	63	Autres
Nombre d'élèves	11	10	2

a. Explique comment les élèves ont trouvé les résultats 45 et 63.

b. En observant les quatre calculs ci-dessous, qui sont corrects, énonce la règle de priorité :

- $15 - 2 \bullet 3 = 9$
- $27 + 35 : 5 = 34$
- $7 \bullet 8 + 10 = 66$
- $60 - 12 : 4 = 57$

c. Calcule $9 - 9 \bullet 0{,}5$ puis $9 \bullet 7 - 8 : 4$.

2. Lire dans le bon sens

a. Calcule $K = 4 + 12 - 3 + 7$.

b. Un professeur a programmé deux feuilles, sur un tableur, pour montrer les étapes de calcul. En observant les captures d'écran ci-dessous, énonce la règle.

	A	B	C	D	E	F
1	**L =**	**18**	–	**2**	+	**11**
2	**L =**		**16**		+	**11**
3	**L =**				**27**	

	A	B	C	D	E	F
1	**M =**	**9**	–	**4**	–	**3**
2	**M =**		**5**		–	**3**
3	**M =**				**2**	

c. Calcule, sur ton cahier, en écrivant les étapes : $N = 21 - 9 - 3$ et $P = 17 - 8 + 1$.

d. Dans l'expression K, où dois-tu placer des parenthèses pour obtenir 6 comme résultat ?

Activité 2 : Les deux calculatrices



Hervé et Bruno ont tous deux acheté une calculatrice. Hervé a choisi une calculatrice performante avec laquelle il peut écrire les formules. Bruno, lui, a acheté une petite calculatrice solaire. Ils cherchent à calculer $4 + 3 \bullet 8$.

Tous les deux appuient successivement sur les touches suivantes :

[4] [+] [3] [×] [8] [=]

Hervé obtient 28 comme résultat et Bruno obtient 56.

1. Qui a le bon résultat ?

2. Les deux calculatrices fonctionnent très bien. Comment expliques-tu ces résultats différents ?

3. Après réflexion, Bruno a trouvé une méthode pour obtenir le bon résultat avec sa calculatrice solaire. Quelle est cette méthode ?

Activité 3 : Attention à la présentation

1. Mélanie et Aïssatou ont effectué le même calcul dont voici le détail ci-dessous. L'une d'entre elles s'est trompée. Indique laquelle et explique son erreur.

Mélanie	Aïssatou
$A = \underline{8 \bullet 4} - 7 \bullet 3$	$A = \underline{8 \bullet 4} - 7 \bullet 3$
$A = \underline{32 - 7} \bullet 3$	$A = 32 - \underline{7 \bullet 3}$
$A = \underline{25 \bullet 3}$	$A = \underline{32 - 21}$
$A = 75$	$A = 11$

2. Mélanie et Aïssatou ont un second calcul à effectuer dont voici le détail ci-dessous. Aïssatou n'a pas réussi à terminer son calcul. Indique son erreur.

Mélanie	Aïssatou
$A = 18 - \underline{(2 + 3)}$	$A = 18 - \underline{(2 + 3)}$
$A = \underline{18 - 5}$	$A = \underline{5 - 18}$
$A = 13$	$A = ??$

Activité 4 : Avec des barres

Notation

L'écriture $\frac{10}{2+3}$ correspond à $10 / (2 + 3)$ ou encore à $10 : (2 + 3)$.

Autrement dit : $\frac{10}{2+3} = 10 : 5 = 2$. Le trait horizontal s'appelle **la barre de fraction**.

1. Écris l'expression suivante $\frac{10}{9+1}$ sans la barre de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-la.

2. Dany adore les traits de fraction. Il écrit $\frac{10}{9+\frac{8}{7+1}}$. Écris le calcul de Dany sans barres de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-le.

3. Essaie de construire, sur le même principe, une expression fractionnaire égale à 1 avec trois barres puis avec quatre barres de fraction.

Activité 5 : Les bons mots

1. Donne les définitions des mots : somme, différence, produit, quotient, terme et facteur.

2. Dans chaque expression, entoure le symbole de l'opération que l'on effectue en dernier :

$A = 5 \bullet (7 + 9)$ $B = 5 \bullet 7 + 9$ $C = 9 - 5 + 7$ $D = 5 + 7 - 9$

3. Le professeur demande d'écrire une phrase pour traduire chaque expression. Mélissa a repéré que le début de la phrase correspond à l'opération que l'on effectue en dernier. Par exemple, pour l'expression A, la phrase commence par : « Le produit de ... . ». Complète la fin de la phrase pour l'expression A.

4. Écris une phrase pour traduire chacune des expressions B, C et D.

Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Calculer une expression

À connaître

Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exemple 1 : Calcule $A = 7 + 2 \bullet (5 + 7) - 5$.

$A = 7 + 2 \bullet (5 + 7) - 5$	⟶	On effectue les calculs entre parenthèses.
$A = 7 + 2 \bullet 12 - 5$	⟶	On effectue les multiplications.
$A = 7 + 24 - 5$	⟶	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
$A = 31 - 5$	⟶	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
$A = 26$		

Exemple 2 : Calcule $B = 3 \bullet (4 + 5 \bullet 7) + 2 \bullet 5 - 6$.

$B = 3 \bullet (4 + 5 \bullet 7) + 2 \bullet 5 - 6$	⟶	On effectue les calculs entre parenthèses. On effectue les multiplications.
$B = 3 \bullet (4 + 35) + 2 \bullet 5 - 6$	⟶	On effectue les calculs entre parenthèses.
$B = 3 \bullet 39 + 2 \bullet 5 - 6$	⟶	On effectue les multiplications.
$B = 117 + 10 - 6$	⟶	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
$B = 121$		

À connaître

Lorsqu'une division est indiquée par une barre de fraction, on calcule séparément ce qui est au-dessus de la barre (le numérateur) et ce qui est au-dessous (le dénominateur), puis on effectue la division.

Exemple : Calcul $F = \frac{13+5}{12-4}$.

$F = \frac{13+5}{12-4} = \frac{18}{8} = 18 : 8 = 2,25$

Exercices « À toi de jouer »

1 Recopie les expressions suivantes puis entoure le signe de l'opération prioritaire.

a. $7 + 25 \bullet 2 - 9$

b. $17 - 2 \bullet 3 + 5$

c. $28 - (5 + 6 \bullet 3)$

d. $7 \bullet [4 + (1 + 2) \bullet 5]$

2 Calcule les expressions suivantes en soulignant les calculs en cours.

a. $18 - 3 + 5$

b. $45 - 3 \bullet 7$

c. $(4 + 3 \bullet 2) : 2 - 3$

d. $120 - (4 + 5 \bullet 7)$

3 Calcule les expressions suivantes :

a. $\frac{15+9}{5-2}$ **b.** $\frac{6 \cdot 4+2}{5 \cdot 2}$ **c.** $\frac{12-(9-5)}{(7-5) \cdot 4}$ **d.** $\frac{(6-4) \cdot (7-2)}{8 \cdot 5 : 4}$

Exercices d'entraînement

Priorité des opérations

1 Reproduis les deux tableaux ci-dessous et associe chaque suite d'opérations à son résultat :

3 + 2 • 5	•	• 3
15 • 4 : 3	•	• 6,6
19 − 4 • 4	•	• 13
50 − 7 • 4 + 9	•	• 31
17,7 − 11,7 + 0,3 • 2	•	• 20

2 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

a. 41 − 12 − 5

b. 24,1 − 0,7 + 9,4

c. 35 : 7 − 3

d. 24 : 2 : 3

e. 58 − 14 + 21 : 3 − 1

f. 6 • 8 − 3 + 9 • 5

3 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

a. 53 − (12 + 21)

b. 2 + (4,7 − 0,3) • 10

c. 15 + 25 • 4 − 13

d. 31 − [8 − (0,8 + 2,1)]

e. 27 − (9 + 2 • 0,5)

f. (39 + 10) • (18 − 11)

4 Calcule mentalement :

a. (9 + 5) • 4

b. 3 • (31 − 10)

c. 9 + 5 • 4

d. 3 • 31 − 10

e. (9 − 2) • (4 + 1)

f. 17 − (5 + 3) + 5

g. (9 • 9 + 5) : 2

h. [6 − (0,25 • 4 + 2)] • 9

5 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

a. 125 − [21 − (9 + 2)]

b. [2 • (4 • 8 − 11)] • 2

c. (22 − 3 • 6) + (7 − 4) : 3 + 1 + 9 • 7

d. 3 • [14,5 − (0,4 • 5 + 2,5)]

e. (34 − 13) • [9,4 − (8,2 + 1,2)]

f. (15 + 8) • 4 − [(5 • 3 + 2 + 3) • (4 − 2)]

6 Effectue en détail puis vérifie à la calculatrice :

a. $\frac{4\cdot(3+7)}{20}$

b. $12-\frac{0,9\cdot30}{3}$

c. $\frac{12-5\cdot2}{15+2,5\cdot2}$

d. $8\cdot7-3\cdot\frac{24:3+8}{200\cdot0,02}$

e. $\frac{35+23}{2}-\frac{42-26}{8}$

f. $\frac{3,7-2,5}{0,1}-5\cdot\frac{8-2\cdot3}{10}$

7 Calcule astucieusement :

a. 8,4 + 0,76 + 2,6 + 0,24

b. 4 • 0,49 • 25

c. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1

d. (20 • 5 + 11) : (20 • 5 + 11)

e. (14 • 31 − 21 • 17) • (2 • 12 − 24)

Vocabulaire

8 Traduis chaque phrase par une expression.

a. Le quotient de dix-huit par la somme de deux et de huit.

b. La différence entre seize et le produit de deux par quatre.

c. Le quotient de la différence entre dix-sept et six par six.

d. Le produit de la somme de huit et de trois par quatre.

e. Le quotient de la somme de vingt-cinq et de sept par le produit de quatre par deux.

9 Traduis chaque expression par une phrase.

a. 6 • (25 − 6)

b. (5 + 8) • 8

c. 24 − (7 + 9)

d. 15 : (1 + 7)

e. 3 • 9 − 12 : 4

f. 12 + 3 • (7 − 2)

Exercices d'entraînement

Problèmes

10 La directrice du centre aéré de Tirloulou achète chaque jour des paquets de biscuits pour le goûter. Chaque carton contient 8 paquets de 20 biscuits. Le tableau ci-dessous indique le nombre de cartons achetés pendant 5 jours :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
5	3	5	7	6

a. Exprime le nombre de paquets de biscuits achetés durant ces 5 jours à l'aide :

- d'une somme
- d'un produit

b. Effectue ces deux calculs.

c. Combien de biscuits ont été achetés durant ces 5 jours.

11 *Alouette*

Voici trois mesures d'un air de musique.



Le professeur de musique dit que 𝅘𝅥𝅯 (croche) vaut 0,5 unité de temps, que 𝅘𝅥 (noire) vaut 1 unité de temps et que 𝅘𝅥. (noire pointée) vaut 1,5 unité de temps.

a. Compte le nombre de notes de chacune des trois sortes et inscris tes résultats dans un tableau.

b. Écris un enchaînement d'opérations pour calculer le nombre d'unités de temps utilisées pour écrire cet air puis calcule ce nombre.

12 *Le bon choix*

Pour chaque problème, choisis l'expression correcte (et donc simplifiée) donnant la solution.

a. Paul avait 35 CHF. Il a dépensé 5 CHF puis gagné six francs. Quelle somme a-t-il dorénavant ?

- A = $35 - 5 + 6$
- B = $(35 - 5) + 6$
- C = $35 - (5 + 6)$

b. Lucie a acheté trois crayons à 1,50 CHF et 8 feutres à 2,40 CHF en payant avec un billet de cinquante francs. Quelle somme lui a-t-on rendue ?

- A = $50 - 3 \cdot 1{,}5 - 8 \cdot 2{,}4$
- B = $50 - 3 \cdot 1{,}5 + 8 \cdot 2{,}4$
- C = $(50 - 3 \cdot 1{,}5) - 8 \cdot 2{,}4$

c. Après avoir utilisé 6,2 m d'une bobine de fil de 15 m, on réalise 5 morceaux de même longueur finissant ainsi la bobine. Quelle est la longueur commune de ces morceaux ?

- A = $15 - (6{,}2 : 5)$
- B = $(15 - 6{,}2) : 5$
- C = $15 - 6{,}2 : 5$

d. Dans une salle il y a 20 couples et 14 célibataires. Combien y a t-il de personnes dans cette salle ?

- A = $(20 + 14) \cdot 2$
- B = $14 + 2 \cdot 20$
- C = $14 + (2 \cdot 20)$

13 Pour chaque problème donne l'expression simplifiée qui donne la solution puis effectue le calcul.

a. Dans une commune où 3 824 électeurs et électrices sont inscrits, on a dénombré, lors d'un vote, 1 241 « oui », 1 874 « non » et 24 bulletins nuls. Combien y a-t-il eu d'abstentions ?

b. Un client se présente à la caisse d'un magasin avec 6 litres d'huile à 5,50 CHF le litre et 9 kg de sucre à 1,30 CHF le kg. Combien doit-on lui rendre sur 100 CHF ?

c. J'ai 250 billes. 160 billes sont rouges et les autres bleues. La moitié des billes bleues sont en bois et l'autre moitié en terre cuite. Combien ai-je de billes bleues en bois ?

d. Un marchand a reçu un stock de 125 paires de jeans qu'il a payé 3 750 CHF. Il veut gagner 1 500 CHF sur la vente de ces jeans. À quel prix doit-il vendre la paire de jeans ?

e. Une paysanne doit clôturer un pré rectangulaire de 253 m de long et de 112 m de large, avec du fil de fer vendu en rouleaux de 50 m. Combien de rouleaux doit-elle acheter ?

Exercices d'approfondissement

14 *Recherche sur internet*

a. Essaie de trouver sur Internet à quelle date est apparue la première calculatrice ressemblant à celles qu'on utilise de nos jours.

b. Avant l'apparition des « machines à calculer », comment effectuait-on les calculs ? Essaie de trouver plusieurs « ancêtres » de nos calculatrices modernes.

15 *Avec des mots*

$$(4 + 3) \bullet (11 - 5)$$

se lit de la façon suivante : « Le produit de la somme de 4 et 3 par la différence de 11 et 5. ».

Construis cinq phrases différentes en utilisant les mots et les nombres de la phrase ci-dessus et traduis chacune d'elle par un calcul.

16 *Traduction*

Traduis chaque phrase par une expression puis effectue le calcul.

a. A est le double de la somme de un et de six.

b. B est le quart du produit de trente et un par cinq.

c. (≥**) C est le quotient du double de douze par la somme de vingt-cinq dixièmes et de trois cent cinquante centièmes.

17 *Nombres mystérieux*

a. Choisis deux nombres. De combien augmente leur produit si on ajoute 4 à l'un d'eux ?

b. Sachant que ce produit a ainsi augmenté de 116, trouve l'un des facteurs.

18 *Nombres inconnus*

a. Trouve un nombre tel que quand on prend son double, on obtient la somme de ce nombre et 3.

b. Trouve un nombre tel que quand on prend son triple, on obtient la somme de ce nombre et 5.

19 *Question de bon sens*

Recopie et complète entre les chiffres par les signes + , − , • , : , (et) pour que les égalités soient vraies.

a. 3 3 3 3 = 0 **e.** 3 3 3 3 = 4 **i.** 3 3 3 3 = 8

b. 3 3 3 3 = 1 **f.** 3 3 3 3 = 5 **j.** 3 3 3 3 = 9

c. 3 3 3 3 = 2 **g.** 3 3 3 3 = 6 **k.** 3 3 3 3= 10

d. 3 3 3 3 = 3 **h.** 3 3 3 3 = 7

20 *Histoires de parenthèses*

Recopie les calculs suivants et place des parenthèses qui permettent de trouver le résultat indiqué.

a. $9 - 3 \bullet 2 = 12$

b. $16 + 8 : 4 - 3 = 24$

c. $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \bullet 4 = 13$

d. $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \bullet 4 = 4$

e. $9 - 3 \bullet 2 = 3$

f. $16 + 8 : 4 - 3 = 3$

g. $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \bullet 4 = 41$

h. $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \bullet 4 = 28$

i. $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \bullet 4 = 16$

21 *Le compte est bon*

Exemple : on doit obtenir 271 en utilisant les nombres 2, 5, 7, 8, 9 et 10.

On peut additionner, soustraire, multiplier ou diviser, mais il n'est pas permis d'utiliser le même nombre plusieurs fois. Par contre, il est permis de ne pas utiliser tous les nombres donnés. Une fois que tu as trouvé, effectue en détail.

Solution : $271 = (8 \bullet 2 + 5 + 7) \bullet 10 - 9$

a. À l'aide des nombres 1, 2, 4, 5, 6 et 100, trouve 709.

b. À l'aide des nombres 5, 6, 7, 8, 9 et 10, trouve 339.

c. À l'aide des nombres 1, 3, 4, 5, 8 et 75, trouve 704.

d. À l'aide des nombres 1, 2, 4, 9, 10 et 50, trouve 327.

e. À l'aide des nombres 3, 4, 7, 8, 10 et 75, trouve 924.

f. À l'aide des nombres 2, 2, 5, 5, 7 et 100, trouve 917.

1 Codes secrets

1re Partie : Dans un sens

a. Recopiez le tableau dans votre cahier :

Calcul n°	Expression	Résultat	Somme des chiffres	Lettre associée
1)	$(7 - 5) \bullet (16 - 9)$			
2)	$(3 \bullet 2 \bullet 30 + 14) : 2$			
3)	$(4 \bullet 2 \bullet 9) : (17 - 3 \bullet 5)$			
4)	$(11 \bullet (98 + 2) + 11) \bullet 5$			
5)	$(97 + 4) \bullet 9 \bullet (6 - 1)$			
6)	$(23 \bullet 5 - 1) \bullet (6 + 4) : 4$			
7)	$(40 \bullet 4 \bullet 2 + 4) : (6 + 3)$			
8)	$(101 \bullet 3 - 2) \bullet 9 \bullet 3$			

b. Calculez chacune des huit expressions qui sont écrites dans ce tableau (en notant le détail des calculs) puis reportez les résultats dans votre tableau.

c. Pour chaque résultat, calculez la somme de ses chiffres et reportez-là dans votre tableau.

d. Chaque somme obtenue est associée à une lettre de l'alphabet (A pour 1, B pour 2, C pour 3, ...). Écrivez les huit lettres obtenues dans le tableau.

e. Reconstituez alors un mot qui vous est familier, en remettant les lettres dans le bon ordre.

2ème Partie : Dans l'autre sens

f. Vous allez désormais faire le travail dans le sens contraire. Pour cela, reproduisez le tableau de la **1re partie** et placez-y les lettres du mot "MATHS" dans la dernière colonne.

g. Pour chaque lettre, trouvez la valeur qui lui est associée et inscrivez-la dans la colonne « somme des chiffres » de votre tableau.

h. Pour chaque lettre, inventez un calcul dont la somme des chiffres du résultat est la valeur de la lettre (au total, il faudra avoir utilisé au moins deux fois des parenthèses et tous les signes opératoires).

3ème Partie : Et pour finir...

i. Choisissez un mot du vocabulaire mathématique contenant huit lettres puis inventez huit expressions qui permettent de retrouver les huit lettres de ce mot.

j. Recopiez ce tableau sur une feuille (et ce tableau uniquement) afin qu'un autre groupe puisse décoder le mot caché en effectuant les calculs.

2 Notation Polonaise Inverse

La Notation Polonaise Inverse (NPI), également connue sous le nom de notation post-fixée, permet de noter les formules arithmétiques sans utiliser de parenthèses.

Cette notation est utilisée par certaines calculatrices, ordinateurs ou logiciels. Pour la suite, « Entrée » signifiera qu'on appuie sur la touche entrée d'une calculatrice utilisant cette notation.

1re Partie : Découverte

Nathalie a une calculatrice qui utilise la notation Polonaise Inverse. Pour effectuer le calcul $5 \bullet (7 + 3)$, elle tape :

[7] [Entrée] [3] [Entrée] [+] [5] [Entrée] [×]

Voici ce qui s'inscrit sur l'écran de sa calculatrice :



a. Essayez de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- $A = 8 \bullet (7 - 5)$
- $B = (3{,}7 + 8) \bullet 9$
- $C = 5 + 3 \bullet 7$

b. Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les :

- [4] [Entrée] [1] [Entrée] [−] [12] [Entrée] [×]
- [25] [Entrée] [8] [Entrée] [1,5] [Entrée] [×] [−]

2ème Partie : Un peu plus loin

c. Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les :

- [7] [Entrée] [4] [Entrée] [−] [3] [Entrée] [×] [2] [Entrée] [×]
- [8] [Entrée] [3] [Entrée] [+] [9] [Entrée] [4] [Entrée] [−] [×]

d. Essayez de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- $D = (18 + 3) \bullet (17 - 5)$
- $E = (((5 - 2) \bullet 3) - 4) \bullet 8$
- $F = (25 - 4) \bullet 5 + 8 : 4$

e. Inventez cinq calculs différents contenant chacun au moins un couple de parenthèses. Sur votre cahier, effectuez ces calculs puis écrivez sur une feuille la saisie en NPI qui correspond à chacun d'eux afin qu'un autre groupe puisse les effectuer.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Le produit est ...	le résultat d'une addition	le résultat d'une soustraction	le résultat d'une multiplication	le résultat d'une division
2	Quelle est l'opération prioritaire dans le calcul de $(10 + 4) : 2 - 3 \bullet 2$?	l'addition	la multiplication	la division	la soustraction
3	$20 - 4 + 3 \bullet 2 = ...$	38	6	22	10
4	La somme de 5 et du quotient de 10 par 2 = ...	10	7,5	17	2,4
5	$\frac{12-2\cdot3}{3\cdot3+1} = ...$	3	0,6	0,5	2,5
6	Les termes sont ...	des nombres que l'on additionne	des nombres que l'on soustrait	des nombres que l'on multiplie	des nombres que l'on divise
7	Les facteurs sont ...	des nombres que l'on additionne	des nombres que l'on soustrait	des nombres que l'on multiplie	des nombres que l'on divise
8	Le calcul qui fait d'abord l'addition, puis la division et enfin la soustraction est ...	$46 - (5 + 6 : 2)$	$(46 - 5 + 6) : 2$	$46 - (5 + 6) : 2$	$46 - 5 + 6 : 2$
9	Si dans un calcul il n'y a pas de parenthèses prioritaires alors on effectue les additions et les soustractions avant les multiplications et les divisions.			VRAI	FAUX
10	Si dans un calcul il n'y a que des additions et des soustractions, alors les additions sont prioritaires.			VRAI	FAUX
11	Si dans un calcul on ne peut pas définir de priorité alors on effectue les calculs de gauche à droite.			VRAI	FAUX

Récréation mathématique

Algorithme de Kaprekar (source wikipedia)

Nous allons étudier un algorithme découvert en 1949 par le mathématicien indien D.R. Kaprekar (1905 – 1988) pour les nombres de 4 chiffres, mais qui peut être généralisé à tous les nombres.

1 Description de l'algorithme (pour un nombre de 3 chiffres) :

a. choisir un nombre de 3 chiffres ;

b. construire le nombre supérieur ou égal en ordonnant par ordre décroissant les chiffres du nombre choisi ;

c. construire le nombre inférieur ou égal en ordonnant par ordre croissant les chiffres du nombre choisi ;

d. calculer la différence entre le nombre supérieur et le nombre inférieur ;

e. répéter les étapes **b.**, **c.** et **d.** avec ce nouveau nombre.

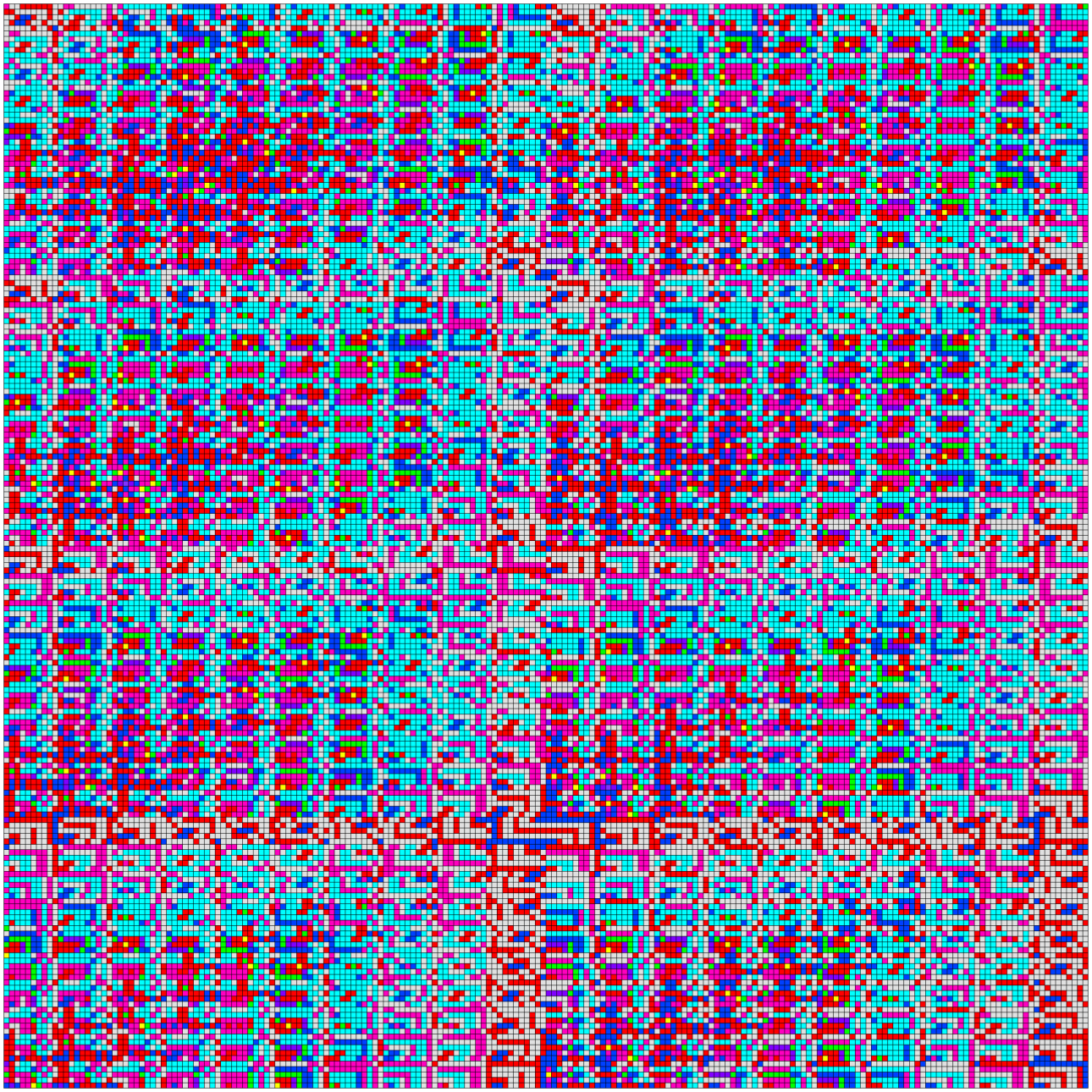
En prenant le nombre 634, le nombre supérieur est 643, l'inférieur est 346, la différence est $643 - 346 = 297$ et on obtient la séquence 634, 297, 693, 594, 495, 495, ...

2 Teste l'algorithme avec 5 nombres de 3 chiffres. Qu'observes-tu ?

3 Teste l'algorithme avec 5 nombres de 4 chiffres. Que peux-tu observer ?

Figure de Kaprekar (source Wikipedia)

L'illustration ci-dessous montre le nombre d'itérations requises pour que l'algorithme de Kaprekar atteigne un point fixe pour les valeurs de n=0 à 40 000, réparties dans une grille de 200 par 200. Dans ce dessin, les nombres qui ont moins de 5 digits ont été complétés par des 0. Sur l'axe des abscisses se trouve le reste de la division du nombre par 200 et sur l'axe des ordonnées la partie entière du quotient du nombre par 200. Cette illustration est inspirée de l'article, Deutsch, D. and Goldman, B. « Kaprekar's Constant. » Math. Teacher 98, 234-242, 2004.



Nombres entiers, multiples, diviseurs

4



Narration de recherche

Remplace chaque lettre du tableau par un nombre entier compris entre 1 et 9 sachant que :

- chaque nombre n'est utilisé qu'une seule fois ;
- les produits des nombres de chaque ligne et de chaque colonne sont indiqués à l'extérieur du tableau.

A	B	C	→ 270
D	E	F	→ 16
G	H	I	→ 84
↓ 336	↓ 27	↓ 40	

Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Multiple, diviseur

1. Le jeu de Juniper Green

Règle du jeu : Ce jeu se joue à deux (ou plus) avec **uniquement** les nombres entiers de 1 à 40.

- Le premier joueur choisit un nombre entier.
- Le deuxième joueur doit alors en choisir un autre qui doit être soit multiple, soit diviseur de ce premier nombre.
- Le joueur suivant en choisit encore un autre qui doit être soit multiple, soit diviseur du second nombre. Et ainsi de suite, chaque nombre ne pouvant servir qu'une seule fois !
- Le dernier joueur qui a pu choisir un nombre a gagné !

a. Jouez à ce jeu, en alternant le premier joueur.

b. Le premier joueur prend 40 comme nombre de départ. Quelle est la liste des nombres possibles pour le second joueur ? Même question avec 17 ; 9 et 23.

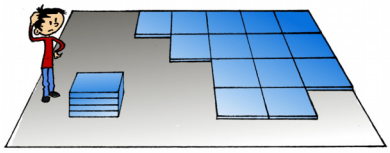
c. Dans une partie à deux joueurs, quel nombre peut choisir le premier joueur pour être sûr de l'emporter (s'il joue bien !) ? Trouve toutes les possibilités.

2. Liste des diviseurs

a. Écris 54 comme un produit de deux entiers. Trouve toutes les possibilités. Quelle est la liste des diviseurs de 54 ?

b. Trouve la liste des diviseurs de 720 (il y en a 30 !) et celle des diviseurs de 53.

Activité 2 : Diviseurs communs, PGDC (≥**)



1. On veut paver une surface rectangulaire avec des carrés identiques et sans coupe. La longueur du côté des carrés est un nombre entier de centimètres.

a. La surface rectangulaire mesure 12 cm par 18 cm. Quelle peut être la longueur du côté des carrés ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Que représente(nt) ce(s) nombre(s) pour 12 et 18 ? Mêmes questions lorsque la surface rectangulaire mesure 49 cm par 63 cm, puis 27 cm par 32 cm et enfin 21 cm par 84 cm.

b. Cherche les dimensions maximales d'un carré pouvant paver une surface rectangulaire de 108 cm par 196 cm.

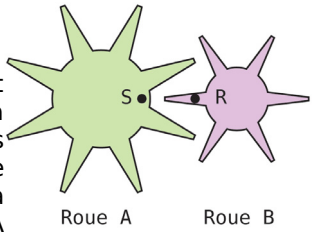
2. Un challenge sportif regroupe 30 filles et 75 garçons. Les organisateurs souhaitent composer des équipes comportant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Comment peux-tu les aider pour qu'ils puissent constituer un nombre maximal d'équipes ? Donne ensuite le nombre de filles et de garçons dans chaque équipe. Explique ta démarche.

3. Pgdc

a. Dresse la liste des diviseurs de 30 et celle des diviseurs de 50. Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ? On appelle ce nombre le **PGDC** de 30 et 50 et on le note : PGDC (30 ; 50) ou PGDC (50 ; 30).

b. Quel est le PGDC de 8 et 24 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.

Activité 3 : Multiples communs, PPMC (≥**)



1. Un engrenage est formé de 2 roues dentées (A et B) qui ont respectivement 8 et 6 dents. Un point R marqué sur une dent de la roue B fait face à un point S marqué entre deux dents consécutives de la roue A. On met l'engrenage en mouvement. Après combien de tours de la roue A les points R et S seront-ils pour la première fois à nouveau dans la même position ? Même question lorsque la roue A possède 9 dents et la B 12 dents.

2. Pendant l'été, un vendeur de glace ambulant visite le quartier de Jeannette tous les 7 jours et un autre vendeur de glace visite le même quartier tous les 5 jours. Quand les deux vendeurs sont présents le prix des glaces est diminué. Si les deux vendeurs de glaces ont visité le quartier aujourd'hui, quand sera la prochaine fois où le prix des glaces sera diminué ?

3. **PPMC**

a. Dresse la liste des multiples de 9 et celle des multiples de 6. Quel est le plus petit multiple commun à ces deux nombres ? On appelle ce nombre le **PPMC** de 9 et 6 et on le note : PPMC (9 ; 6) ou PPMC (6 ; 9).

b. Quel est le PPMC de 7 et 21 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.

Activité 4 : Crible d'Eratostène (≥**)



Ératosthène était un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec (276 – 194 av. J.-C.).

a. Recopie ce tableau dans ton cahier.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Entoure le chiffre 2 en rouge et raye tous les multiples de 2 autres que 2. Entoure le chiffre 3 en vert et raye tous les multiples de 3 autres que 3. Recommence avec le premier nombre non rayé et continue le processus jusqu'à ce que tous les nombres soient entourés ou rayés. Utilise des couleurs différentes pour chaque étape.

c. Quelle est la particularité des nombres entourés ?

d. Si on applique ce crible à tous les entiers naturels, 163 serait-il entouré ? Et 1 678 314 ?

e. À l'aide du tableau, détermine les diviseurs de 24, 72, 17, 23 et 71.

Activité 5 : Le triangle de Sierpinski (≥**)

1. Répondre avec des 3 et des • uniquement !

La figure de départ est un triangle équilatéral violet. On construit à l'intérieur de celui-ci un triangle bleu obtenu en joignant les milieux des côtés du triangle de départ.

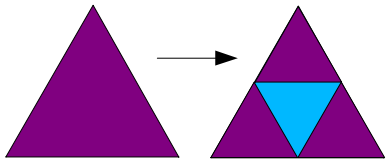


figure de départ figure 1

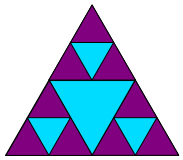


figure 2

a. De la même façon, on construit un petit triangle bleu dans chacun des triangles violets de la figure 1. Combien obtient-on de triangles violets dans la figure 2 ?

b. Imaginons que l'on continue à construire des triangles bleus dans les triangles violets. Combien a-t-on de triangles violets dans la figure 4 ? Puis dans la figure 7 (en n'utilisant encore que des 3 et des signes •) ? Et dans la figure 20 ?

2. Une nouvelle notation : la notation « puissance »

La notation « puissance » est utilisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants :

- $9 = \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ facteurs}} = 3^2$ qui se lit « 3 au carré » ou « 3 puissance 2 » ou « 3 exposant 2 »,
- $81 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ facteurs}} = 3^4$ qui se lit « 3 puissance 4 » ou « 3 exposant 4 ».

a. Écris, à l'aide de la notation « puissance », le nombre de triangles violets qu'il y a dans la figure 7 puis calcule ce nombre. Recommence pour la figure 20.

b. À l'aide de ta calculatrice, indique combien il y a de triangles violets dans la figure 13, la figure 18, la figure 10 et enfin dans la figure 15. Existe-t-il un moyen d'effectuer ces calculs facilement avec ta calculatrice ?

Activité 6 : Des produits avec 2, 3 et 5 (≥**)

Nous allons exprimer certains nombres sous la forme de produits. Dans cette activité, les seuls facteurs autorisés sont : 2 ; 3 et 5. Nous utiliserons la notation « puissance » dès que cela est possible.

Exemples : $25 = 5 \cdot 5$ peut s'écrire $25 = 5^2$;
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ peut s'écrire $48 = 2^4 \cdot 3$;
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ peut s'écrire $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

a. Exprime de la même façon les nombres 4 ; 12 ; 27 ; 30 ; 45 et 108. Peut-on exprimer le nombre 26 de la même façon ? Justifie.

b. Un élève a écrit l'égalité suivante : $54 = 2^1 \cdot 3^3$. En considérant que sa réponse est bonne, combien vaut 2^1 ?

c. Un élève a écrit l'égalité suivante : $50 = 2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^2$. En considérant que sa réponse est bonne, combien vaut 3^0 ?

d. Réécris les trois exemples du départ puis les nombres de la question **a.** sous la forme $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ (a, b et c sont des entiers naturels, éventuellement égaux à 0 ou 1).

e. Trouve le plus possible de nombres inférieurs à 100 qui peuvent s'exprimer sous la forme d'un produit ne comportant que des 2, des 3 et des 5.

f. Si maintenant les facteurs autorisés sont tous les nombres premiers. Exprime sous la forme d'un produit de facteurs premiers les nombres 42, 66, 198 et 990.

Méthode 1 : Multiples, diviseurs et critères de divisibilité

À connaître : Multiples et diviseurs

a et b sont deux entiers naturels non nuls tels que $a = b \bullet k$ (ou $a : b = k$) où k est un entier naturel. On dit que :
a est un multiple de b ou a est divisible par b ou b est un diviseur de a ou b divise a.

Exemple 1 : 1 274 est-il un multiple de 7 ? 974 est-il divisible par 8 ?

$1\,274 : 7 = 182$ donc $1\,274 = 7 \bullet 82$.
1 274 est donc un multiple de 7 (et de 82). On dit également que 1 274 est divisible par 7 (et par 82), que 7 est un diviseur de 1 274 (82 l'est aussi) ou que 7 divise 1 274 (82 divise aussi 1 274).

$974 : 8 = 121{,}75$.
121,75 n'est pas un entier naturel, 974 n'est donc pas divisible par 8. On peut dire également que 8 n'est pas un diviseur de 974 et que 974 n'est pas un multiple de 8.

À connaître : Critères de divisibilité

Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.

Exemple 2 : Détermine des diviseurs de 23 958 à l'aide des critères de divisibilité.

Le chiffre des unités de 23 958 est 8 donc 23 958 est divisible par 2 mais pas par 5 et ni par 10.

La somme des chiffres de 23 958 est $2 + 3 + 9 + 5 + 8$ soit 27. Comme 27 est divisible par 3 et par 9 donc 23 958 est divisible par 3 et par 9.

2, 3 et 9 sont donc des diviseurs de 23 958.

Exemple 3 : Établis la liste de tous les diviseurs de 75.

Pour cela, on cherche tous les produits d'entiers naturels égaux à 75.

$75 = 1 \bullet 75$
$75 = 3 \bullet 25$
$75 = 5 \bullet 15$

Un nombre est toujours divisible par 1 et par lui-même.
Les critères de divisibilité permettent de dire que 75 est divisble par 3 et 5 mais qu'il n'est pas divisible par 9 et 10.
Les divisions par 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13 et 14 ne donnant pas de quotients entiers, 75 n'est pas divisible par ces entiers.
Le diviseur suivant est 15 et on l'a déjà obtenu avec le produit $5 \bullet 15$: on peut donc arrêter la recherche.

Les diviseurs de 75 sont donc : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 et 75.

Exercices « À toi de jouer »

1 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 2 divisent le nombre 2 0#4.

2 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

3 Détermine si 847 est un mulitple de 7.

Méthode 2 : Déterminer le PGDC de deux entiers naturels (≥**)

À connaître

Le **PGDC de deux entiers naturels** est leur Plus Grand Diviseur Commun.

Exemple : Trouve les diviseurs communs à 30 et 45 puis détermine leur PGDC.

On liste les diviseurs de 30 :
1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30.

On liste les diviseurs de 45 :
1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; et 45.

Les diviseurs communs à 30 et 45 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15.
Le PGDC de 30 et 45 est donc 15, car c'est le plus grand des diviseurs communs.
On note PGDC (30 ; 105) = 15 ou PGDC (105 ; 30) = 15.

Remarque : a et b étant des entiers naturels, si b divise a alors PGDC (a ; b) = b.

Exercices « À toi de jouer »

4 4 est-il un diviseur commun à 24 et 32 ? Est-il leur PGCD ?

5 Quel est le plus grand nombre entier divisant à la fois 35 et 42 ?

Méthode 3 : Déterminer le PPMC de deux entiers naturels (≥**)

À connaître

Le **PPMC de deux entiers naturels** est leur Plus Petit Multiple Commun.

Exemple : Trouve les multiples communs à 8 et 12 puis détermine leur PPMC.

On liste les multiples de 8 :
8 ; 16 ; 24 ; 32 ; 40 ; 48 ; 56 ; 64 ; 72 ; ...

On liste les multiples de 12 :
12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; ...

Les multiples communs à 8 et 12 sont : 24 ; 48 ; 72; ...
Le PPMC de 8 et 12 est donc 24, car c'est le plus petit des multiples communs.
On note PPMC (8 ; 12) = 24 ou PPMC (12 ; 8) = 24.

Remarque : a et b étant des entiers naturels, si b divise a alors PPMC (a ; b) = a.

Exercices « À toi de jouer »

6 54 est-il un multiple commun à 9 et 3 ? Est-il leur PPMC ?

7 Quel est le plus petit entier qui est à la fois un multiple de 10 et à la fois un multiple de 15 ?

Méthode 4 : Utiliser la notation a^n (≥**)

À connaître

Pour tout nombre a non nul et tout nombre entier n positif non nul :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ facteurs}}$$

En particulier : $a^1 = a$. Par convention $a^0 = 1$. a est la base et n est l'exposant.

Exemple : Donne l'écriture décimale des nombres : 2^4 et $2^3 \cdot 3^2$

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$2^3 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 8 \cdot 9 = 72$

Exercices « À toi de jouer »

8 Donne l'écriture décimale des nombres : $A = 3^4$; $B = 3^2 \cdot 5^2$; $C = (5 \cdot 3)^2$.

Méthode 5 : Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers (≥**)

À connaître

Un entier naturel est un **nombre premier** s'il admet exactement deux diviseurs disctincts entiers et positifs (qui sont alors 1 et lui-même).

Remarque : Cette définition exclut 1, qui n'a qu'un seul diviseur entier positif.

Exemple 1 : Détermine si 27 est un nombre premier.

Pour cela on cherche s'il existe un diviseur de 27 différent de 1 et de 27.
27 n'est pas premier car 3 ou 9 sont des diviseurs de 27.

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

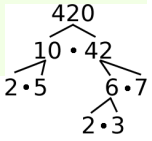
À connaître

Tout nombre entier naturel peut se décomposer de manière unique en un produit de facteurs premiers.

Exemple 2 : Donne la décomposition de 420 en produit de facteurs premiers.

$420 = 10 \cdot 42$ $10 = 2 \cdot 5$ $42 = 6 \cdot 7$ $6 = 2 \cdot 3$	On écrit le nombre comme un produit de deux entiers. Si ce n'est pas possible c'est que le nombre est premier. On recommence cette décomposition pour chacun des facteurs jusqu'à n'obtenir que des nombres premiers. On termine en mettant ensemble tous les facteurs obtenus.

$420 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$



Exercices « À toi de jouer »

9 114 est-il un nombre premier ? Et 141 ?

10 Donne la décomposition en produit de facteurs premiers de 390 et 594.

Exercices d'entraînement

Multiples et diviseurs

1 *Vocabulaire*

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

a. 4 est-il un diviseur de 28 ?

b. 32 est-il un multiple de 6 ?

c. 4 divise-t-il 18 ?

d. 35 est-il divisible par 5 ?

2 Dans chaque cas, écris quatre phrases utilisant les nombres et l'un des mots suivants : diviseur, multiple, divisible, divise.

a. 70 et 210. **b.** 186 et 15 **c.** 192 et 48.

3 *Critères de divisibilité*

Parmi les nombres : 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

a. par 2 **c.** par 5 **e.** par 10

b. par 3 **d.** par 9 **f.** par 25.

4 Parmi les nombres : 21 ; 12 ; 2 ; 619 ; 999 ; 416 ; 296 ; 540 ; 1 785, quels sont les nombres divisibles par

a. 2 ? **c.** 5 ? **e.** 10 ?

b. 3 ? **d.** 9 ? **f.** 25 ?

5 Parmi les nombres 15 ; 17 ; 58 ; 106 ; 54 ; 125 ; 105 ; 1 577 ; 204, quels sont les nombres divisibles par

a. 2 ? **c.** 5 ? **e.** 10 ?

b. 3 ? **d.** 9 ? **f.** 25 ?

6 On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme $65u$ où u représente le chiffre des unités.
Quelles sont les valeurs possibles de u pour obtenir :

a. un multiple de 2 ?

b. un nombre divisible par 3 ?

c. un nombre divisible par 9 ?

7 *Division et diviseurs*

a. Effectue la division de 126 par 7.

b. Déduis-en deux diviseurs de 126.

8 *Diviseurs*

a. Écris trois nombres divisibles par 3 mais pas par 9.

b. Écris trois multiples de 5 divisibles par 9.

c. Écris le plus grand diviseur de 36 différent de 36.

9 *Multiples*

a. Trouve des multiples à la fois de 3 et de 5. Sont-ils tous des multiples de 15 ?

b. Trouve des multiples à la fois de 3 et de 6. Sont-ils tous des multiples de 18 ?

10 *Multiples (bis)*

a. Écris trois multiples de 24 et quatre multiples de 18.

b. Trouve le plus grand multiple de 12 inférieur à 75 et le plus grand multiple de 36 inférieur à 100.

c. Cite un nombre multiple de 2 dont un diviseur est 3.

11 *Liste*

a. Trouve tous les nombres divisibles par 5 compris entre 220 et 260.

b. Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont divisibles par 3 ?

12 *Énigme*

Trouve tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

Exercices d'entraînement

13 *Décompositions*

a. Décompose 18 sous la forme d'un produit de deux facteurs entiers différents de 1.

b. Décompose 12 sous la forme d'un produit de trois facteurs entiers différents de 1.

c. Peux-tu décomposer 7 sous la forme d'un produit de deux facteurs entiers différents de 1 ? Et de 3 ?

14 *Diviseurs communs à...*

a. Quels sont les diviseurs de 12 ? Cites-les tous.

b. Quels sont les diviseurs de 15 ? Cites-les tous.

c. Quels sont les diviseurs communs de 15 et de 12 ? Pourquoi ?

15 Écris la liste de tous les diviseurs de :

a. 32 **b.** 67 **c.** 81 **d.** 144

16 *Multiples communs à ...*

a. Écris quelques multiples de 18. Peux-tu les citer tous ?

b. Écris quelques multiples de 15. Peux-tu les citer tous ?

c. Quels sont les multiples communs de 18 et de 15 ?

17 *Encadrement*

a. Encadre 55 puis 193 par des multiples consécutifs de 2.

b. Encadre 56 puis 88 par des multiples consécutifs de 3.

c. Encadre 125 puis 255 par des multiples consécutifs de 4.

Diviseurs communs, PGDC (≥**)

18 *Liste des diviseurs communs et PGDC*

Dans chaque cas, écris la liste des diviseurs communs aux deux nombres et entoure leur PGDC.

a. 12 et 8 **e.** 8 et 18 **i.** 32 et 25

b. 8 et 10 **f.** 12 et 20 **j.** 56 et 84

c. 2 et 6 **g.** 15 et 45 **k.** 55 et 75

d. 6 et 9 **h.** 27 et 18 **l.** 124 et 1

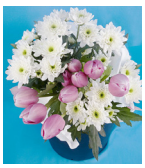
19 *Nombre de joueurs*

Dans un jeu, 180 jetons noirs et 120 jetons blancs doivent être tous répartis entre les joueurs. Tous les joueurs doivent avoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

a. Peut-il y avoir vingt joueurs ? Neuf joueurs ?

b. Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donne toutes les possibilités.

20 *Chez le fleuriste*



Un fleuriste dispose de 30 marguerites et de 24 tulipes. Il veut composer des bouquets contenant le même nombre de fleurs de chaque sorte en utilisant toutes ses fleurs.

Combien de bouquets peut-il réaliser ? Quelle est la composition de chaque bouquet ? Donne toutes les possibilités.

21 *Le pâtissier*

Un pâtissier dispose de 75 pommes, 50 oranges et 100 poires. Afin de préparer des tartes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques. Calcule le nombre de tartelettes et indique leur composition.

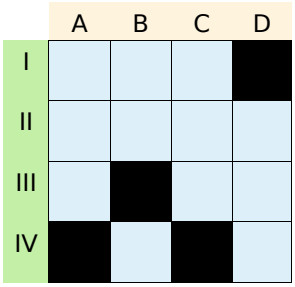
Exercices d'entraînement

22 *Carrelage*

Dans une salle de bain, on veut recouvrir le mur se trouvant au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible. Détermine la longueur, en centimètres, du côté d'un carreau de faïence sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

23 *Nombres croisés*

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.



Horizontalement

I : PGDC(125 ; 250).
II : Ce nombre est un multiple de 9.
III : Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10 -- Ce nombre est divisible par 5.
IV : Le reste de la division euclidienne de 121 par 8 -- Le quotient dans celle de 245 par 112.

Verticalement

A : Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres.
B : Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10 -- Diviseur commun à tous les entiers.
C : Le chiffre des centaines est 5, celui des unité 4 et c'est le PGDC(1 542 ; 3 598).
D : 3 est un diviseur de ce nombre.

Multiples communs, PPMC (≥**)

24 *PPMC*

Dans chaque cas, donne le PPMC

a. 2 et 6
b. 12 et 8
c. 15 et 20
d. 20 et 30
e. 18 et 24
f. 48 et 36
g. 14 et 35
h. 18 et 20
i. 36 et 60

25 Jeu de carte

On sait d'un jeu de cartes qu'il possède un nombre de cartes qui est un mulitple de 4 et de 5.

a. Peut-il y avoir cinquante cartes ? vingt cartes ?

b. Combien le paquet peut-il avoir de cartes ? Donne toutes les possibilités inférieures à 100.

26 Marguerite

Marguerite reçoit pour son anniversaire un sac plein de bulbes de fleurs à planter. Le même jour, Marguerite cherche une place dans son jardin pour y planter ses bulbes. Si elle les plante par rangées de trois, il lui en reste un. En rangées de quatre, il lui en reste zéro. En rangées de cinq, il lui en reste zéro. En rangées de sept, il lui en reste zéro.

a. Explique pourquoi le nombre de bulbes doit être un multiple commun de 4, 5 et 7.

b. Comment choisir le nombre de bulbes de fleurs pouvant être dans le paquet pour satisfaire toutes les conditions ?

27 Les trains

Deux trains partent en même temps de la gare d'Aigle. Le train A qui part en direction de Leysin met environ 60 minutes pour faire l'aller et retour. Le train B qui part en direction des Diablerets met environ 80 minutes pour faire l'aller et retour. Si les conducteurs se disent bonjour à 8h le matin à la gare d'Aigle, quelle heure sera-t-il la prochaine fois qu'ils pourront se saluer à la gare d'Aigle ?

Puissance d'un nombre (≥**)

28 *Vocabulaire*

Voici une liste de mots : base, exposant, puissance, facteurs, produit. Recopie chaque phrase en la complétant par le mot qui convient.

a. 3^7 se lit « 3 ... 7 ».

b. 5^4 est le ... de quatre ... tous égaux à 5.

c. 8 est l'... de 6^8 et 6 est la ... .

d. Le ... de six ... égaux s'écrit sous la forme d'une ... d'... 6.

Exercices d'entraînement

29 *D'une écriture à l'autre*

a. Écris en toutes lettres : 3^4 ; 2^3 et $7{,}1^9$.

b. Écris en expressions mathématiques :

- huit puissance neuf
- trois puissance cinq
- quatre au cube
- sept au carré

30 *Notations puissance*

Recopie et complète chaque expression par le (ou les) exposant(s) manquant(s) :

a. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^{\cdots}$

b. $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}1^{\cdots}$

c. $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots}$

d. $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} \cdot 5^{\cdots}$

31 *Décomposition*

Décompose chaque expression comme dans l'exercice 30 :

a. 2^4 **c.** $0{,}1^5$ **e.** $3^2 \cdot 5^3$

b. 7^2 **d.** $1{,}2^2$ **f.** $10^2 \cdot 6^1$

32 Décompose puis donne l'écriture décimale sans l'aide de calculatrices.

a. 2^4 **d.** $1{,}2^2$ **g.** 17^1

b. 7^2 **e.** 1^5 **h.** 12^0

c. $0{,}1^3$ **f.** 0^4 **i.** 10^3

33 *Calculatrice*

Donne l'écriture décimale en calculant à la calculatrice :

a. 2^{14} **b.** 17^7 **c.** 8^{11} **d.** $1{,}2^6$

Nombres premiers et décompositions (≥**)

34 *Produit de puissances*

Écris les nombres suivants sous la forme d'un produit :

a. de puissances de 2 et de 5 :

A = 2 • 2 • 5 • 5 • 5 • 2 • 2 • 5 • 5

B = 25 • 10 • 5 • 8 C = 625 • 512

b. de puissances de 2, de 3 et de 7 :

D = 2 • 2 • 2 • 3 • 7 • 7F = 12 • 21 • 49

E = 32 • 21 • 12 G = 42

35 *Drôles de dames...*

Nefissa a trouvé une décomposition de 500 en un produit de 3 facteurs : 500 = 2 • 25 • 10. Ivete affirme qu'elle a trouvé des décompositions avec plus de facteurs. Donne toutes les décompositions qu'Ivete a pu trouver.

36 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers ?

a. 25 **d.** 4 **g.** 56 **j.** 31

b. 17 **e.** 99 **h.** 19 **k.** 88

c. 36 **f.** 27 **i.** 12 **l.** 1

37 *Produit de facteurs premiers*

Donne la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants.

a. 96 **d.** 252 **g.** 420

b. 220 **e.** 360 **h.** 480

c. 245 **f.** 405 **i.** 891

Exercices d'approfondissement

38 *Divisibilité par 4 et 100*

Un nombre est divisible par 4 si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Un nombre est divisible par 100 si et seulement si ses deux derniers chiffres sont 0.

Parmi les nombres

21 ; 12 ; 2 ; 619 ; 120 ; 416 ; 296 ; 540 ; 1700,

quels sont les nombres divisibles par

a. 4 ? **b.** 100 ?

39 *Pair*

Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

40 *Séminaire*

Lors d'un séminaire, 324 personnes doivent se répartir dans divers ateliers. Tous les ateliers doivent avoir le même effectif, compris entre 30 et 60 personnes. Quelles sont les différentes possibilités ?

41 *Nombres parfaits*

a. Écris la liste de tous les diviseurs de 6.

b. Calcule la somme de tous ces diviseurs à l'exception de 6.

c. Que remarques-tu ? On appelle nombre parfait tout entier qui a cette particularité.

d. Vérifie que 496 est un nombre parfait.

e. Trouve tous les nombres parfaits compris entre 20 et 30.

42 Trouve les nombres entiers de trois chiffres multiples de 5 dont la somme des chiffres est 21.

43 Les trois filles

Dans une famille, il y a trois filles. La somme de leurs âges est 13 et le produit est 36.

Quel est l'âge de chaque fille ? Trouve toutes les possibilités.

44 *(≥**) Pages*

Deux livres ont respectivement 160 et 192 pages. Chacun de ces livres est formé de fascicules ou cahiers, qui ont tous un même nombre de pages, compris entre 30 et 50.

a. Quel est le nombre de pages d'un cahier ?

b. Quel est le nombre de cahiers qui composent les deux livres ?

45 *(≥**) Tempête*

Des poteaux téléphoniques étaient plantés le long d'une route, sur une ligne droite et régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres.

Après une tempête, il n'en reste plus que trois : le premier et le dernier puis un autre situé entre les deux, à 345 m du premier et 184 m du dernier. Un technicien arrivé sur les lieux estime le nombre de poteaux tombés à plus de 10 mais à moins de 100 ! Combien de poteaux sont-ils tombés ?

46 *(≥**) Arbres*

Un terrain rectangulaire a pour dimensions 168 m et 294 m. Sur ses côtés, on veut planter des arbres régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Il doit y avoir un arbre à chaque coin du terrain.

Quel est le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter ?



Exercices d'approfondissement

47 *(≥**) Piscine*

Une piscine rectangulaire mesure 3,36 m par 7,80 m et a une profondeur de 1,44 m. On désire la carreler avec des carreaux carrés tous identiques. Le carreleur ne veut pas faire de découpes de carreaux mais préfère les grands carreaux, plus faciles à poser. Son fournisseur a toutes les tailles de carreaux en nombre entier de centimètres.

a. Quelle taille de carreaux doit-il commander ? Prendre la plus grande mesure possible.

b. Son fournisseur vend les carreaux par lot de 100. Combien de lots doit-il commander ?

48 *Sacrée collection !*



Abdel dit à Doris : « J'ai plus de 400 DVD mais moins de 450 ! En les groupant par 2 ou par 3 ou par 4 ou par 5, c'est toujours la même chose, il m'en reste un tout seul ! ». Combien Abdel a-t-il de DVD ?

49 *Escalier*

Le nombre de marches d'un escalier est compris entre 40 et 80.

- Si on compte ces marches deux par deux, il en reste une.
- Si on les compte trois par trois, il en reste deux.
- Si on les compte cinq par cinq, il en reste quatre.

Quel est le nombre de marches de cet escalier ?

50 *(≥**) La numération moderne*

$3 \bullet 10^3 + 2 \bullet 10^2 + 8 \bullet 10^1 + 4 \bullet 10^0$ est la décomposition en base « dix » de 3 284. Décompose les nombres 5 348 et 4 367 214 en base « dix ».

51 *Les limites de la calculatrice*

a. Avec la calculatrice, donne un ordre de grandeur du produit de 987 654 par 876 534.

b. Calcule le résultat exact de ce produit.

52 *(≥**) L'unité d'enregistrement informatique*

En informatique, on utilise une unité d'enregistrement appelée « octet ».

a. Calcule avec ta calculatrice la valeur des expressions suivantes :

$A = 2^{10}$ octets, $B = 2^{20}$ octets $C = 2^{30}$ octets.

b. Explique pourquoi l'expression A est généralement appelée « 1 kilooctet ». On note $A \approx 1$ ko (10^3 octets). Par approximation, on écrit A = 1 ko.

c. De même B est appelé « 1 Mégaoctet » (1 Mo) et C « 1 Gigaoctet » (1 Go). Indique par quelles puissances de 10, se traduisent les préfixes « méga » et « giga » ?

53 *(***) Multiple et diviseur*

a. À l'aide de la calculatrice retrouve les nombres entiers positifs non nuls n, m et p tels que :

$349\,272 = 2^n \bullet 3^m \bullet 7^p \bullet 11$

b. À l'aide de la calculatrice retrouve les nombres entiers positifs non nuls r, s et t tels que :

$36\,288 = 2^r \bullet 3^s \bullet 7^t$

c. On considère :

$N = 2^3 \bullet 3^3 \bullet 7$

Sans calculer la valeur de N, montre que N est un diviseur commun à 349 272 et à 36 288.

d. On considère :

$M = 2^6 \bullet 3^4 \bullet 7^2 \bullet 11$

Sans calculer la valeur de M, montre que M est un multiple commun à 349 272 et à 36 288.

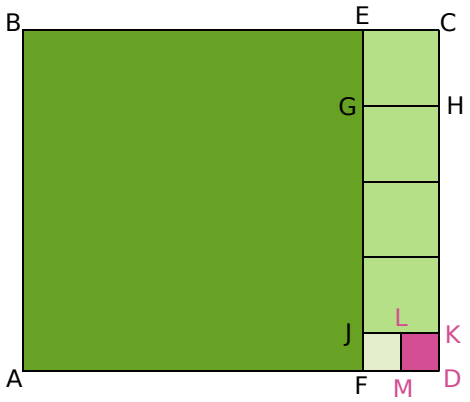
Travail de recherche

1 Méthode géométrique de calcul du PGDC (≥**)

1re Partie : Découverte de la méthode

Dans cette partie, nous allons illustrer le calcul du PGDC de 18 et 22 par une figure géométrique.

On commence par construire un rectangle ABCD tel que AB = 18 et BC = 22. On construit ensuite le carré ABEF. Dans la surface restante représentée par le rectangle ECDF, on peut placer quatre carrés de côté EC. On construit ensuite le carré JLMF et on constate que la surface restante est l'intérieur d'un carré : LKDM.



a. Chaque membre du groupe reproduit cette figure en choisissant un carreau ou 1 cm comme unité.

b. Chaque membre calcule le PGDC de 18 et 22.

c. À quelle longueur correspond le PGDC de 18 et 22 ?

2e Partie : Quelques autres exemples

d. Chaque membre détermine le PGDC de 12 et 45 par la méthode géométrique (sur une feuille à petits carreaux).

e. Chaque membre vérifie son résultat en calculant le PGDC de 12 et 45 par la méthode des soustractions successives.

f. Chaque membre choisit un nombre entre 10 et 20 et un autre nombre entre 40 et 50. Il donne ses deux nombres à son voisin de droite qui doit déterminer leur PGDC par la méthode géométrique (sur une feuille à carreaux).

2 Dans le coeur des micros (≥**)

1re Partie : Parlons chiffre

En informatique, on utilise seulement des 0 et des 1 pour coder les nombres. On travaille avec un système de numération binaire.

Écriture binaire	Écriture décimale	Lien entre les deux écritures
1	1	$1 \cdot 2^0$
10	2	$1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
11	3	$1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
100	4	$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

a. Observez bien la table de correspondance précédente puis déterminez l'écriture en binaire des entiers inférieurs à 10.

b. Reproduisez la feuille de calcul suivante sur un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre en binaire							
2	0	1	1	1	1	1	0	1
3	Nombre en écriture décimale						...	

Programmez en G3 le calcul nécessaire pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre en binaire.

2e Partie : La table ASCII

L'unité d'enregistrement en informatique est le **bit**, symbolisé par un 0 ou un 1. Un **octet** correspond à une suite de huit bits, par exemple 0100 1101.

c. Combien de nombres peut-on écrire avec un octet ?

Pour coder la centaine de caractères présents sur un clavier, on les numérote de 0 à 255 et on les code à l'aide d'un octet. La table qui permet de mettre en correspondance un caractère et le nombre entre 0 et 255 s'appelle la **table ASCII**. Récupérez-la sur Wikipedia.

d. Retrouvez l'écriture décimale du nombre 0100 0001. À quelle lettre correspond-il ?

e. À l'aide de la question **a.**, retrouvez l'écriture en binaire des codes des autres lettres de l'alphabet.

f. Choisissez alors quatre mots de moins de dix lettres, codez-les en binaire puis demandez aux autres groupes de les retrouver. Faites de même avec les mots qui vous auront été donnés.

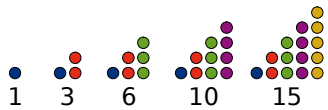
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	84 est divisible par ...	5	9	2	3
2	150 est divisible par ...	3	2	5	10
3	435 est ...	un multiple de 5	un diviseur de 5	divisible par 5	Un multiple de 3
4	17 est ...	un diviseur de 3 672	un multiple de 17	le seul diviseur de 17	un multiple de 8,5
5	Retrouve la (ou les) affirmation(s) vraie(s) :	Tout nombre entier est un multiple de 0	Il existe toujours au moins un diviseur commun à deux entiers	La liste des diviseurs d'un entier est infinie	Un nombre entier est toujours divisible par lui-même
(≥**) 6	15 est ...	un diviseur commun à 30 et 45	le PGDC de 30 et 45	le plus grand multiple commun à 3 et 5	le plus grand des diviseurs communs à 60 et 135
(≥**) 7	Le PGCD de 12 et 18 est...	1	6	2	0
(≥**) 8	24 est ...	le PPMC de 6 et 4	un multiple commun à 8 et 6	le PPMC de 8 et 6	un multiple de 48
(≥**) 9	5^3 = ...	15	8	125	03:05:00
(≥**) 10	51 est ...	un nombre premier	un multiple de 7	divisible par 17	un diviseur de 102
(≥**) 11	Dans 4^3, 3 est	la base	l'exposant	la puissance	le facteur
(≥**) 12	La décomposition en produits de facteurs premiers de 84 possède ...	3 facteurs distincts	le facteur 2^3	4 facteurs	deux facteurs premiers

Récréation mathématique

Nombres triangulaires

Ci-dessous, les cinq premiers nombres « triangulaires » :



a. Quel est le millième ?

b. Que remarques-tu lorsque tu additionnes deux nombres triangulaires consécutifs ?

Geôle

Dans un donjon, vingt cellules numérotées de 1 à 20 sont fermées à clé. Ces cellules s'ouvrent et se ferment en un tour de clé.

Alors que les prisonniers dorment à poings fermés, un premier gardien, les pensant ouvertes, met un tour de clé à toutes les cellules.
Peu après, un deuxième gardien met un tour de clé à toutes les cellules dont le numéro est multiple de 2.
Arrive ensuite un troisième gardien qui met un tour de clef à toutes les cellules dont le numéro est un multiple de 3 !
Et ainsi de suite...
Au final, vingt gardiens se sont succédés !

a. Quels sont les numéros des cellules dont les prisonniers vont facilement pouvoir s'évader ?

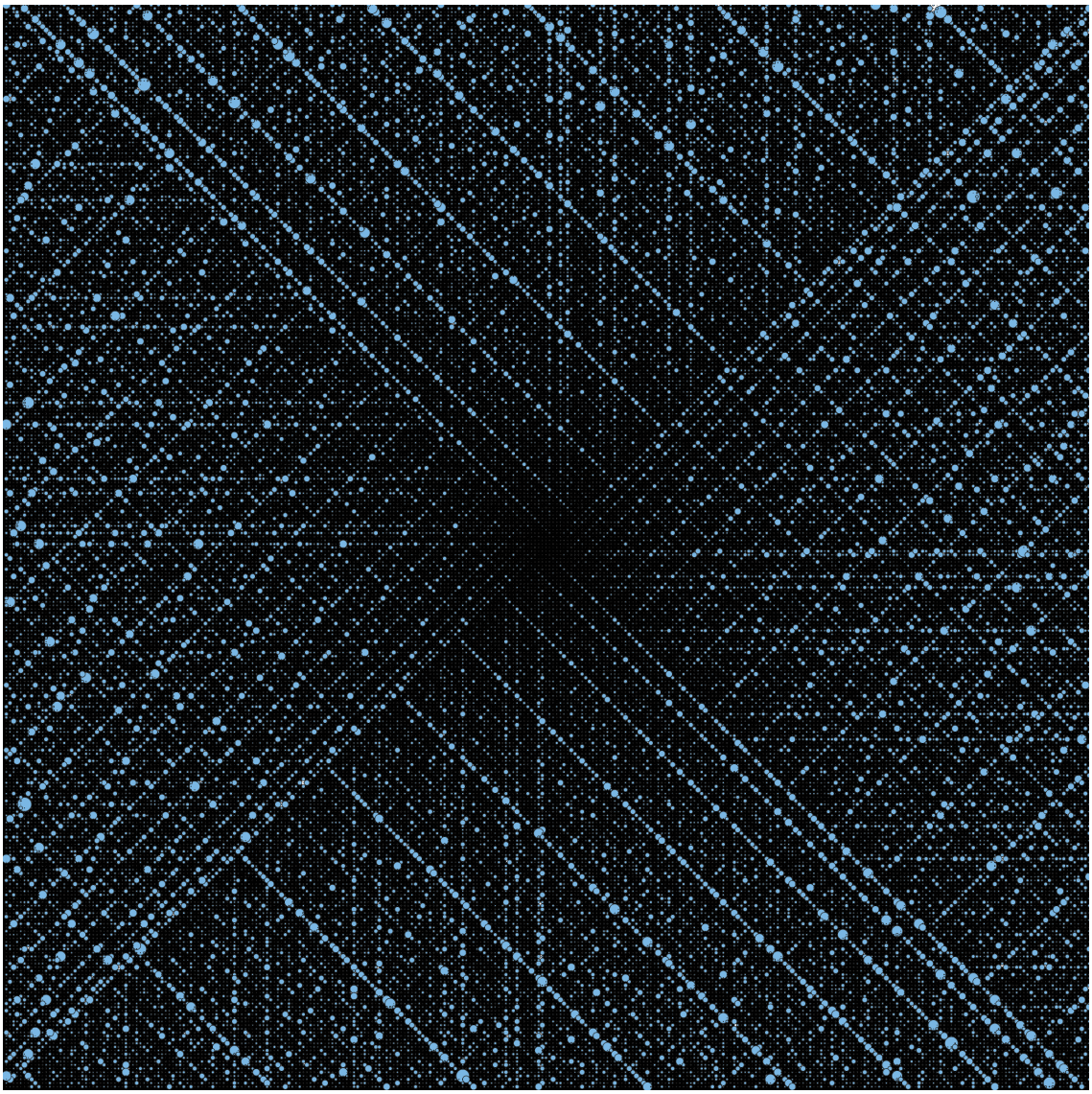
b. Reprends le même problème avec 500 cellules et 500 passages de gardiens !! Justifie ta réponse.

La spirale d'Ulam des diviseurs (source Wikipedia)

En mathématiques, la spirale d'Ulam, ou spirale des nombres premiers est une méthode simple pour la représentation des nombres premiers qui révèle un motif qui n'a jamais été pleinement expliqué. Elle fut découverte par le mathématicien S. M. Ulam, lors d'une conférence scientifique en 1963. Il obtient une grille régulière de nombres, démarrant par un 1 au centre, et spiralant vers l'extérieur comme ceci :

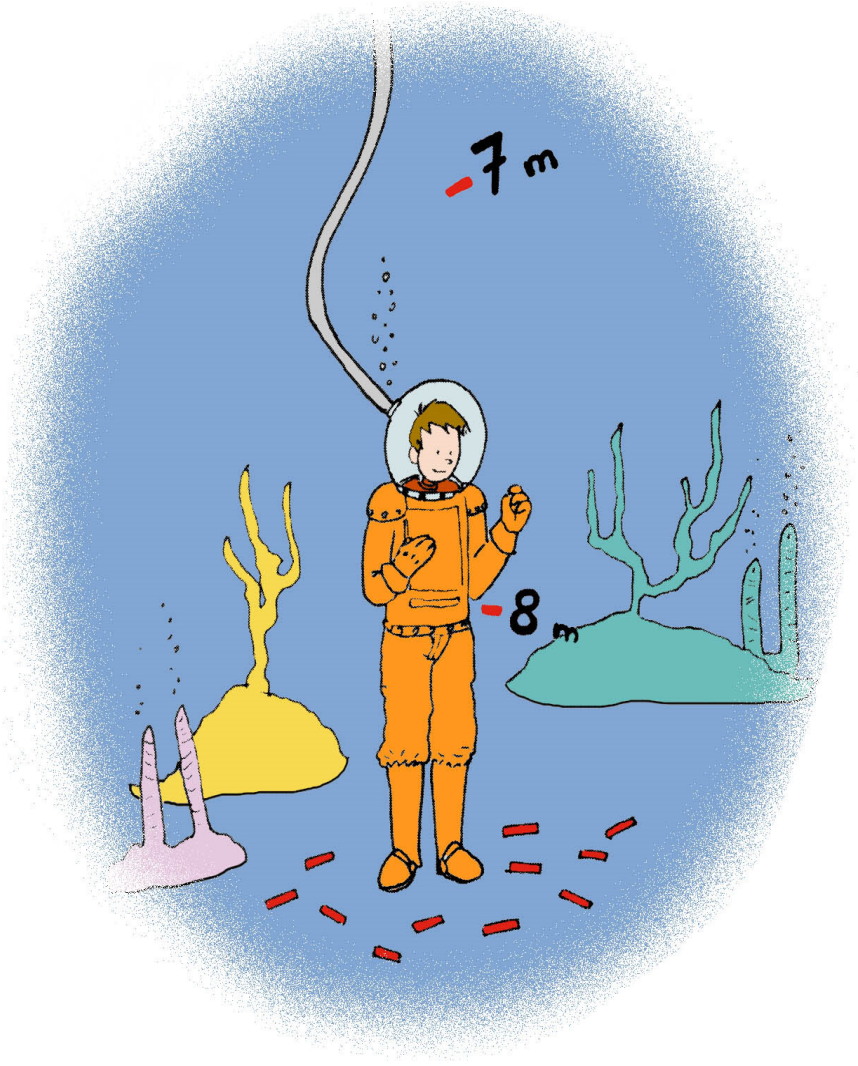
64	63	62	61	60	59	58	57
37	36	35	34	33	32	31	56
38	17	16	15	14	13	30	55
39	18	5	4	3	12	29	54
40	19	6	1	2	11	28	53
41	20	7	8	9	10	27	52
42	21	22	23	24	25	26	51
43	44	45	46	47	48	49	50

Ensuite on trace au-dessus de chaque nombre, un point dont la grosseur dépend de son nombre de diviseurs. La figure ci-dessous a été obtenue à partir de 90 000 premiers entiers naturels.



Nombres relatifs

5



Narration de recherche

En 2050, un libraire achète un exemplaire de la première édition des cahiers Sésamath Suisse Romande pour 50 CHF.

Un acheteur se présente et le lui rachète 60 CHF. Rongé par les remords d'avoir laissé filer une si belle pièce, le libraire le rappelle et le lui rachète à son tour 70 CHF.

Mais ayant besoin d'argent, il le revend à un autre client 80 CHF. Combien d'argent le libraire a-t-il gagné ?

Activité 1 : De nouveaux nombres

1. 1ère approche

a. Trace une demi-droite graduée d'origine le point O en prenant le centimètre comme unité. Place les points A(3), B(4) et D(9).

b. Construis le point C tel que A soit le milieu du segment [BC]. Quelle est l'abscisse du point C ?

c. On veut placer le point E tel que A soit le milieu du segment [DE]. Que constates-tu ? Comment compléter cette graduation pour résoudre complètement ce problème ? Quelle est alors l'abscisse du point E ?

2. 2ème approche

Ce matin, il faisait très froid. La température a augmenté de 5°C, il fait maintenant 3°C.

a. Pour trouver la température de ce matin, nous allons tester différentes valeurs. Recopie puis complète le tableau ci-contre :

Température du matin (+ 5)	Température actuelle
5	
3	
1	
0	

b. Les différentes valeurs testées répondent-elles au problème ? En conséquence, la température du matin peut-elle être supérieure à 0 ?

c. Quelle était alors la température ce matin ?

3. Utilisation de ces nouveaux nombres

Dans quelles circonstances de la vie quotidienne as-tu rencontré des nombres possédant un signe + ou – ? Donne des exemples en histoire, en physique ou dans d'autres domaines.

Activité 2 : Opposés ?

a. Trace une droite graduée d'origine O en prenant le centimètre comme unité.

b. Place les points A et C d'abscisses respectives + 3 et – 6.

c. Place :

- le point B tel que O soit le milieu du segment [AB] ;
- le point D tel que O soit le milieu du segment [CD].

d. Reproduis et complète le tableau ci-contre :

Point	A	B	C	D
Abscisse du point	+ 3		– 6	
Distance du point à l'origine O (en centimètres)				

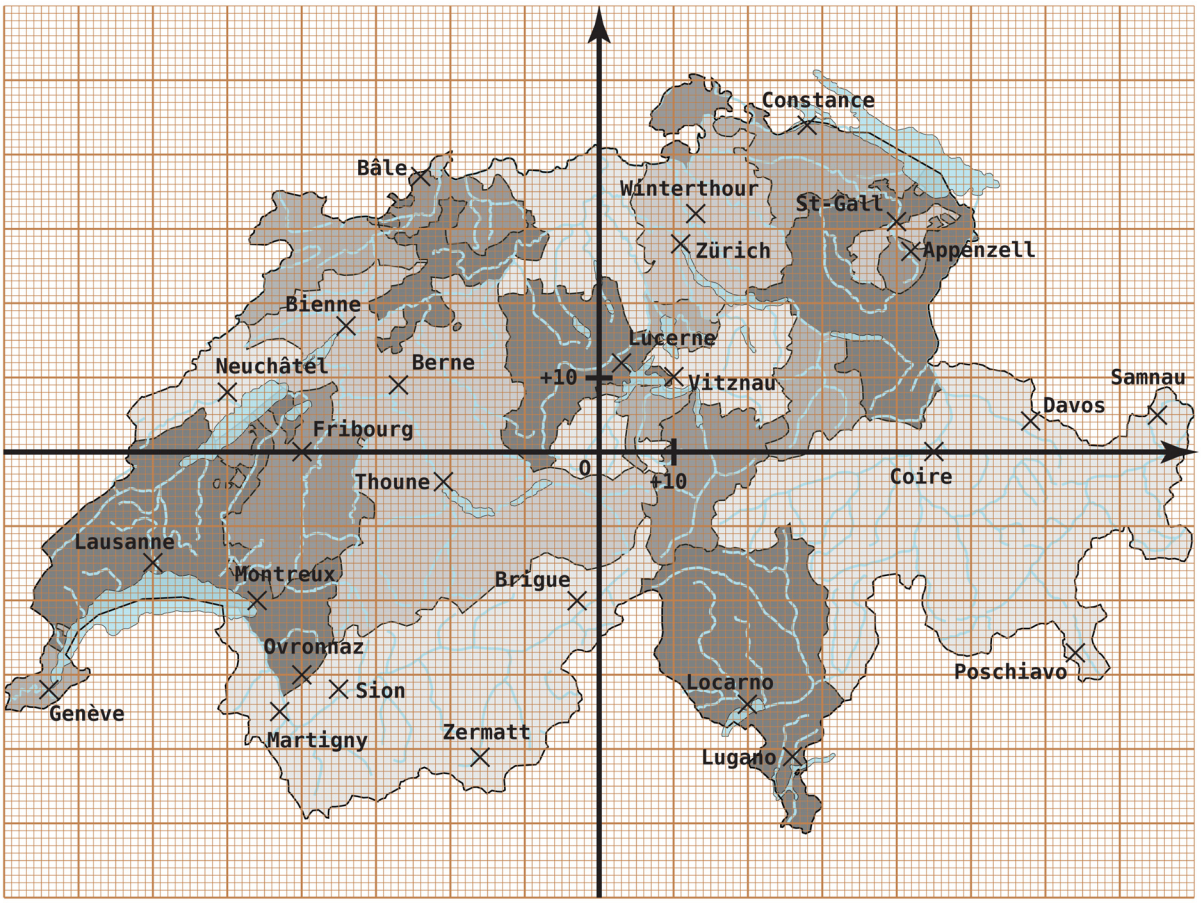
On dit que : « La **valeur absolue** d'un nombre relatif correspond à la distance entre l'origine O et le point qui a pour abscisse ce nombre. ».

e. Donne la valeur absolue des nombres relatifs suivants : + 7 ; – 4 ; (≥**) – 6,2 ; + 17,8.

f. Donne deux nombres différents qui ont la même valeur absolue. Que constates-tu ? Quel adjectif peux-tu utiliser pour qualifier ces deux nombres ?

Activité 3 : Manque de repères ?

On a dessiné un repère du plan sur une carte de Suisse. L'origine de ce repère est la ville de Kerns dans le canton d'Obwald, représentée par le point O. *(source de la carte de Suisse : Pymouss, Wikipedia)*



Le professeur propose de chercher les coordonnées de Locarno qui permettent de la situer par rapport au point O dans ce repère. Voici les réponses de trois élèves de la classe :

- Dylan dit : « Les coordonnées de Locarno, c'est + 20. » ;
- Julia dit : « Les coordonnées de Locarno sont d'abord + 20 puis – 34. » ;
- Medhi dit : « Les coordonnées de Locarno sont d'abord – 34 puis + 20. ».

a. Dylan a-t-il donné suffisamment d'informations pour repérer la ville de Locarno ? Dans un repère du plan, combien de nombres sont nécessaires pour repérer un point ?

b. Les réponses de Julia et Medhi manquent de précision. Pourquoi ? Réécris celles-ci afin qu'elles soient complètes.

Pour écrire les coordonnées d'un point, on écrit d'abord le nombre qui se lit sur l'axe horizontal puis le nombre qui se lit sur l'axe vertical, en les mettant entre parenthèses et en les séparant par un point-virgule.

c. Écris les coordonnées de Genève, Lausanne, Neuchâtel, Zürich, Fribourg et Poschiavo.

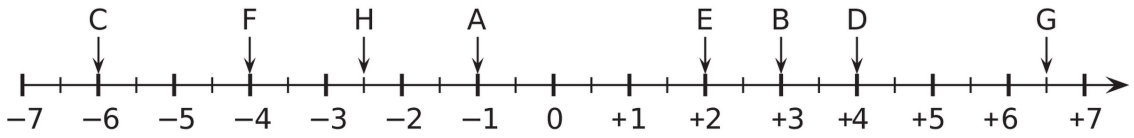
d. Donne le nom des villes dont les coordonnées sont : (+ 45 ; 0) ; (+ 40 ; + 31) ; (– 27 ; + 9) et (– 35 ; – 32).

e. Quand on va d'Ouest en Est, que remarques-tu concernant le premier nombre des coordonnées ? Quand on va du Nord vers le Sud, que remarques-tu concernant le deuxième nombre des coordonnées ?

f. Fabien donne les coordonnées d'une ville du quart Nord-Est : (– 13 ; + 32). Luciana lui dit qu'il y a forcément une erreur. Pourquoi ? Corrige l'erreur de Fabien et cite la ville dont il voulait parler.

Activité 4 : Comparaison de nombres relatifs

Sur l'axe gradué ci-dessous, on a placé les points A à H.



a. Lorsqu'on parcourt l'axe gradué de gauche à droite, comment sont rangées les abscisses des points ? Donne les abscisses des points A à F et (≥**) celles de G et H.

b. En observant l'axe gradué, recopie en remplaçant les .... par < ou >.

– 6 .... – 1	– 1 .... + 2	– 1 .... – 4
+ 3 .... – 6	+ 2 .... + 4	– 4 .... – 6
+ 4 .... – 6	+ 4 .... + 3	(≥**) – 2,5 .... + 6,5

c. Entoure en rouge les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres positifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres positifs. Tu utiliseras l'expression « valeur absolue » pour rédiger cette règle.

d. Entoure en bleu les cas pour lesquels tu as comparé un nombre positif et un nombre négatif. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer un nombre positif et un nombre négatif.

e. Entoure en vert les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres négatifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres négatifs. Tu utiliseras l'expression « distance à zéro » pour rédiger cette règle.

Méthode 1 : Savoir utiliser le vocabulaire

À connaître : Nombres relatifs

Un **nombre relatif positif** s'écrit avec le signe + ou sans signe.
Un **nombre relatif négatif** s'écrit avec le signe –.
0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.
Deux nombres relatifs qui ne diffèrent **que** par leur signe sont **opposés**.

Exemple : Quel est le signe du nombre – 3 ? Quel est son opposé ?

Le signe de – 3 est –, il est négatif. Son opposé est + 3 que l'on écrit aussi 3.

Exercices « À toi de jouer »

1 Donne le signe des nombres relatifs suivants :

+ 1235 ; – 587 ; 0 ; – 1 ; (≥**) 3,5 ; – 0,001

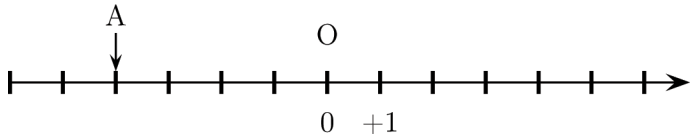
2 Donne l'opposé des nombres relatifs suivants :

– 2 531 ; 0 ; 1 245 ; (≥**) – 0,03 et 0,003.

Méthode 2 : Repérer un point sur une droite graduée

À connaître

Tout point d'une droite graduée est repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**.



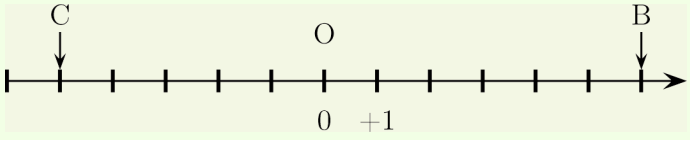
Exemple 1 : Sur la droite graduée ci-dessus, lis l'abscisse du point A.

Le point A est à gauche de l'origine :
son abscisse est donc négative.
La distance du point A au point O est 4.
} donc l'abscisse du point A est – 4.

Exemple 2 : Trace une droite graduée et place les points B(+ 6) et C(– 5)

L'abscisse du point B est + 6 donc
- Son abscisse est positive : le point B est donc à droite de l'origine.
- Sa distance à l'origine est de 6 unités.

L'abscisse du point C est – 5 donc
- Son abscisse est négative : le point C est donc à gauche de l'origine.
- Sa distance à l'origine est de 5 unités



Exercices « À toi de jouer »

3 Trace une droite graduée d'origine O, une unité valant 2 cm. Places-y les points A, B, C, D et (≥**) E, F d'abscisses respectives + 3 ; – 2 ; + 5 ; – 3 et – 1,5 ; + 2,5. Que peux-tu dire des abscisses de A et D ?

Méthode 3 : Trouver la valeur absolue d'un nombre relatif

À connaître

La **valeur absolue** d'un nombre relatif est le nombre sans son signe.
Sur une droite graduée, cela correspond à la distance entre l'origine et le point qui a pour abscisse ce nombre.

Exemple : Donne la valeur absolue du nombre – 2.

La valeur absolue du nombre – 2 est 2.

Exercices « À toi de jouer »

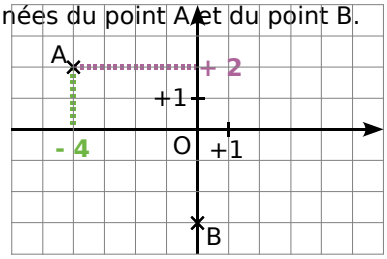
4 Donne la valeur absolue des nombres suivants : + 5 ; – 7 ; (≥**) + 64,78 et – 123,4.

Méthode 4 : Repérer un point dans un plan

À connaître

Dans un plan muni d'un repère, tout point est repéré par un couple de nombres relatifs appelé ses **coordonnées** : la première est l'**abscisse** et la seconde est l'**ordonnée**.

Exemple 1 : Lis les coordonnées du point A et du point B.

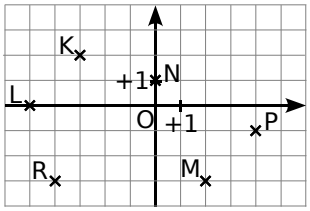


Pour lire les coordonnées du point A, on repère l'abscisse de A sur l'axe horizontal puis on repère l'ordonnée de A sur l'axe vertical. On conclut en donnant l'abscisse puis l'ordonnée : A (– 4 ; + 2).

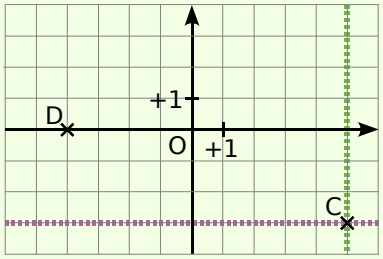
Le point B appartient à l'axe des ordonnées donc son abscisse est 0. Ses coordonnées sont (0 ; – 3).

Exercices « À toi de jouer »

5 Sur la figure ci-contre, lis les coordonnées des points K, L, M, N , P et R.



Exemple 2 : Dans un repère place les points C(5 ; – 3) et D(– 4 ; 0).



Pour placer le point C, on repère tous les points d'abscisse + 5 (ligne verte) puis on repère tous les points d'ordonnée – 3 (ligne violette). On place le point C à l'intersection des deux lignes.

L'ordonnée du point D est 0 donc le point D appartient à l'axe des abscisses.

Exercices « À toi de jouer »

6 Trace sur ton cahier un repère d'origine O. L'unité de longueur est le centimètre sur les deux axes. Place les points suivants :

a. E(+ 2 ; + 3)

b. F(– 2 ; – 3)

c. G(+ 2 ; – 3)

d. H(– 2 ; 3)

Méthode 5 : Comparer deux nombres relatifs

À connaître

Deux nombres relatifs positifs sont rangés dans l'ordre de leur valeur absolue.
Un **nombre relatif négatif** est inférieur à un **nombre relatif positif**.
Deux nombres relatifs négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur valeur absolue.

Exemple : Compare les nombres : – 9 et – 7.

– 9 et – 7	⟶	On veut comparer deux nombres relatifs négatifs.
9 > 7	⟶	On détermine les valeurs absolues de – 9 et de – 7 puis on les compare.
– 9 < – 7	⟶	On range les nombres – 9 et – 7 dans l'ordre inverse de leur valeur absolue.

Exercices « À toi de jouer »

7 Compare les nombres suivants :

a. + 5 et + 9;

b. – 3 et + 8

c. – 6 et – 12

d. – 5 et – 9

e. (≥**) 5,1 et – 5,3

f. (≥**) – 6,2 et – 6,4

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

a. + 12 ; 0 ; – 7 ; – 5 ; + 5 ;

b. – 8 ; + 10 ; – 14 ; – 21 ; + 3 ; – 1

c. (≥**)– 24 ; – 2,4 ; 2,4 ; 0 ; – 4,2 ; – 4 ;

d. (≥**) – 2,4 ; + 2,3 ; – 2,42 ; + 2,33 ; – 3,23.

Exercices d'entraînement

Vocabuaire

1 *Dans la vie courante*

Donne des exemples de la vie courante pour lesquels on utilise :

a. des nombres entiers relatifs ;

b. des nombres relatifs non nécessairement entiers.

2 *Interprétation*

Parmi la liste de mots suivants, quels sont ceux qui peuvent « se traduire » à l'aide :

a. d'un nombre relatif positif ?

b. d'un nombre relatif négatif ?

c. du nombre relatif « 0 » ?

Diminuer, croître, soldes, monter, croissance, recul, freiner, augmenter, déclin, progression, ajouter, hausse, maigrir, ôter, dépense, régression, stable, descendre, accélérer, baisse, centupler, fixe, atténuer, constant, restreindre, chute, ascendant, amoindrir, stagnation.

3 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots proposés : positif ; négatif ; plus ; relatif ; opposé.

a. – 4 est un nombre ... .

b. Un nombre ... ... peut s'écrire sans le signe ...

c. L'... d'un nombre relatif ... est un nombre relatif ... .

d. + 3 est l'... de – 3.

4 *l'opposé de l'opposé*

a. Recopie et complète le tableau suivant :

Nombre	5		0	– 27	
Opposé du nombre		– 2			
Opposé de l'opposé du nombre					10

b. Que peux-tu dire de l'opposé de l'opposé d'un nombre relatif ?

5 *Classement*

Soient les nombres relatifs suivants :

– 7,8 ; – 0,07 ; $-\frac{27}{5}$; + 13 ; – 0 ; 0,0001 ; 0 ; + 2005 ; 18,43 ; – 7,3 ; + 1979.

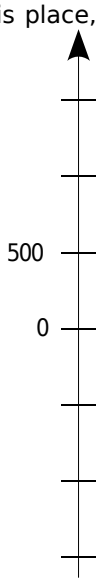
Classe ces nombres relatifs en deux catégories :

- les négatifs ;
- les positifs.

Quel(s) nombre(s) se trouve(nt) dans les deux catégories ?

6 *Hauteurs et profondeurs*

Sur ton cahier, reproduis l'axe gradué ci-contre sur lequel 1 cm correspond à 500 m puis place, le plus précisément possible, les hauteurs et profondeurs suivantes :



- **A** : le Chasseral est un sommet du Jura qui est situé à 1 607 mètres d'altitude ;
- **B** : le Tibet est le plus haut plateau du monde avec une altitude moyenne de 4 500 m ;
- **C** : la Mer Morte en Asie a une profondeur de 349 m ;
- **D** : le cachalot peut plonger jusqu'à 700 m pour se nourrir ;
- **E** : la hauteur de la tour Eiffel est 324 m.

7 On considère un immeuble comportant un rez-de-chaussée et cinq étages ainsi qu'un parking en sous-sol avec deux niveaux.

Dessine le panneau de commandes de l'ascenseur de cet immeuble.

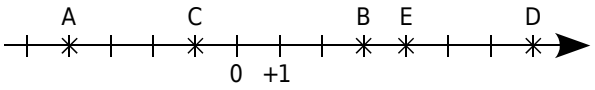
Exercices d'entraînement

Repérage sur une droite

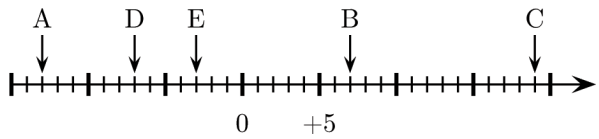
8 *Abscisses*

Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E :

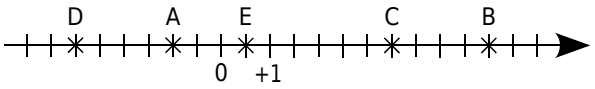
a.



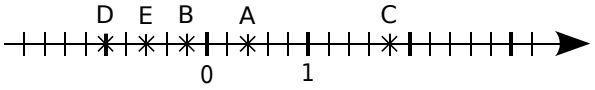
b.



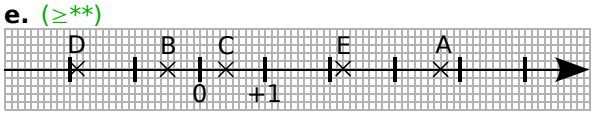
c. (≥**)



d. (≥**)



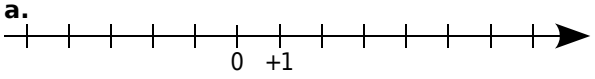
e. (≥**)



9 *Placements de points*

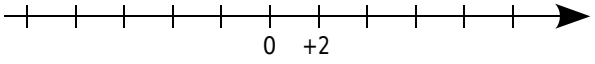
Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :

a.



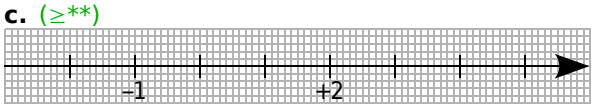
A(– 1) ; B(+4) ; C(– 3) ; D(+3) ; E(– 5).

b.



A(– 2) ; B(+ 4) ; C(– 6) ; D (+ 8) ; E (– 8).

c. (≥**)



A(+4) ; B(– 0,5) ; C(+0,8) ; D(+3,4) ; E(– 2,1).

10 *Placements de points bis*

a. Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité.

b. Place sur cette droite les points suivants :

A(– 5) ; B(+ 3) ; C(+ 2) ; D(– 4) ; E(+ 5).

c. Place le milieu L du segment [AB]. Lis puis écris l'abscisse du point L.

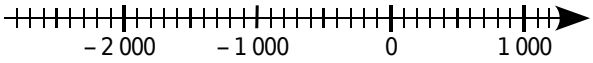
d. (≥**) Place le point M tel que C soit le milieu du segment [EM]. Lis et écris l'abscisse du point M.

11

Trace une droite graduée et choisis une unité convenable pour placer les points suivants :

A(52) ; B(– 36) ; C(80) ; D(– 12).

12 *Histoires*

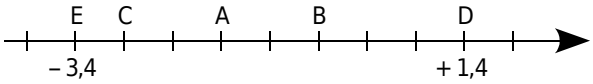


Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements suivants le plus précisément possible :

- K : construction de la pyramide de Khéops, vers – 2 600 ;
- J : naissance de Jules César, en – 100 ;
- N : début du Nouvel Empire, vers – 1 550 ;
- A : Alexandre le Grand envahit l'Égypte, vers – 350 ;
- C : couronnement de Charlemagne, vers l'an 800.

13 (≥**)

Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse :



a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D.

b. Le point A a pour abscisse – 1,2.

c. L'abscisse de B est positive.

d. L'abscisse de C est – 2,8.

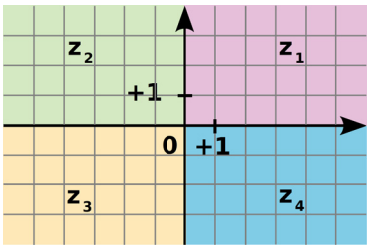
e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif.

f. Exactement deux points ont une abscisse positive.

Exercices d'entraînement

Repérage dans le plan

14 *Signes des coordonnées*

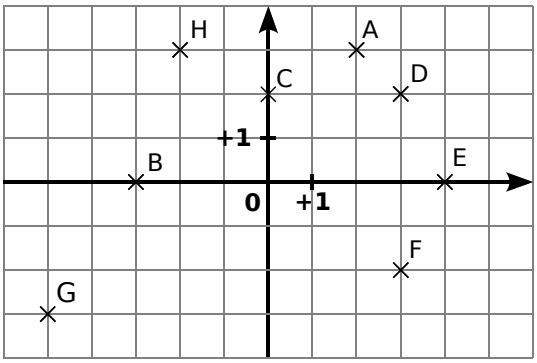


Les axes de coordonnées d'un repère partagent le plan en quatre zones, notées z_1, z_2, z_3 et z_4.

Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de cette zone.

15 *Lecture de point*

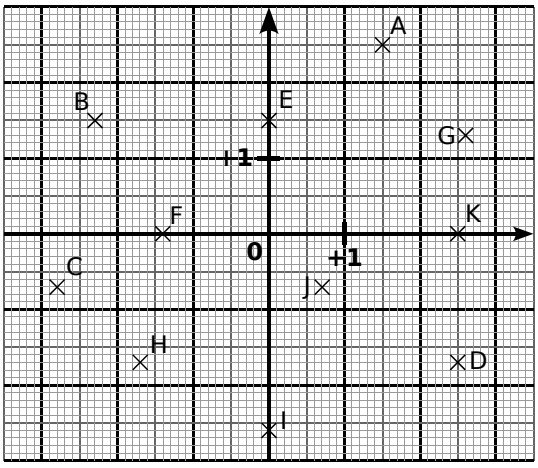
Lis puis écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous :



16 Trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants :

P(+ 2 ; + 5)	T(– 5 ; – 2)	W(– 3 ; – 5)
R(+ 2 ; – 6)	U(0 ; – 4)	X(+ 2 ; + 6)
S(– 7 ; + 4)	V(+ 6 ; 0)	Z(+ 1 ; – 5)

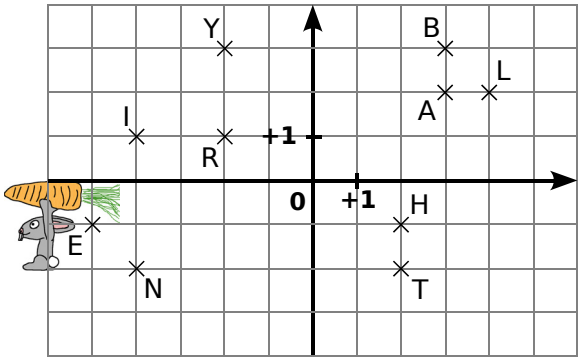
17 (≥**) Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous :



18 (≥**) Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants :

A(+ 1,3 ; – 2,4)	F(+ 4,7 ; 0)
B(– 0,7 ; – 1,5)	G(– 4,6 ; – 3,3)
C(2,3 ; 1,1)	H(+ 4,2 ; – 5,8)
D(– 3,5 ; + 4,9)	K(0 ; – 2,6)
E(– 2,8 ; 0,3)	L(– 2,7 ; – 1,4)

19 *Lapin et carotte*



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimerait dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte. Pour ce faire, il doit :

- partir du point L ;
- passer par tous les points de la figure une et une seule fois de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées commune (abscisse ou ordonnée).

a. Reproduis la figure et dessine le parcours.

b. En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

Comparer

20 *Nombres relatifs et droite graduée*

a. Trace une droite graduée en centimètre.

b. Sur cette droite graduée, place les points suivants :

A (+ 3) ; B (– 1) ; C (– 3) ; D (+ 5) ; E (– 6).

c. En observant la droite graduée, range par ordre croissant les nombres suivants :

+ 3 ; – 1 ; – 3 ; + 5 et – 6.

Exercices d'entraînement

21 Compare les nombres suivants :

a. – 1 et + 3 ;
b. + 4 et + 6 ;
c. – 6 et – 2 ;
d. – 2 et – 4 ;
e. – 0 et + 8 ;
f. + 3 et – 4 ;
g. + 4 et – 14 ;
h. – 12 et – 18 ;
i. – 4 et 0 ;
j. – 212 et + 212.

22 (≥**) Compare les nombres suivants :

a. – 2,4 et – 2,3 ;
b. + 3,6 et – 6,3 ;
c. – 11,3 et – 9,7 ;
d. 0 et + 3,9 ;
e. – 5,6 et – 5,60 ;
f. + 9,6 et + 6,9 ;
g. + 32,57 et + 32,507 ;
h. – 125,64 et – 125,064 ;
i. – 23,7 et + 23,69 ;
j. – 15,878 et – 15,8708.

23 *Rangements*

Range par ordre croissant les nombres suivants :

a. + 12 ; – 2 ; + 1 ; + 13 ; – 31 ; – 11 ; – 5.

b. + 15 ; – 9 ; – 8 ; + 7 ; – 3 ; – 1 ; + 6 ; + 12 ; – 4 ; – 14 ; 0

c. (≥**) – 25 ; + 25,2 ; – 5,2 ; + 2,5 ; – 3,2 ; + 5,02.

d. (≥**) – 100,3 ; – 99,3 ; – 100,03 ; – 99,13 ; – 9,3.

24 *Rangements bis*

Range par ordre décroissant les nombres suivants :

a. + 3 ; – 15 ; + 20 ; + 15 ; – 100 ; – 25 ; + 27.

b. + 12 ; – 15 ; + 17 ; + 21 ; – 13 ; – 17 ; – 5 ; – 2 ; + 3

c. (≥**) + 3,5 ; – 20,39 ; – 12,03 ; + 5,6 ; – 123,45

d. (≥**) – 7,001 ; – 7,1 ; – 7,71 ; – 7,01 ; – 7,2 ; – 7,7.

25 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède :

a. ... < – 4
b. – 3 < ...
c. – 12 > ...
d. ... > – 15
e. ... < – 35
f. ... < + 125

26 (≥**) Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède :

a. ... < – 2,3
b. – 1,1 < ...
c. ... > + 3,2
d. + 5,71 > ...
e. ... > – 17,71
f. – 114,5 > ...

27 Recopie puis complète en intercalant un nombre entre les deux nombres proposés :

a. – 2 > ..... > – 4
b. + 5 < ..... < + 6
c. – 14 > ..... > – 17
d. 0 > ..... > – 2
e. + 14 < ..... < + 16
f. (≥**) – 1,44 < ..... < + 0,71
g. (≥**) – 17,34 > ..... > – 17,304
h. (≥**) – 132,24 < ..... < – 132,247

28 *Bulletin météo*

Voici quelques températures relevées à différents moments de la journée dans plusieurs villes de Suisse :

	Matin (°C)	Midi (°C)	Soir (°C)
Lausanne	– 4	+ 1	– 1
Delémont	+ 2	+ 4	+ 3
Sion	+ 5	+ 9	+ 6
Neuchâtel	– 10	– 6	– 7
Fribourg	– 2	0	– 3
Berne	0	+ 2	– 2
Genève	+ 4	+ 7	+ 2

a. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température du matin.

b. Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température du soir.

c. Calcule la température moyenne de la journée pour Delémont, Sion et Genève.

Exercices d'approfondissement

29 *Histoire*

Classe les dates des événements suivants par ordre chronologique.

- signature du pacte fédéral d'alliance perpétuelle entre les communautés d'Uri, Schwytz et Nidwald : 1291 ;
- la mort de Toutankhamon : – 1327 ;
- l'éruption du Vésuve qui ensevelit Pompéi sous les cendres : 79 ;
- la défaite d'Alésia : 52 av. J.-C. ;
- la mort de Léonard de Vinci : 1519 ;
- la naissance de Jules César : 100 av. J.-C. ;
- le début de la guerre de 100 ans : 1337 ;
- la naissance de Socrate : 470 av. J.-C. ;
- ta date de naissance.

30 *Géographie*

Recopie et complète le tableau en recherchant les altitudes maximales et les profondeurs (altitudes minimales).

	Sommets, altitude maximale	Profondeurs, altitude minimale
Afrique	Kilimandjaro	Lac Assal
Europe	Elbrouz	Mer Caspienne
Amérique du sud	Aconcagua	Rio Negro
Asie	Everest	Mer Morte
Océan pacifique	Mauna Kea	La fosse des Mariannes

a. Quel est le sommet le plus haut ?

b. La mer Caspienne est-elle plus profonde que le Rio Negro ?

c. En Afrique, combien de mètres séparent le point le plus profond du lac Assal et le sommet du Kilimandjaro ?

d. Un poisson se trouve tout au fond de la mer morte. À quelle distance se trouve-t-il de la surface de l'eau ?

31 *Repères*

Dans chaque cas, trace un repère en choisissant judicieusement l'unité pour pouvoir placer tous les points :

a. A(– 3 ; 3) ; B(1 ; 4) et C(5 ; 2).

b. D(– 13 ; 8) ; E(25 ; 14) et F(– 35 ; 22).

c. G(– 83 ; – 8) ; H(72 ; – 55) et I(– 15 ; 32).

32 *Coordonnées mystères*

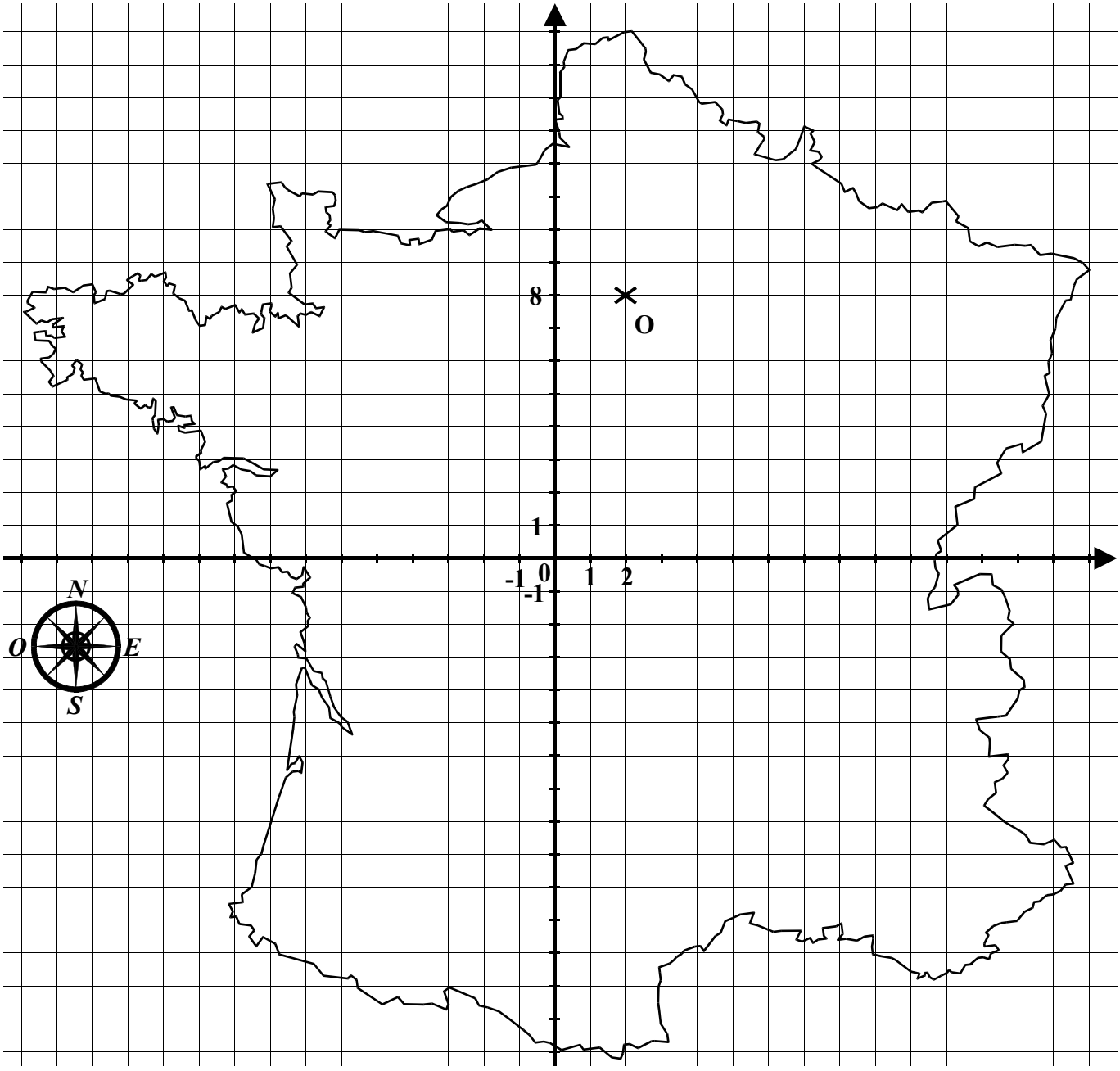
a. Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :

- les valeurs des coordonnées des six points sont :
  0 ; 0 ; 3 ; 4 ; – 2 ; 2 ; – 4 ; 1 ; – 1 ; 3 ; – 1 et – 2 ;
- les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
- les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
- le point E est sur l'axe des ordonnées ;
- l'ordonnée de E est l'opposé de l'abscisse de F ;
- le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
- les deux coordonnées du point B sont opposées.

b. Que dire de la droite (CD) ? Justifie ta réponse.

1 *Les vacances de Polo*

Ci-dessous un repère quadrille la carte de France.



a. Déterminez les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, S et T sachant que :

- A a pour abscisse 5 et pour ordonnée 10;
- B a pour abscisse – 3 et pour ordonnée 11;
- L'ordonnée de C est – 11 et son abscisse est 5;
- D(– 7 ; – 1) et E(3,5 ; 0);
- F a pour ordonnée – 10 et est aussi à l'Ouest que possible;
- G(– 14 ; 7,5);
- H a la même abscisse que D et la même ordonnée que G;
- I ne peut pas être plus au Nord;

- La droite (IB) (droite passant par les points I et B) coupe l'axe des ordonnées au point J;
- Le point K est le symétrique de J par rapport à l'axe des abscisses;
- L est au bord de la mer et a la même ordonnée que K;
- M a pour ordonnée 7, et est aussi à l'Est que possible;
- L'abscisse de N est égale à l'ordonnée de A, et son ordonnée est l'opposée de l'abscisse de C;
- O se lit sur la carte;
- P est à l'intersection des droites (MN) et (LC);
- R est sur la droite (KG), et son abscisse est égale à son ordonnée;
- S a pour abscisse 7 et est sur la droite (PR);
- T et S ont la même ordonnée, mais l'abscisse de T est l'opposée de l'abscisse de S.

b. Chaque point sur la carte correspond à une des villes suivantes :

Paris,	Le Mont Saint-Michel	Le Touquet
Etretat	La Rochelle	Dunkerque
Moulins	Grenoble	Tarascon-sur-Ariège
Lyon	Perpignan	Reims
Annecy	Royan	Strasbourg
Montpellier	Brest	Biarritz
Bordeaux		

À l'aide de votre atlas et de la liste ci-dessus, retrouvez et écrivez pour chaque point la ville qui lui correspond.

c. Sachant que Polo se rend au point T, où ira-t-il en vacances cette année?

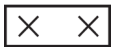
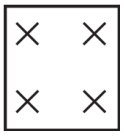
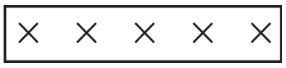
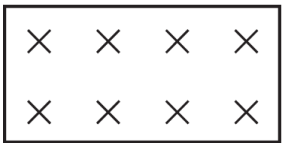
d. Parmi les villes que vous venez de placer, la distance entre la ville la plus au Nord de la carte et celle la plus au Sud située en bord de mer correspond environ à 1000 km.

Sachant que Polo part de Reims, calculez approximativement la distance (en kilomètres et en ligne droite) qui sépare Polo de son lieu de vacances ?

2 *Bataille navale*

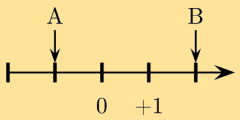
a. Chaque groupe trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe. Les graduations pour l'axe des abscisses et celui des ordonnées vont de – 5 à + 5.

b. Chaque équipe dessine les bateaux ci-dessous dans le repère, horizontalement ou verticalement. Les croix doivent être sur des coordonnées entières du repère.

Yawl	
Mayflower	
Titanic	
USS Gerald R.Ford	

c. Alternativement chaque équipe répond par raté, touché ou coulé à ses attaquants. L'équipe gagne une fois que tous les bateaux des adversaires sont coulés.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Le nombre – 4 est ...	positif	négatif	l'opposé de 4	la valeur absolue de 4
2	Le nombre 3 est ...	positif	négatif	Ni positif ni négatif	l'opposé de – 3
3	La valeur absolue de – 10 est ...	positive	négative	– 10	10
4	L'abscisse de A est ... 	– 1	– 2	positive	négative
5	Sur la droite précédente, l'abscisse de B est ...	l'opposé de celle de A	la valeur absolue de – 2	la valeur absolue de celle de A	positive
6	L'abscisse de B est .... l'abscisse de A. 	plus grande que	plus petite que	>	<
7	– 3 est ... 3	plus grand que	plus petit que	la valeur absolue de	l'opposé de de
8	– 5 ... – 7	>	<		
9	– 30 .... – 35	>	<		
(≥**) 10	– 1,95 ... – 1,94	>	<		
(≥**) 11	– 2,04....– 2,048	>	<		

Récréation mathématique

Puce « olympique »

Lorsqu'elle utilise sa patte gauche seule, elle fait des bonds de 6 cm.

Lorsqu'elle utilise sa patte droite seule, elle fait des bonds de 4 cm.

Et lorsqu'elle saute « à pattes jointes », elle fait des bonds de 34 cm !

Quel est le nombre minimum de bonds qu'elle doit réaliser pour parcourir exactement 20 m ?

Même question avec 35 m.

Abracadabra

Un magicien donne la formule magique à son apprenti.

« Voici la formule magique, elle est formée d'une infinité de séquences AB et BA. Lorsque tu l'auras recopiée, tu seras mon égal ».

L'apprenti, pour gagner du temps, remplace chaque bloc AB par la lettre A et chaque bloc BA par la lettre B, et, oh stupeur ! La formule magique reste inchangée !

Quelles sont les 2002ème, 2003ème, 2004ème, 2005ème, 2006ème, 2007ème et 2008ème lettres de la formule magique ?

Opérer avec les relatifs (≥**)

6



Narration de recherche

Dans une pizzeria trois amis consomment. L'addition est de 25 CHF. Chacun donne 10 CHF, soit 30 CHF au total. Le serveur rend 5 CHF. Chacun garde 1 CHF et il reste donc 2 CHF de pourboire.

Vérification : par personne le coût est de 10 – 1 = 9 CHF. Donc 3 • 9 = 27 CHF plus les 2 CHF de pourboire, il reste donc 1 CHF par rapport au 30 CHF du départ.

D'où sort ce 1 CHF de trop ?

Activité 1 : Il faut régler l'addition !

À la fête foraine, Mamadou a choisi un jeu comportant deux manches à l'issue desquelles il peut gagner ou perdre de l'argent. Un gain de 3 CFH est noté + 3 ou 3 tandis qu'une perte de 7 CHF est notée – 7.

1. Donne le bilan de chacune des parties suivantes :

- Partie 1 : Mamadou a gagné 3 CHF puis a gagné 7 CHF.
- Partie 2 : Mamadou a gagné 8 CHF puis a perdu 5 CHF.
- Partie 3 : Mamadou a perdu 4 CHF puis a perdu 6 CHF.
- Partie 4 : Mamadou a perdu 9 CHF puis a gagné 2 CHF.

2. Dans un tableau

a. Recopie le tableau ci-dessous qui représente les gains et les pertes des deux manches de plusieurs parties.

	A	B	C	D
1	Partie n°	1ère manche	2ème manche	Bilan de la partie
2	1	+ 3	+ 7	
3	2	+ 8	– 5	
4	3	– 4	– 6	
5	4	– 9	+ 2	
6	5	– 7	+ 10	
7	6	– 3	– 9	
8	7	+ 8	+ 2	
9	8	+ 4	– 2	
10	9	+ 5	– 7	
11	10	+ 10	+ 12	

b. Effectue les calculs des cases D2 à D11.

3. Addition de deux nombres relatifs

a. Sur le tableau, colorie en rouge les parties où Mamadou a gagné ou perdu de l'argent à chacune des deux manches :

b. Pour chaque cas, quelle opération fais-tu pour trouver la valeur absolue du bilan ?

c. Dans quels cas le bilan est-il positif ? négatif ?

d. Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de même signe.

e. Que représentent les cas qui ne sont pas coloriés en rouge ? Dans ces cas :

f. Quelle opération fais-tu pour trouver la valeur absolue du bilan ?

g. Comment détermines-tu le signe du bilan ?

h. Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de signes différents.

4. Recopie et complète :

a. (+ 8) + (+ 2) = ...
b. (– 7)+ (+ 5) = ...
c. (– 4)+ (– 6) = ...
d. (– 4)+ (+ 7) = ...
e. (– 5)+ (– 9) = ...
f. (+ 1)+ (– 4) = ...

Activité 2 : Quelles différences...

Voici un tableau qui donne les températures en degrés Celsius durant une semaine à Caprino lors d'un hiver très rigoureux :

Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Température	+ 2	+ 6	+ 3	– 5	– 7	– 3	+ 1
Variation		+ 4	– 3				

La variation indique la différence de température remarquée entre deux jours consécutifs.

1. Reproduis et complète ce tableau.

La différence de température entre le lundi et le mardi est de + 4°C. On peut écrire : (+ 6) – (+ 2) = (+ 4).

2. En utilisant les réponses du tableau précédent, complète de la même manière les différences suivantes :

a. (+ 6) – (+ 2) = (+ 4)
b. (+ 3) – (+ 6) = ...
c. (– 5) – (+ 3) = ...
d. (– 7) – (– 5) = ...
e. (– 3) – (– 7) = ...
f. (+ 1) – (– 3) = ...

3. Calcule les sommes suivantes :

a. (+ 6) + (– 2) = (+ 4)
b. (+ 3) + (– 6) = ...
c. (– 5) + (– 3) = ...
d. (– 7) + (+ 5) = ...
e. (– 3) + (+ 7) = ...
f. (+ 1) + (+ 3) = ...

4. Compare les calculs et les résultats des questions **2.** et **3.**. Que remarques-tu ?

Recopie et complète la phrase : « Soustraire un nombre relatif revient à ... son ... . ».

5. Effectue les soustractions suivantes en transformant d'abord chaque soustraction en addition :

a. (+ 7) – (+ 11)
b. (+ 29) – (– 15)
c. (– 73) – (– 52)

Activité 3 : Pour tout simplifier

1. Simplification, 1er acte

a. Effectue les calculs (+ 6) + (– 4) et 6 – 4. Que remarques-tu ?

b. Simplifie de même l'écriture de (+ 7) + (– 1) puis effectue le calcul.

2. Simplification, 2ème acte

a. Effectue les calculs (+ 7) – (+ 5) et 7 – 5. Que remarques-tu ?

b. Simplifie de même l'écriture de (+ 12) – (+ 7) puis calcule.

3. Simplification, 3ème acte

a. Effectue (– 10) + (+ 1).

b. Pour soustraire 9 à un nombre, il est souvent plus rapide de soustraire 10 puis d'ajouter 1, ce qu'on peut noter : – 10 + 1 = ... Qu'en déduis-tu ?

4. Simplification, dernier acte

a. Effectue les calculs (– 9) – (– 2) et – 9 + 2. Que remarques-tu ?

b. Simplifie alors l'écriture de (+ 8) – (– 7) puis calcule.

5. En observant bien les questions précédentes, essaie de supprimer les parenthèses et les signes inutiles dans l'expression : A = (– 5) + (– 9) – (+ 3) puis effectue le calcul.

Activité 4 : Produit d'un nombre négatif par un nombre positif

On considère l'expression A = (– 2) + (– 2) + (– 2) + (– 2).

1. Quelle est la valeur de A ?

On va revenir sur le sens de la multiplication : 20 + 20 + 20 est la somme de trois termes tous égaux. On peut donc écrire cette somme sous la forme du produit 20 • 3 qui se lit « 20 multiplié par 3 ».

2. Écris A sous la forme d'un produit.

3. Écris les expressions suivantes sous la forme d'une somme et calcule-les :

a. (– 6) • 3 **b.** (– 22) • 5 **c.** (– 7) • 7 **d.** (– 1,5) • 6

4. Trouve une règle permettant de calculer le produit d'un nombre négatif par un nombre positif.

Activité 5 : À propos des produits

1. Voici une table de multiplication :

a. Recopie-la sur ton cahier et complète la partie qui concerne le produit de deux nombres positifs (en bas à droite).

b. D'après le résultat de l'activité 4, complète la partie qui concerne le produit d'un nombre négatif par un nombre positif (en haut à droite).

c. Observe les résultats dans cette table de multiplication et complète-la entièrement, en expliquant tes choix.

d. À l'aide d'un tableur, crée cette table de multiplication et vérifie que les résultats obtenus sont les mêmes que les tiens.

•	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5											
-4											
-3											
-2											
-1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

2. Application sur quelques exemples :

a. En t'aidant de la table, donne le résultat pour chaque calcul suivant :

A = (– 5) • 4 B = 3 • (– 2) C = 5 • (– 4) D = (– 1) • (– 3)

b. En t'inspirant de ce qui précède, propose un résultat pour les calculs suivants :

E = (– 9,2) • 2 F = 1,5 • (– 8) G = (– 3,14) • 0 H = (– 1,2) • (– 0,1)

c. Vérifie ces résultats à la calculatrice.

3. Propose une règle qui permet, dans tous les cas, de calculer le produit de deux nombres relatifs.

Activité 6 : Produit de plusieurs nombres relatifs

1. Calcule ces expressions et déduis-en une règle pour trouver rapidement chaque résultat :

- A = (– 1) • (– 1)
- B = (– 1) • (– 1) • (– 1)
- C = (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1)
- D = (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1)
- E = (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1) • (– 1)

2. On sait que (– 4) = (– 1) • 4 et (– 2) = (– 1) • 2.

a. Complète alors le calcul suivant :

(– 4) • (– 2) • (– 5) = (– 1) • ... • (– 1) • ... • (– 1) • ...
= (– 1) • (– 1) • (– 1) • ... • ... • ...

b. Déduis-en une méthode pour trouver le résultat de (– 4) • (– 2) • (– 5).

3. Inspire-toi de la question précédente pour effectuer le calcul suivant :

- F = (– 2) • (– 3) • 5 • (– 4) • 6 • (– 5).

4. Propose une méthode pour multiplier plusieurs nombres relatifs.

Activité 7 : Quotient de nombres relatifs

Revenons sur le sens de la division :

Écrire 3 • 5 = 15 revient à écrire 3 = 15 : 5 ou 5 = 15 : 3.

1. Recopie et complète les trous par les nombres manquants pour que les égalités soient correctes.

a. 4• ... = 12 **b.** (– 5)• ... = 130 **c.** 8• ... = (– 16) **d.** ...• (– 3) = (– 27)

2. Écris ces nombres manquants sous forme de quotients.

3. Que dire du quotient de deux nombres relatifs ?

Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Additionner deux nombres relatifs

À connaître

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on additionne leurs valeurs absolues et on garde le signe commun.
Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on soustrait leurs valeurs absolues et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple 1 : Effectue l'addition suivante : A = (– 2) + (– 3).

A = (– 2) + (– 3)	⟶	On veut additionner deux nombres négatifs.
A = – (2 + 3)	⟶	On additionne les valeurs absolues et on garde le signe commun : –.
A = – 5	⟶	On calcule.

Exemple 2 : Effectue l'addition suivante : B = (– 5) + (+ 7).

B = (– 5) + (+ 7)	⟶	On veut additionner deux nombres de signes différents.
B = + (7 – 5)	⟶	On soustrait leurs valeurs absolues et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue.
B = + 2	⟶	On calcule.

Exercice « À toi de jouer »

1 Effectue les additions suivantes :

a. (+ 7) + (+ 4)
b. (+ 12) + (– 15)
c. (– 7) + (+ 19)
d. (– 11) + (– 9)
e. (+ 1) + (+ 3) + (– 2)
f. (– 2) + (– 6) + (+ 7)
g. (– 10,8) + (+ 2,5)
h. (+ 25,2) + (– 15,3)
i. (– 21,15) + (+ 21,15)

Méthode 2 : Soustraire deux nombres relatifs

À connaître

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemple : Effectue la soustraction suivante : C = (– 2) – (– 3).

C = (– 2) – (– 3)	⟶	On veut soustraire le nombre – 3.
C = (– 2) + (+ 3)	⟶	On additionne l'opposé de – 3.
C = + (3 – 2)	⟶	On additionne deux nombres de signes différents donc on soustrait leurs valeurs absolues et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue.
C = + 1	⟶	On calcule.

Exercice « À toi de jouer »

2 Transforme les soustractions en additions et effectue.

a. (+ 5) – (– 6)
b. (– 3) – (+ 2)
c. (+ 4) – (+ 8)
d. (– 7) – (– 3,8)
e. (– 2,3) – (+ 7)
f. (+ 6,1) – (– 2)

3 Effectue les soustractions suivantes.

a. (+ 3) – (– 6)
b. (– 3) – (– 3)
c. (+ 7) – (+ 3)
d. (– 5) – (+ 12)
e. (+ 2,1) – (+ 4)
f. (– 7) – (+ 8,25)

Méthode 3 : Simplifier l'écriture d'un calcul

À connaître

Dans une suite d'additions de nombres relatifs, on peut supprimer les signes d'additions et les parenthèses autour d'un nombre.
Un nombre positif écrit en début de calcul peut s'écrire sans son signe.

Remarque : Dans le cas d'une expression avec des soustractions, on peut se ramener à une suite d'additions.

Exemple : Simplifie l'expression D = (+ 4) + (– 11) – (+ 3).

D = (+ 4) + (– 11) + (– 3)	⟶	On transforme les soustractions en additions des opposés.
D = + 4 – 11 – 3	⟶	On supprime les signes d'additions et les parenthèses autour des nombres.
D = 4 – 11 – 3	⟶	On supprime le signe + en début de calcul.

Exercice « À toi de jouer »

4 Simplifie les écritures suivantes :

a. (– 5) – (– 135) + (+ 3,41) + (– 2,65) **b.** (+ 18) – (+ 15) + (+ 6) – (– 17)

Méthode 4 : Multiplier deux nombres relatifs

À connaître

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie les valeurs absolues et on applique la **règle des signes** :
- le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le produit de deux nombres relatifs de **signes oppposés** est **négatif**.

Exemple 1 : Effectue la multiplication : E = (– 4) • (– 2,5).

Le résultat est positif car c'est le produit de deux nombres négatifs.
E = 4 • 2,5
E = 10

Exemple 2 : Effectue la multiplication : F = 0,2 • (– 14).

Le résultat est négatif car c'est le produit d'un nombre positif par un nombre négatif.
F = – (0,2 • 14)
F = – 2,8

Exercice « À toi de jouer »

5 Effectue les multiplications suivantes :

a. (– 7) • (– 8) **c.** (– 9) • 6 **e.** 10 • (– 0,8)

b. – 5 • (– 11) **d.** – 8 • 0,5 **f.** (– 7) • 0

Méthode 5 : Multiplier plusieurs nombres relatifs

À connaître

- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Exemple 1 : Quel est le signe du produit : A = – 6 • 7 • (– 8) • (– 9) ?

Le produit comporte trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc A est négatif.

Exemple 2 : Calcule le produit : B = 2 • (– 4) • (– 5) • (– 2,5) • (– 0,8).

Le produit comporte quatre facteurs négatifs. Or 4 est pair donc B est positif.
B = 2 • 4 • 5 • 2,5 • 0,8
B = (2 • 5) • (4 • 2,5) • 0,8
B = 10 • 10 • 0,8
B = 80

Exercice « À toi de jouer »

6 Quel est le signe du produit C = 9 • (– 9) • (– 9) • 9 • (– 9) • (– 9) • (– 9) ?

7 Calcule

a. – 25 • (– 9) • (– 4) | **b.** 0,5 • 6 • (– 20) • 8

Méthode 6 : Diviser deux nombres relatifs

À connaître

Pour diviser deux nombres relatifs non nuls, on divise les valeurs absolues et on applique la **règle des signes** :
- le quotient de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le quotient de deux nombres relatifs de **signes opposés** est **négatif**.

Exemple 1 : Effectue la division suivante : A = 65 : (– 5).

Le résultat est négatif car c'est le quotient de deux nombres de signes opposés.
65 : 5 = 13 donc A = – 13.

Exemple 2 : Effectue la division: B = (– 30) : (– 4)

Le résultat est positif car c'est le quotient de deux nombres négatifs.
B = 30 : 4
B = 7,5

Exercice « À toi de jouer »

8 Quel est le signe des quotients suivants ?

a. 56 : (– 74) | **b.** (– 6) : (– 5) | **c.** 9 : (– 13) | **d.** –7 : (–45)

9 Calcule de tête :

a. 45 : (– 5) | **b.** (– 56) : (– 8) | **c.** – 59 : (– 10) | **d.** – 14 : 4

Sommes de relatifs

1 Recopie dans ton cahier, effectue les additions puis relie chaque calcul à son résultat.

(– 12) + (– 4)	•	•	+ 4
(+ 12) + (– 4)	•	•	– 20
(– 12) + (– 8)	•	•	– 16
(– 8) + (+ 12)	•	•	+ 12
(+ 8) + (+ 4)	•	•	+ 8

2 Effectue les additions suivantes :

a. (+ 2) + (+ 7)
b. (– 4) + (+ 5)
c. (– 8) + (– 14)
d. (+ 9) + (– 9)
e. (– 20) + (– 12)
f. (+ 40) + (– 60)
g. (– 36) + (+ 18)
h. (– 25) + (+ 0)

3 Effectue les additions suivantes :

a. (– 8) + (– 16)
b. (+ 24) + (– 4)
c. (– 14) + (– 3)
d. (– 7) + (+ 7)
e. (+ 14) + (+ 8)
f. (+ 11) + (+ 33)
g. (+ 30) + (– 47)
h. (+ 19) + (+ 1)
i. (– 11) + (– 13)
j. (+ 63) + (– 63)

4 Effectue les additions suivantes :

a. (– 2,3) + (– 4,7)
b. (+ 6,8) + (– 9,9)
c. (– 3,5) + (+ 1,8)
d. (– 2,51) + (– 0)
e. (– 7,8) + (– 2,1)
f. (+ 13,4) + (– 20,7)
g. (– 10,8) + (+ 11,2)
h. (+ 17) + (+ 5,47)

5 *La pyramide*

Recopie puis complète les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.

– 21	+ 12	– 4	– 9

– 1,2	+ 3,3	+ 4,1	– 9,3

6 *La pyramide (bis)*

Recopie puis complète les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.

– 14			
	+ 2		
	– 7		+ 3

			– 1,7
		– 4,5	
	+ 2,1		
			+ 1,2

7 Effectue les additions suivantes en détail.

a. (+ 3) + (– 7) + (– 8) + (+ 2)
b. (– 9) + (– 14) + (+ 25) + (– 3)
c. (– 2,3) + (– 12,7) + (+ 24,7) + (– 1,01)
d. (+ 7,8) + (+ 2,35) + (– 9,55) + (+ 4)

8 *Regroupement*

Calcule les sommes suivantes en détail.

a. (+ 17) + (– 5) + (+ 4) + (+ 5) + (– 3)

b. (– 12) + (– 4) + (+ 7) + (+ 8) + (– 6)

c. (– 3) + (+ 5) + (– 4) + (+ 6) + (– 1)

d. (+ 1,2) + (– 4,2) + (+ 7,1) + (– 6,7)

9 *Durées de vie*

Remarque : pour cet exercice, n'oubliez pas que l'an 0 n'existe pas.

a. Cicéron est né en l'an – 23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?

b. Thalès de Milet est né en l'an – 625 et est mort à l'âge de 78 ans. En quelle année est-il mort ?

c. L'Empire de Césarius a été créé en – 330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?

d. Ératosthène est mort en l'an – 194 à l'âge de 82 ans. En quelle année est-il né ?

e. Thésée avait 11 ans à la mort de Claudius. Claudius est mort en l'an – 18. Thésée est mort en l'an 31. À quel âge est mort Thésée ?

Exercices d'entraînement

Différences de relatifs

10 Recopie puis complète afin de transformer les soustractions suivantes en additions :

a. (+ 2) – (+ 7) = (+ 2) + (.....)

b. (– 4) – (+ 5) = (– 4) + (.....)

c. (– 8) – (– 14) = (.....) + (.....)

d. (+ 9) – (– 9) = (.....) + (.....)

11 Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les.

a. (+ 4) – (+ 15)

b. (– 12) – (+ 5)

c. (– 10) – (– 7)

d. (+ 14) – (– 4)

e. (+ 6) – (+ 6)

f. (– 20) – (+ 7)

12 Effectue les soustractions suivantes :

a. (– 2,6) – (+ 7,8)

b. (+ 6,4) – (+ 23,4)

c. (+ 4,5) – (– 12,8)

d. (– 2,7) – (– 9,9)

e. (– 12,8) – (+ 9,5)

f. (+ 6,7) – (+ 2,4)

g. (+ 8,1) – (– 13,6)

h. (– 12,7) – (– 9,8)

13 Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis effectue les calculs.

a. (+ 4) – (– 2) + (– 8) – (+ 7)

b. (– 27) – (– 35) – (– 20) + (+ 17)

c. (+ 3,1) + (– 3,5) – (+ 7,8) – (+ 1,6)

d. (– 16,1) – (+ 4,25) + (+ 7,85) – (+ 1,66)

14 Jean et Saïd vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jean perd 2,30 CHF puis gagne 7,10 CHF. Saïd gagne 6 CHF puis perd 1,30 CHF. Lequel des deux amis a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ?

15 Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis calcule les sommes.

a. (+ 12) – (– 6) + (– 2) + (+7) – (+ 8)

b. (– 20) – (+ 14) + (+ 40) + (– 12) – (– 10)

c. (– 2,4) + (– 7,1) – (– 3,2) – (+ 1,5) + (+ 8,4)

d. (+ 1,9) – (– 6,8) + (– 10,4) + (+ 7,7) – (+ 2)

16 Le professeur Sésamatheux donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (Q.C.M) comportant huit questions. Il note de la façon suivante :

- Réponse fausse (F) : – 3
- Sans réponse (S) : – 1
- Réponse bonne (B) : + 4

a. Calcule la note de Wenda dont les résultats aux questions sont : F ; B ; S ; F ; F ; B ; B ; S.

b. Quelle est la note la plus basse qu'un élève peut obtenir ? Et la plus haute ?

c. Quels sont les résultats possibles pour Emeline qui a obtenu une note + 4 ?

17 Calcule astucieusement les expressions suivantes :

a. (+ 14) + (– 45) + (– 14) + (+ 15)

b. (– 1,4) + (– 1,2) + (+ 1,6) – (+ 1,6)

c. (+ 1,35) + (– 2,7) – (– 0,65) + (– 1,3)

d. (– 5,45) – (– 0,45) + (+ 1,3) – (– 1) – (+ 1,3)

18 Remplace les pointillés par le nombre qui convient.

a. (– 10) – ... = 25

b. (+ 16) – ... = 42

c. (+ 25) – (– 13) + (– 5) + ... = 26

d. (– 63) + (– 8) – ... + (+ 18) = 21

19 Pour chaque cas, calcule en détail x + y – z et x – (y + z)

	x	y	z
a.	10	– 3	8
b.	– 6	– 5	2
c.	3	– 8	– 2
d.	7	– 2	– 5

Exercices d'entraînement

Écriture simplifiée

20 Relie chaque expression à son écriture simplifiée.

(– 8) + (– 16)	•	•	– 14 – 3
(+ 24) – (– 4)	•	•	– 8 – 16
(– 14) + (– 3)	•	•	14 + 8
(– 7) – (+ 7)	•	•	– 7 – 7
(+ 14) + (+ 8)	•	•	24 + 4

21 Recopie et complète le tableau.

	Écriture avec parenthèses	Écriture simplifiée
a.	(– 9) – (+ 13) + (– 15)	
b.	(– 10) + (+ 7) – (–3) – (– 3)	
c.	(+ 5) – (– 2) + (+ 3) – (+ 2)	
d.		– 6 – 8 + 5 – 3
e.		15 – 13 – 8 – 7
f.		– 13 – 5 –9 + 1

22 Donne une écriture simplifiée des expressions suivantes en supprimant les parenthèses et les signes qui ne sont pas nécessaires.

a. (– 5) + (– 3)

b. (– 4) – (+ 6)

c. (+ 9) – (– 3)

d. (+ 4) + (+ 7)

e. (+ 17) – (– 5) + (+ 4) – (+ 5) – (– 3)

f. (– 15) + (+ 3,5) – (– 7,9) + (– 13,6)

23 Effectue les calculs suivants :

a. 5 – 14

b. 8 – 13

c. – 6 – 6

d. – 13 + 9

e. – 53 – 48

f. – 2,8 – 4,7

g. – 5,7 + 4,4

h. 3,2 – 8,9

24 Effectue en détail.

a. 24 – 36 + 18

b. – 13 – 28 + 35

c. – 3,8 – 4,4 + 8,2

d. 18 – 8 + 4 – 14

e. – 1,3 + 4,4 – 21

f. 14 – 23 + 56 – 33

25 Effectue en détail

a. 5 + 13 – 4 + 3 – 6

b. – 7 + 5 – 4 – 8 + 13

c. 3,5 – 4,2 + 6,5 – 3,5 + 5

d. 25,2 + 12 – 4,8 + 24 – 3,4

26 Regroupe les termes astucieusement puis effectue en détail.

a. 13 + 15 + 7 – 15

b. – 8 + 4 + 18 – 2 + 12 + 6

c. 4,3 – 7,4 + 4 – 2,25 + 6,7 + 3,4 – 2,75

d. – 2,5 + 4,8 – 3,6 + 0,2 + 2,5

27 Calcule les expressions suivantes, en détail.

a. (– 3 + 9) – (4 – 11) – (– 5 – 6)

b. – 3 + 12 – (13 – 8) – (3 + 8)

c. – 3 – [4 – (3 – 9)]

Produits de relatifs

28 Complète :

a. A = (– 4) + (– 4) + (– 4) + (– 4) + (– 4)

A = (– 4) • ...

A = ...

b. B = (– 8,2) + (– 8,2) + (– 8,2)

B = (– 8,2) • ...

B = ...

c. C = (– 1,7) + (– 1,7) + (– 1,7) + (– 1,7)

C = (– 1,7) • ...

C = ...

29 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

a. (– 12) • (+ 2)

b. (+ 34) • (– 28)

c. (– 10,3) • (– 46)

d. (+ 12,5) • (+ 3,1)

Exercices d'entraînement

30 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

a. – 36 • (– 1)
b. (– 2) • (+ 24)
c. 2,3 • (– 2,3)
d. – 9,1 • 6

31 Quel est le signe du résultat quand on...

a. ...multiplie un nombre négatif par un nombre positif ?

b. ...multiplie quatre nombres négatifs entre eux ?

c. ...multiplie un nombre positif et deux nombres négatifs ?

d. ...multiplie un nombre relatif par lui-même ?

e. ...multiplie trois nombres négatifs entre eux ?

32 Effectue :

a. (+ 5) • (– 4)
b. (– 5) • (– 3)
c. (– 3) • (+ 4)
d. (+ 4) • (+ 4)
e. (– 4) • (– 3)
f. (– 5) • (– 4)
g. (– 5) • (+ 3)
h. (– 4) • (+ 4)

33 Effectue :

a. (– 8) • (+ 2)
b. (– 2) • (+ 5)
c. (– 4) • (– 8)
d. (+ 9) • (+ 10)
e. (+ 191) • (+ 0,1)
f. (– 1,5) • (+ 20)
g. (– 0,25) • (– 4)
h. (+ 0,8) • (– 3)
i. (– 3,2) • (+ 4)
j. (– 1) • (– 17)

34 Calcule, sachant que 11,2 • 2,5 = 28 :

a. 11,2 • (– 2,5)
b. – 11,2 • (– 2,5)

35 *Un produit peut en cacher un autre...*

a. Calcule le produit 7,5 • 0,2.

b. Effectue alors les calculs suivants :

A = 7,5 • (– 0,2)
B = (– 0,2) • (– 7,5)
C = (– 75) • (+ 0,2)
D = (– 7,5) • (– 20)

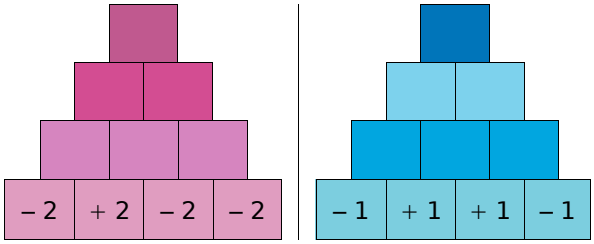
36 Relie les expressions dont les produits sont égaux :

(+ 5) • (– 12)	•	•	(– 1) • (+ 20)
(– 8) • (– 3)	•	•	(+ 12) • (+ 5)
(+ 4) • (– 6)	•	•	(+ 2) • (+ 12)
(+ 5) • (– 4)	•	•	(+ 5) • (+ 4)
(+ 2) • (+ 10)	•	•	(– 3) • (+ 20)
(– 2) • (– 30)	•	•	(– 12) • (+ 2)

37 Recopie et complète cette table de multiplication :

•	– 3	+ 5	– 9	+ 6	– 8
– 1					
+ 4					
– 7					
0					

38 Recopie et complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



39 *Donne le signe de chacun des produits suivants* :

a. 5,4 • (– 3,2) • (+ 4) • (– 5,1)
b. (– 0,5) • (– 9) • 0 • 7 • (– 1,4) • (– 1)
c. – 6 • (– 10) • 4 • (– 9) • (– 3) • (– 4,1)

Exercices d'entraînement

40 Effectue les calculs suivants :

a. $(-2) \cdot (-3) \cdot (+5)$

b. $(-3) \cdot (-2) \cdot (-4)$

c. $(+6) \cdot (-1) \cdot (+3)$

41 Effectue les calculs suivants :

a. $(-3{,}2) \cdot (-10) \cdot (+2) \cdot (-0{,}5)$

b. $(-75) \cdot (-0{,}25) \cdot (+4) \cdot (+2)$

c. $(-3) \cdot (-0{,}1) \cdot (+5) \cdot (+4)$

d. $(-1{,}5) \cdot (+4) \cdot (-1) \cdot (+0{,}8) \cdot (-3)$

e. $(+2) \cdot (-10) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (-1)$

42 Calcule astucieusement :

a. $(-2) \cdot (-1{,}25) \cdot (-2{,}5) \cdot (-8)$

b. $(-75) \cdot (-0{,}25) \cdot (+2) \cdot (+4)$

c. $(+0{,}01) \cdot (-25) \cdot (-13{,}2) \cdot 4 \cdot (-3)$

43 Complète par le nombre qui convient :

a. $(-4) \cdot \lozenge = 20$

b. $(-13) \cdot \lozenge = -39$

c. $\lozenge \cdot 7 = -42$

d. $\lozenge \cdot (-11) = 121$

44 Complète par le nombre qui convient :

a. $(+4) \cdot \lozenge = -100$

b. $(-2{,}9) \cdot \lozenge = 29$

c. $\lozenge \cdot 17 = -17$

d. $\lozenge \cdot (-3) = -99$

45 *Suite logique de nombres*

Donne le signe de chacun des produits suivants :

a. $(-1) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (-9)$

b. $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot \ldots \cdot (-12)$

c. $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

d. $5 \cdot (-10) \cdot 15 \cdot (-20) \cdot \ldots \cdot (-100)$

e. $1 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-8) \cdot \ldots \cdot 1\,024$

46 *Températures*

Il fait 0°C et la température chute de deux degrés toutes les heures.

a. Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne – 10°C ?

b. Quelle sera la température dans huit heures ?

47 Calcule dans chaque cas le produit $x \cdot y$:

a. $x = 5$ et $y = -3$

b. $x = +4$ et $y = -11$

c. $x = -2$ et $y = -5$

d. $x = -0{,}5$ et $y = -5{,}2$

48 Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	c	ab	$(-a) \cdot c$	$-(a \cdot c)$	$a \cdot b \cdot c$
-5	$+6$	-4				
-1	-2	-3				
$-2{,}1$	-4	$+3$				

49 *Décompositions...*

a. Trouve toutes les façons de décomposer le nombre – 20 en produit de deux nombres entiers relatifs.

b. Trouve toutes les façons de décomposer le nombre 24 en produit de trois nombres entiers relatifs.

50 Sans calculer, donne le signe de chaque résultat :

a. $(-6)^4$

b. 6^8

c. -132^{51}

d. $(-12)^{15}$

e. $(-3)^7$

f. $(-6)^{100}$

g. $-(-35)^7$

h. -87^4

i. $-(-13^8)$

51 *Puissance de 1 ou de – 1*

Calcule :

a. 1^{12}

b. 1^0

c. $(-1)^8$

d. $(-1)^0$

e. -1^7

f. -1^6

g. $(-1)^9$

h. -1^0

Exercices d'entraînement

Quotients de relatifs

52 Complète chaque égalité et écris chaque facteur manquant ◊ sous la forme d'un quotient :

a. (+ 6) • ◊ = + 18 donc ◊ = ...

b. (+ 5) • ◊ = – 20 donc ◊ = ...

c. ◊ • (– 7) = + 14 donc ◊ = ...

d. (– 2) • ◊ = + 12 donc ◊ = ...

e. ◊ • (– 10) = – 130 donc ◊ = ...

53 Sans les calculer, donne le signe de chacun des quotients suivants :

a. (– 3) : (– 8)

b. (+ 1) : (– 2)

c. (– 4) : (– 5)

d. (– 3,7) : (+ 5,1)

54 Calcule mentalement :

a. 64 : (– 8)

b. 42 : (– 6)

c. – 24 : (– 3)

d. 81 : (+ 9)

e. – 17 : (– 1)

f. – 35 : 7

g. (– 54) : (– 6)

h. 25 : (– 5)

i. (– 4) : (+ 4)

j. (– 29) : (+ 1)

55 Calcule mentalement :

a. (– 100) : (+ 25)

b. (– 42) : (– 4)

c. (+ 54) : (– 3)

d. (+ 55) : (+ 5)

e. (– 24) : (– 5)

f. (– 13) : (– 10)

56 Calcule le quotient de x par y :

a. $x = -15$ et $y = -3$

b. $x = +64$ et $y = -8$

c. $x = -36$ et $y = 12$

d. $x = -2,4$ et $y = 1,2$

e. $x = y = -2,3$

f. $x = 0$ et $y = -5$

57 Recopie et complète le tableau suivant et donne le résultat sous forme décimale :

a	b	c	$a : b$	$(-b) : c$	$c : (-a)$
– 5	+4	– 4			
– 2,5	– 1	+ 20			
+ 8	– 4	– 0,5			
– 2,4	– 1,2	– 24			

58 Donne, à l'aide de ta calculatrice, l'arrondi à l'unité de chacun des nombres suivants, comme dans l'exemple :

Exemple : A = $\frac{-153}{23}$.

La calculatrice donne A ≈ – 6,652173913.

On a donc : – 7 < A < – 6.

L'arrondi à l'unité de A est – 7 car A est plus proche de – 7 que de – 6.

B = $\frac{39}{-9}$ C = $\frac{-17}{-7}$ D = $\frac{-28}{51}$

Calculs variés

59 Pour chacun des calculs suivants, indique s'il s'agit d'une somme ou d'un produit puis donne le résultat :

a. – 4 • (+ 9)

b. – 3 – (+ 8)

c. – 7 + (– 5)

d. 3 • (– 7)

e. – 8 + (+ 6)

f. + 9 • (+3)

g. – 5 – (– 16)

h. – 11 • (– 4)

60 Sans calculer, donne le signe de chaque résultat :

a. (– 4) • (– 12)

b. (+ 15) + (– 22)

c. (– 45) – (– 51)

d. (– 37) • (+ 51)

e. (+ 7) • (+ 8)

f. (– 7) + (+ 8)

g. (– 3,12) • (– 2,5)

h. (– 3,17) – (+ 3,7)

Exercices d'entraînement

61 Calcule mentalement :

a. $8 \bullet (-8)$
b. $-22 + (-6)$
c. $-14 \bullet 3$
d. $-5 - (+17)$
e. $(-34) + (-19)$
f. $-15 \bullet (-5)$

62 Calcule mentalement :

a. $(-4) \bullet (-2{,}5)$
b. $(+3{,}5) + (-2{,}2)$
c. $(-3{,}9) + (-5{,}4)$
d. $(-3) \bullet (+4{,}2)$
e. $(+2{,}6) \bullet (-3)$
f. $(-7{,}15) - (-2{,}2)$
g. $(-3{,}12) \bullet (-10)$
h. $(-0{,}7) - (+1{,}17)$

63 Recopie et remplace le symbole ◊ par le signe opératoire qui convient :

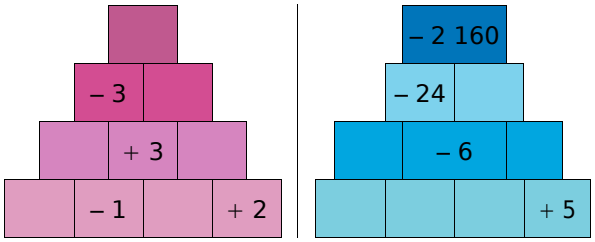
a. $(-3) \lozenge (-2) = -5$
b. $(-3) \lozenge (-2) = +6$
c. $(-2) \lozenge (-2) = +4$
d. $(-2) \lozenge (-2) = -4$
e. $(-5) \lozenge (+4) = (-12) \lozenge (+8)$

64 *Logique !*

Complète chaque suite de nombres :

a. 3 ; 1 ; – 1 ; … ; … ; …
b. 1 ; – 2 ; + 4 ; … ; … ; …
c. – 16 ; 8 ; – 4 ; … ; … ; …
d. 0,5 ; – 5 ; 50 ; … ; … ; …

65 Recopie et complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



66 Effectue les calculs suivants en détail :

a. $7 + (-6) \bullet (-6)$
b. $13 - (+3) \bullet (-4) - 8$
c. $-30 : (-9 + 15)$
d. $-3 - 9 \bullet (-3)$
e. $-3 \bullet 6 \bullet (-2 + 8)$

67 Effectue les calculs suivants en détail :

a. $-22 + (13 - 5) \bullet (-5)$
b. $(-2) \bullet (-8) + 2 \bullet (-20) : 4$
c. $-28 + (5 - 2) \bullet (-4)$
d. $7 \bullet (-7) + 3 \bullet (-25) : (-5)$
e. $-3{,}2 \bullet (-6) + (-2{,}3 - 7{,}7)$
f. $150 : (-1{,}2 - 9 \bullet 3{,}2)$

68 *Vocabulaire*

a. Traduis les phrases suivantes par un calcul :

• La somme du produit de 4 par – 5 et de – 6.

• Le produit de la somme de 7 et de – 8 par la somme de 8 et de – 2.

b. Effectue ces calculs.

69 *Vocabulaire (bis)*

Traduis les expressions mathématiques suivantes par des phrases :

Exemple : $(-2) \bullet 3 + 1$ se traduit par :

« La somme du produit de (– 2) par 3 et de 1. »

A = $5 \bullet (-7) + 3$
B = $3 + 2 : (-4)$
C = $7 - 4 \bullet (-10)$
D = $(2 - 3) \bullet (-1 - 2)$
E = $(1 - 7) : (2 + 5)$
F = $-2 + (-6) \cdot (-6) - 9$

70 Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	c	a • b	$(-a) \bullet c$	$-(a \bullet c)$	a • b • c
– 5		+ 4	10			
		+2			– 12	– 36

Exercices d'approfondissement

71 *Températures*

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en Suisse est le degré Celsius (°C). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l'eau se transforme en glace est 0°C et celle à laquelle l'eau se transforme en vapeur est 100°C. Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n'existent pas. Pour passer de l'une à l'autre, on utilise la formule :

$$T_{Kelvin} = T_{degrés\,Celsius} + 273{,}15$$

Ainsi, 10°C correspondent à 283,15 K.

a. Convertis en Kelvin les températures suivantes : 24°C ; – 3°C et – 22,7°C.

b. Convertis en degré Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K.

c. Quelle est en Kelvin la plus petite température possible ? À quelle température en degré Celsius correspond-elle ? Cette température est appelée le zéro absolu.

72 *Sur un axe gradué*

a. Soit A le point d'abscisse 4. Quelle peut-être l'abscisse du point B sachant que la longueur du segment [AB] = 8 ?

b. Soit C le point d'abscisse – 3. Quelle peut-être l'abscisse du point D sachant que la longueur du segment [CD] = 2 ?

c. Soit E le point d'abscisse – 5. Détermine l'abscisse de F sachant que la longueur du segment [EF] = 9 et que l'abscisse de F est inférieure à celle de E.

73 *Signes mystères*

Recopie en remplaçant les ◊ par le signe – ou le signe + de sorte que les égalités soient vraies.

a. ◊ 7 ◊ 3 = – 4

b. ◊ 13 ◊ 8 =– 21

c. ◊ 3,7 ◊ 8,4 = 4,7

d. ◊ 45 ◊ 72 = – 27

e. ◊ 2 ◊ 7 ◊ 13 = – 8

f. ◊ 1,5 ◊ 2,3 ◊ 4,9 = – 5,7

g. ◊ 8 ◊ 5 ◊ 12 ◊ 2 = 13

h. ◊ 7 ◊ 14 ◊ 18 ◊ 3 = – 22

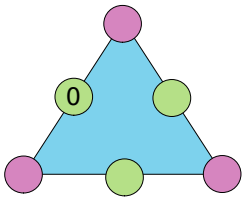
74 *Carré magique*

Recopie et complète ce carré magique sachant qu'il contient tous les entiers de – 12 à 12 et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont toutes nulles.

		0	8	
			– 11	2
– 9	– 1	12		3
– 3		– 12		9
– 2	11	– 6	7	

75 *Triangle magique*

La somme des nombres de chaque côté du triangle est 2. Remplis les cases vides avec les nombres relatifs (– 2) ; (– 1) ; 1 ; 2 et 3, qui doivent tous être utilisés.



76 Coup de froid

Chaque matin de la 1re semaine du mois de Février, Julie a relevé la température extérieure puis a construit le tableau suivant :

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Température (en °C)	– 4	– 2	– 1	+ 1	0	+ 2	– 3

Calcule la moyenne des températures relevées par Julie.

Exercices d'approfondissement

77 Recopie et complète les carrés magiques suivants :

a. Pour l'addition :

	– 9	– 2
	– 4	
– 6		

b. Pour l'addition :

1,6		
	– 5,4	
– 4,4		– 12,4

c. Pour la multiplication :

	36	– 3
	6	
– 12		

78 La différence a – b est égale à 12. On augmente a de 3 et on diminue b de 4. Combien vaut la différence entre ces deux nouveaux nombres?

79 *Le nombre – 21...*

a. Écris le nombre – 21 comme somme de deux nombres entiers relatifs consécutifs.

b. Écris le nombre – 21 comme différence de deux carrés.

80 Recopie et complète les phrases suivantes :

a. – 21 est la moitié de...

b. – 21 est le triple de...

c. – 21 est l'opposé de...

81 *Choisir deux nombres*

a. Trouve deux nombres relatifs dont le produit est positif et la somme est négative.

b. Trouve deux nombres relatifs dont le produit est négatif et la somme est positive.

c. Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs.

d. Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont négatifs.

82 *Énigme*

Sachant que le produit deux nombres A et B est positif et que leur somme est négative, quels sont les signes de A et de B ?

83 *Calculatrice*

Effectue à la calculatrice les calculs suivants :

a. $13\,857 \cdot (-253)$

b. $\dfrac{-44\,980}{8\,996 - 10\,380}$

c. $312 - 123 \cdot (-734)$

d. $\dfrac{-34 \cdot (-713)}{-68}$

84 *Signe*

A est le produit de 24 nombres (non nuls) comportant 23 facteurs négatifs.

B est le produit de 13 nombres (non nuls) comportant 11 facteurs négatifs.

Donne, si c'est possible, le signe de :

a. A • B

b. A : B

c. A – B

d. A^2

e. A + B

Travail de recherche

1 Morphing

Le **morphing** ou **morphage** est un des effets spéciaux applicables à un dessin. Il consiste à fabriquer une animation qui transforme de la façon la plus naturelle et la plus fluide possible un dessin initial vers un dessin final.

1re partie : Construction d'une image

a. Construisez un repère (chaque élève du groupe le fait sur son cahier).

Placez les points suivants dans le repère :

A(0 ; 1)	B(– 4 ; 1)	C(0 ; 5)	D(0 ; – 1)
E(– 3 ; – 1)	F(– 2 ; – 3)	G(3 ; – 3)	H(4 ; – 1)
I(3 ; – 1)	J(3 ; 3)	K(1 ; 2)	L(3 ; 1)

Reliez à la règle les points dans l'ordre alphabétique de A jusqu'à L puis tracez le segment [DI].

b. Cette figure tient dans un carré. Construisez ce carré en rouge.

2ème partie : Transformation

Pour cette partie, le travail peut être réparti entre les différents membres du groupe. Voici plusieurs transformations subies par les coordonnées des points :

- On échange son abscisse et son ordonnée. On obtient A1, B1 ...
- On double son abscisse. On obtient A2, B2 ...
- On double son ordonnée. On obtient A3, B3 ...
- On double son abscisse et son ordonnée. On obtient A4, B4 ...
- On ajoute 4 à son abscisse et - 3 à son ordonnée. On obtient A5, B5 ...

c. Pour chacune de ces transformations, indiquez les nouvelles coordonnées de chaque point puis construisez la figure dans un nouveau repère et enfin écrivez une phrase pour indiquer ce qu'est devenu le carré rouge.

3ème partie : Chacun sa figure

d. Construisez la figure de votre choix dans un repère (15 points au maximum). Faites bien attention à ce que tous les points aient des coordonnées entières. À partir du dessin, remplissez un tableau de points comme à la question a..

e. Donnez ce tableau à un autre groupe pour qu'il réalise la figure puis une transformation de votre choix parmi celles de la 2ème partie.

2 Le bon produit

1re partie : La construction du jeu

a. Avec du papier épais ou du carton, fabriquez 66 cartes à jouer.

b. Au stylo bleu, fabriquez les 38 cartes « facteur » :

- deux portent le nombre 0 ;
- trois exemplaires pour chacun des nombres : – 9 ;— 6 ; – 4 ; – 3 ; – 2 ; – 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 9.

Remarque : Soulignez les 6 et les 9 pour éviter de les confondre.

c. Au stylo rouge, fabriquez les 28 cartes « produit » :

- deux portent le nombre 0 ;
- les autres sont toutes différentes et portent les nombres : – 54 ; – 36 ; – 27 ; – 24 ; – 18 ; – 16 ; – 12 ; – 9 ; – 8 ; 6 ; – 4 ; – 3 ; – 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 16 ; 18 ; 24 ; 27 ; 36 et 54.

2ème partie : Les règles du jeu

Chaque joueur reçoit six cartes « facteur » puis pioche une carte « produit ». Celui qui a le plus grand nombre joue en premier (en cas d'égalité, les joueurs ex-aequo piochent une deuxième carte produit). On tourne ensuite dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les cartes « produit » piochées sont posées face visible. On complète de façon à en avoir 10 en tout sur la table.

Le joueur dont c'est le tour pioche une carte « produit » et la pose sur la table avec les autres.

Si, avec deux de ses cartes facteurs, il peut obtenir un des produits visibles, il écarte les trois cartes (les deux cartes « facteur » et la carte « produit »).

S'il ne peut pas, il pioche deux cartes « facteur » et regarde à nouveau s'il peut obtenir un produit.

S'il propose une combinaison et qu'il a fait une erreur de calcul, il pioche également deux cartes « facteur ».

C'est alors au tour du joueur suivant.

Lorsqu'un joueur a écarté toutes ses cartes « facteur », il a gagné.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	(– 10) + (+ 15) = ...	(– 5)	(– 150)	(+ 5)	(– 25)
2	(+ 8) + ... = (– 5)	(+ 3)	impossible	(+ 13)	(– 3)
3	(+ 2,1) + (– 3,9) = ...	6	– 6	– 1,8	1,8
4	(+ 7) – (– 3) = ...	4	10	– 4	– 10
5	(– 2) – ... = (– 5)	(+ 3)	(- 7)	(+ 7)	(– 3)
6	1,3 – (– 2,4) = ...	– 1,1	1,1	3,5	– 3,5
7	– 7 • (– 3) = ...	– 10	– 21	10	21
8	4 • (– 3) = ...	1	– 12	– 7	12
9	– 15 : (– 5) = ...	(– 15) : (– 5)	– 3	15 : 5	3
10	4 • (– 4) = ...	0	– 8	16	– 16
11	Le produit de l'opposé de – 6 par l'opposé de 7 vaut...	42	– 42	– 1	6:(– 7)
12	– 6 + 6 • (– 10) = ...	0	120	66	– 66
13	Le produit de 108 facteurs égaux à – 1 est égal à...	– 108	0	1	– 1
14	Dans un produit de 90 facteurs...	un facteur est égal à 0 donc ce produit est égal à 0	il y a deux fois plus de facteurs positifs donc ce produit est positif	il n'y a que des facteurs négatifs donc ce produit est négatif	on remplace la moitié des facteurs par leurs opposés donc le signe du produit change

Récréation mathématique

Le compte est bon

Avec les nombres proposés, retrouve les résultats annoncés !

Tu ne peux utiliser chaque nombre qu'une seule fois. Toutes les opérations sont autorisées.

Avec – 3 ;– 5 ; 25 ; – 100 et 7, trouve – 650 !

Avec – 7 ; – 25 ; 10 ; – 8 et – 75, trouve 730 !

Nombres rationnels

7



Narration de recherche

Quel est le quatrième chiffre après la virgule de l'écriture décimale du quotient de 1 par 7 ?
Et le 14e ? Le 24e ? Le 104e ? Le 1 004e ? Le 2 008e ?

Activité 1 : Différentes représentations des fractions

1. Premiers partages entre amis

a. Neuf barres de céréales sont à partager équitablement entre quatre enfants. Écris la part de chaque enfant sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.

b. Douze gaufres au chocolat sont à partager entre dix enfants. Schématise de deux façons différentes ce partage. Écris la part de chaque enfant sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.

2. Des partages de pizzas !

Quatre amis (Adeline, Bertrand, Chloé et Daniel) ont commandé au total trois pizzas. La part de chacun sera identique.

a. Dessine sur ton cahier ces trois pizzas et représente la part de chacun en supposant qu'ils mangent les pizzas les unes après les autres.

b. On suppose maintenant que Bertrand doit manger en premier et ne réchauffer qu'une seule pizza. Dessine cette pizza et représente sa part.

c. À l'aide des questions précédentes, trouve deux écritures différentes de la part de chacun et déduis-en une égalité.

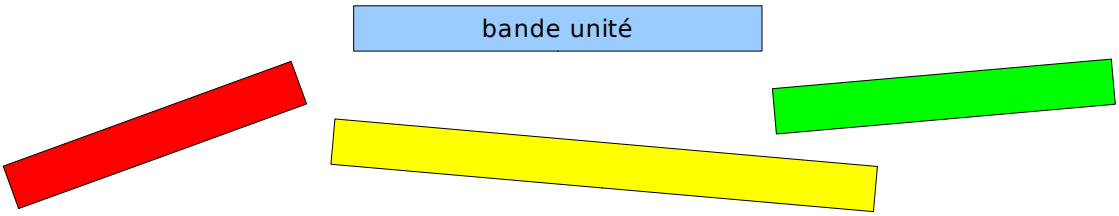
3. Des tartes aux pommes et des baguettes !

a. Sami a invité neuf de ses amis pour son anniversaire. Il estime que lui et chacun d'entre eux mangeront un quart de tarte aux pommes. Combien de tartes aux pommes doit-il commander ? Et s'il en invite finalement 11 ?

b. Pour un pique-nique organisé par le collège pour les classes de 6e, on estime que chacun des 155 élèves mangera un tiers de baguette. Combien de baguettes faut-il alors prévoir pour ces élèves ?

Activité 2 : Bandes à part...

Reproduis et découpe des bandes de papier identiques à celles ci-dessous.



1. En prenant comme unité la longueur de la bande bleue, exprime la longueur des bandes rouge, jaune et verte. (Tu pourras pour cela construire, plier et découper autant de bandes unités que nécessaire.)

Compare tes résultats avec ceux de tes camarades.

2. Trace sur ton cahier une bande de longueur $\frac{3}{2}$, une autre de longueur $\frac{9}{4}$ et une dernière de longueur $\frac{5}{3}$. (L'unité choisie est toujours la bande unité bleue.)

3. Donne d'autres écritures possibles de ces longueurs à l'aide de fractions.

Activité 3 : Partages et comparaisons

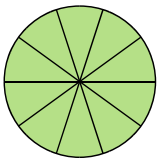
1. Axel vient de manger 4 carrés de chocolat sur une plaque qui en possède 24. Éloise vient d'en manger 3 sur une plaque de 18 carrés. La plaque de chocolat d'Éloise est identique à celle d'Axel.

a. Représente sur la plaque de chocolat d'Axel, divisée en 24 carrés identiques ce qu'il a mangé.

b. Effectue le même travail pour représenter ce qu'Éloise a mangé.

c. En t'aidant de **a.** et **b.**, détermine qui de Alex ou Éloise a mangé le plus de chocolat ?

2. Utilise le disque ci-contre partagé en dix parts égales pour donner une fraction égale à $\frac{1}{2}$. Compare $\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{10}$.

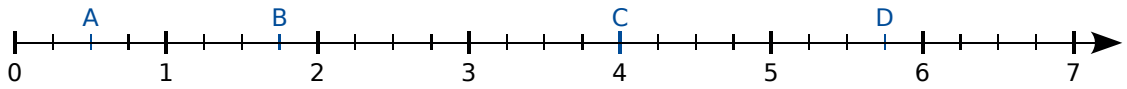


3. En utilisant maintenant un disque partagé en cent parts égales, compare $\frac{7}{10}$ et $\frac{3}{4}$.

4. Donne une écriture décimale de chacune des fractions des questions précédentes.

Activité 4 : Quotients et demi-droite graduée

1. On a tracé ci-dessous une demi-droite graduée.



a. Donne de deux façons différentes les abscisses des points A, B, C et D.

b. Donne de deux façons différentes l'abscisse du point situé exactement au milieu des points A et B puis celui du point situé exactement au milieu de C et D.

2. Dessine une demi-droite graduée et partage l'unité en 12 parts égales.

a. Combien de ces parts faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ? Même question pour $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ puis $\frac{1}{2}$.

b. Place sur cette demi-droite les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{13}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$.

c. Donne de deux façons différentes l'abscisse du point K situé exactement au milieu de G et H.

Méthode 1 : Utiliser la définition du quotient

À connaître

La **fraction** $\frac{a}{b}$ est le quotient de l'entier relatif a par l'entier relatif b (avec $b \neq 0$), ainsi : $\frac{a}{b} = a : b$. Le nombre a s'appelle le **numérateur**, b est le **dénominateur** et le trait horizontal est la **barre de fraction**. Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire comme une fraction.

Exemple 1 : Parmi les nombres suivants : $\frac{3}{4}$, $\frac{23}{2,3}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{0}{10}$, $\frac{1,2}{5}$, détermine ceux qui ne sont pas une fraction.

Une fraction possède un numérateur **et** un dénominateur entier. Donc $\frac{23}{2,3}$ et $\frac{1,2}{5}$ ne sont pas des fractions.

Remaque : Les quotients $\frac{23}{2,3}$, $\frac{1,2}{5}$ utilisent l'écriture fractionnaire mais ne sont pas des fractions. Par contre ce sont des nombres rationnels car $\frac{23}{2,3}=10$ et $\frac{1,2}{5}=0,24$.

À connaître

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1 000... Un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction décimale est un **nombre décimal**. Il peut aussi se noter en utilisant une virgule ; c'est son **écriture décimale**.

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale du nombre $\frac{567}{10}$.

L'écriture décimale est obtenue en calculant la division 567 : 10=56,7.

Exemple 3 : Écris 0,25 sous la forme d'une fraction décimale.

Une fraction décimale a pour dénominateur 1, 10, 100, 1000, ...

Le chiffre 5 occupe la position des centièmes.

On obtient la fraction décimale, 0,25= $\frac{25}{100}$.

Exercice « À toi de jouer »

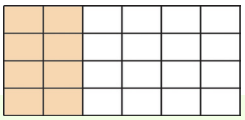
1 Donne l'écriture décimale des nombres

a. $\frac{12}{5}$ **b.** $\frac{2,5}{2}$ **c.** $\frac{4}{2,5}$

2 Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale.

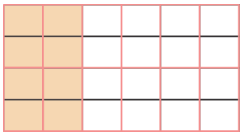
a. 0,8 **b.** 0,12 **c.** 1,541

Méthode 2 : Fraction d'un tout



Exemple : Détermine quelle fraction de la figure est colorée.

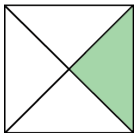
La figure est divisée en 24 parties identiques et 8 sont colorées. On a coloré les $\frac{8}{24}$ de la figure.



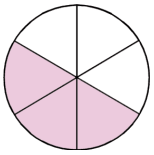
Remarque : La division de la figure aurait pu être en 12 parties identiques dont 4 sont colorées, c'est-à-dire, $\frac{4}{12}$ de la figure ou les $\frac{2}{6}$ de la figure ou les $\frac{1}{3}$ de la figure. Mais toutes ces fractions sont égales.

Exercice « À toi de jouer »

3 Pour chaque figure donne la fraction de la partie colorée.

a. 

b. 

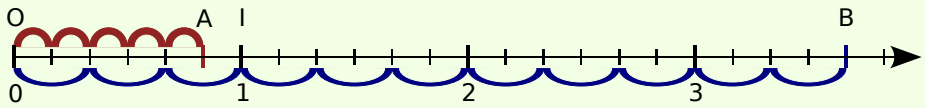
c. 

Méthode 3 : Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée

Exemple : Place sur une même demi-droite graduée les points A et B d'abscisses respectives $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{3}$.

On choisit une longueur unité OI que l'on partage en six parts égales. Chacune de ces parts correspond donc à $\frac{1}{6}$ de l'unité.

- Pour placer le point A, on utilise $\frac{5}{6} = 5 \cdot \frac{1}{6}$ et on reporte donc cinq sixièmes à partir du point O.



- Pour placer le point B, on remarque que deux parts correspondent à $\frac{1}{3}$ de l'unité et on utilise $\frac{11}{3} = 11 \cdot \frac{1}{3}$. On reporte donc 11 tiers à partir du point O.

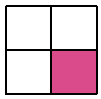
Exercice « À toi de jouer »

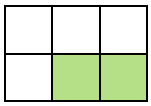
4 Sur une même demi-droite graduée, place les points $E\left(\frac{3}{4}\right)$; $F\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et $G\left(\frac{5}{2}\right)$.

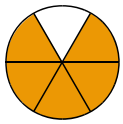
Exercices d'entraînement

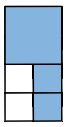
Fractions et partage

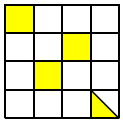
1 Pour chaque figure, indique la fraction de la surface totale qui est colorée.

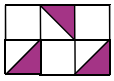
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

2 Dans quelle(s) figure(s) la surface colorée est-elle égale au quart de la surface totale ?

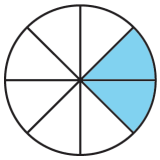
a. 

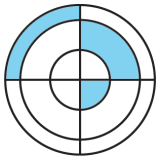
b. 

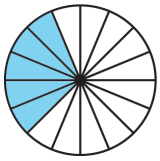
c. 

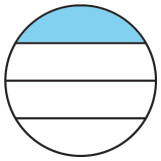
3 *Drôles de partages*

Dans quelle(s) figure(s) la surface colorée est-elle égale au quart de la surface totale ?

a. 

c. 

b. 

d. 

4 *Avec des quadrilatères*

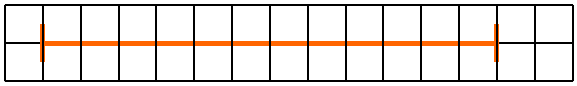
a. Trace un carré de côté 5 cm et colorie trois quarts de sa surface.

b. Trace un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 7 cm. Colorie $\frac{7}{21}$ de sa surface.

c. Trace un carré de côté 3 cm et colorie un sixième de sa surface.

5 *Avec un segment*

a. En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis le segment suivant.



b. Construis un segment dont la longueur par rapport à celle du segment de la question **a.** est :

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{5}{4}$

Différentes écritures

6 Donne une écriture fractionnaire des nombres suivants.

a. une demie
b. cinq douzièmes
c. deux tiers
d. sept demis
e. trois quarts
f. cent dix-neuvièmes
g. (≥**) moins un quart
h. (≥**) moins trois septièmes

7 Donne une écriture décimale des nombres.

a. deux centièmes
b. quarante dixièmes
c. trois dixièmes
d. cinq cent millièmes
e. cinq cent-millièmes
f. neuf tiers
g. (≥**) moins vingt-deux dixièmes
h. (≥**) moins cent vingt-trois millièmes

8 Détermine la fraction dont le dénominateur est le numérateur de $\frac{41}{17}$ et dont le numérateur est le triple du dénominateur de $\frac{53}{9}$.

9 Recopie et complète par deux entiers consécutifs les encadrements suivants.

a. $\ldots < \frac{36}{10} < \ldots$
b. $\ldots < \frac{2}{7} < \ldots$
c. $\ldots < \frac{11}{3} < \ldots$
d. $\ldots < \frac{49}{8} < \ldots$

Exercices d'entraînement

10 (≥**) Recopie et complète par deux entiers consécutifs les encadrements suivants.

a. $\ldots < -\frac{12}{10} < \ldots$ **c.** $\ldots < -\frac{44}{3} < \ldots$

b. $\ldots < -\frac{18}{7} < \ldots$ **d.** $\ldots < -\frac{35}{8} < \ldots$

11 Parmi les fractions suivantes, indique celles qui sont égales à des nombres entiers puis celles qui sont inférieures à 1.

$\frac{42}{10}$; $\frac{8}{2}$; $\frac{36}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{27}{3}$; $\frac{126}{9}$; $\frac{87}{2}$; $\frac{132}{4}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{33}{42}$.

12 Recopie et complète.

a. $\frac{\ldots\ldots}{9} = 1$ **c.** $0 = \frac{\ldots\ldots}{6}$ **e.** $\frac{1}{\ldots\ldots} = 0{,}001$

b. $5 = \frac{\ldots\ldots}{8}$ **d.** $\frac{\ldots\ldots}{2} = 4{,}5$ **f.** $2{,}5 = \frac{\ldots\ldots}{4}$

13 On considère le quotient 12 : 5.

a. Donne une écriture fractionnaire de ce quotient. Quel est le numérateur ? Le dénominateur ?

b. Donne une écriture décimale de ce quotient.

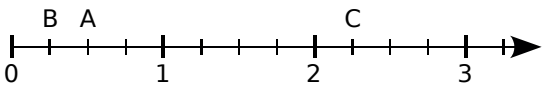
c. Reprends les questions **a.** et **b.** en considérant maintenant le quotient 7 : 8.

14 Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

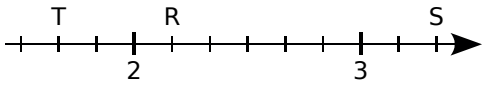
a. $\frac{1}{8}$ **b.** $\frac{46}{5}$ **c.** $\frac{56}{70}$ **d.** $\frac{11}{16}$ **e.** $\frac{153}{12}$

Demi-droite graduée

15 Donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée ci-dessous.



16 Donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points R, S et T placés sur la demi-droite graduée ci-dessous.



17 Trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité et place les points M, N, P et Q d'abscisses respectives $\frac{3}{10}$; 0,7 ; $\frac{12}{10}$ et $\frac{2}{5}$.

18 (≥**) Trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité et place les points M, N, P et Q d'abscisses respectives $-\frac{7}{10}$; - 0,3 ; $-\frac{2}{10}$ et $-\frac{8}{5}$.

19 Trace une demi-droite graduée en prenant une unité de 3 cm. Place les nombres $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{3}$; 0,2 ; $\frac{4}{5}$; $\frac{17}{5}$ et 1,5.

20 En choisissant judicieusement la longueur d'une graduation, place précisément sur une demi-droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$.

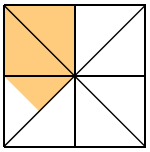
21 Trace une demi-droite graduée en prenant 7 cm pour une unité et place les points E, F et G d'abscisses respectives $\frac{2}{7}$, $1 + \frac{3}{7}$ et $1 - \frac{4}{7}$.

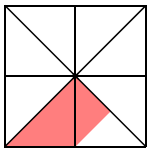
22 Place précisément sur une demi-droite graduée les points U, V et W d'abscisses respectives $2 + \frac{1}{3}$, $6 - \frac{2}{3}$ et $3 + \frac{4}{3}$.

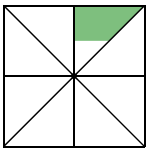
Exercices d'approfondissement

23 *Quelques partages*

Pour chaque figure, indique la fraction de la surface totale qui est colorée.

a. 

b. 

c. 

24 *Coloriage*

Trace trois rectangles de 9 cm sur 4 cm.

a. Partage le premier pour colorier les cinq sixièmes de sa surface.

b. Partage le second pour colorier les sept douzièmes de sa surface.

c. Partage le troisième pour colorier les trois huitièmes de sa surface.

25 Transforme les nombres suivants en écriture décimale puis entoure d'une même couleur ceux qui sont égaux.

$7+\frac{1}{4}$	2	$\frac{29}{4}$	$\frac{156}{78}$	$\frac{84}{10}$	29,4
$8-\frac{3}{4}$	8,4	$\frac{8}{4}$	$8+\frac{4}{10}$	$\frac{147}{5}$	7,25

26 *À la chasse aux décimaux*

a. Parmi les fractions suivantes, lesquelles sont des nombres décimaux ?

$A=\frac{1}{2}$; $C=\frac{1}{7}$; $E=\frac{1}{13}$; $G=\frac{1}{16}$; $I=\frac{1}{4}$;

$B=\frac{1}{3}$; $D=\frac{1}{10}$; $F=\frac{1}{25}$; $H=\frac{1}{12}$; $J=\frac{1}{15}$.

Tu pourras utiliser un tableau pour présenter tes résultats.

b. Donne deux fractions de numérateur 1 (différentes des fractions ci-dessus) : une décimale et une non décimale.

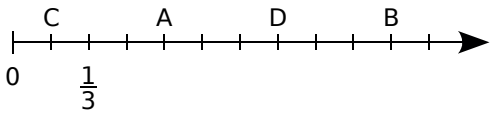
c. Quelles remarques peux-tu faire concernant les fractions décimales ?

d. Sans calculer les quotients, indique si les fractions suivantes sont décimales ou non, en justifiant ta réponse : $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{35}$.

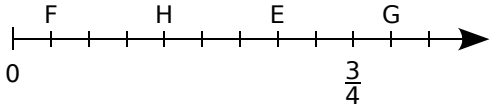
e. Soulimane affirme que toute fraction décimale peut s'écrire avec un dénominateur égal à 10, 100, 1 000, ... Est-ce vrai ?

27 *Demi-droites graduées*

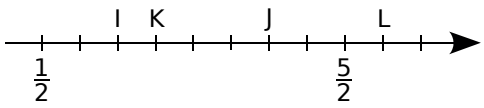
a. Quelles sont les abscisses respectives des points A, B, C et D ?



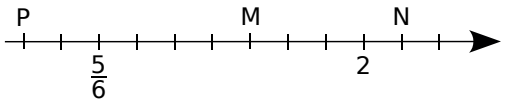
b. Même question pour les points E, F, G et H.



c. Même question pour les points I, J, K et L.



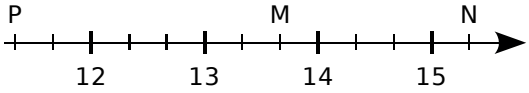
d. Même question pour les points P, M et N.



28 En choisissant judicieusement une unité de longueur, place précisément sur une demi-droite graduée les points A d'abscisse $\frac{5}{6}$, B d'abscisse $\frac{1}{2}$, C d'abscisse $\frac{11}{6}$, D d'abscisse $\frac{3}{4}$ et E d'abscisse $1+\frac{1}{3}$.

29 *Encore une demi-droite graduée*

a. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessous en prenant trois centimètres pour unité.



b. Donne deux écritures de chacune des abscisses des points M, N et P.

c. Sur la demi-droite graduée, place le point Q d'abscisse $14+\frac{1}{3}$, le point R d'abscisse $13-\frac{1}{6}$ et le point S d'abscisse $\frac{71}{6}$.

1 Écriture décimale illimitée périodique

1re Partie : Écriture décimale illimitée

a. En vous partageant le travail, posez et effectuez les divisions de 5 par 7 et de 8 par 13. Pour chaque quotient, recherchez les dix premières décimales.

b. On dit que ces écritures sont périodiques. Comment expliquez-vous cette appellation ?

c. Déterminez la période de chacun de ces quotients.

d. Pour chaque quotient, trouvez le vingtième chiffre de la partie décimale. Trouvez le centième ainsi que le millième.

2e Partie : Le premier défi

Inventez un quotient dont l'écriture décimale est illimitée et périodique. Transmettez-le à un autre groupe et demandez-leur de trouver l'un des chiffres de la partie décimale dont vous aurez donné le rang. (Par exemple trouvez le 587e chiffre.)

3e Partie : À la recherche du quotient

e. Un quotient a pour écriture décimale illimitée et périodique $0,\overline{12}$. La longueur de la période est 2. Vérifiez que $\frac{12}{99}$ vaut $0,\overline{12}$.

f. Donnez l'écriture décimale illimitée périodique de $\frac{781}{999}$ avec la notation vue à la question **e.**.

g. Quelle fraction a pour écriture décimale illimitée périodique $0,\overline{365\,4}$?

4e Partie : Le second défi

Choisissez trois écritures décimales illimitées périodiques dont la période n'excédera pas quatre chiffres et devra commencer tout de suite après la virgule.

Échangez-les avec un autre groupe et retrouvez les écritures fractionnaires qui correspondent aux nombres que vous avez reçus.

2 Image d'une fraction

Le travail est inspiré d'une activité trouvée sur Bloog Maths & Science

Construction de l'image

a. Choisissez trois des fractions ci-dessous :

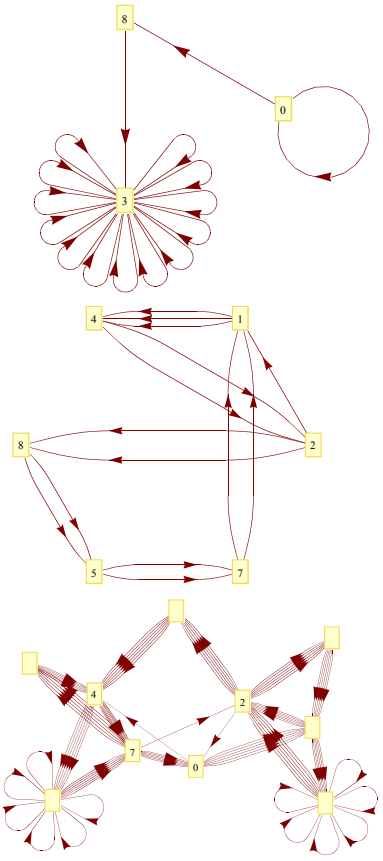
$$\frac{5}{12}\ ;\ \frac{115}{101}\ ;\ \frac{373}{120}\ ;\ \frac{71}{65}\ ;\ \frac{5}{229}\ ;\ \frac{152}{999}\ ;\ \frac{10}{41}\ .$$

b. Calculez leurs quotients avec une précision de 15 chiffres après la virgule.

c. Marquez sur une feuille les chiffres des décimales que vous avez trouvés.

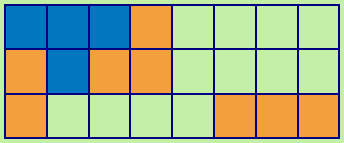
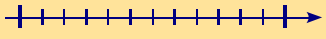
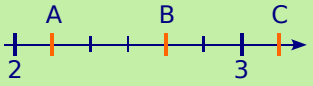
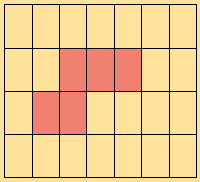
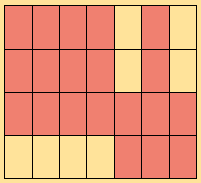
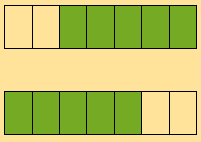
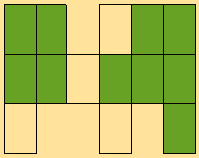
d. Reliez les chiffres dans l'ordre où ils apparaissent dans l'écriture décimale.

Les exemples ci-dessous ont été obtenus pour les fractions $\frac{1}{12}$, $\frac{15}{7}$ et $\frac{321}{680}$.



Les dessins ont été obtenus par un Wolfram project :
http://demonstrations.wolfram.com/GraphsOfTheSuccessiveDigitsOfRationalNumbers/

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1		Un tiers du rectangle est en orange	$\frac{4}{20}$ du rectangle sont en bleu	$\frac{8}{16}$ du rectangle sont en orange	La moitié du rectangle est coloriée
2	L'écriture décimale du quotient de 25 par 4 est...	$\frac{25}{4}$	$\frac{4}{25}$	6,25	0,16
3	$\frac{29}{7}$ est...	égal à $4+\frac{1}{7}$	le nombre qui multiplié par 7 donne 29	compris entre 4,1 et 4,2	un nombre décimal
4	$\frac{17}{3}$ est égal...	à 5,66	à 17,3	à $5+\frac{2}{3}$	au nombre qui multiplié par 17 donne 3
5	$\frac{31}{14}$ ...	n'est pas un nombre	est plus grand que 2	est égal à 2,214 285 7	a pour valeur approchée 2,214
6	 Sur cette partie de demi-droite graduée, on peut placer précisément...	$3+\frac{1}{11}$	$2+\frac{13}{12}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{43}{12}$
7	Sur la demi-droite graduée ci-dessous... 	B a pour abscisse $\frac{4}{6}$	C a pour abscisse 4	A a pour abscisse $2+\frac{1}{6}$	le point d'abscisse $\frac{5}{2}$ est entre A et B
8	Dans quelle(s) figure(s), la surface coloriée représente les $\frac{5}{7}$ de l'aire totale ?				

Récréation mathématique

Drôles de résultats !

a. Donne une valeur approchée au dix-millième près de chacun des quotients suivants : $\frac{1\,000\,000\,000}{81}$, $\frac{10\,000\,000\,000}{891}$ et $\frac{100\,000\,000\,000}{8\,991}$.
Que remarques-tu ?

b. Propose un quotient de deux nombres entiers dont une valeur approchée au dix-millième près est 11 112 222,333 3.

Des fractions historiques

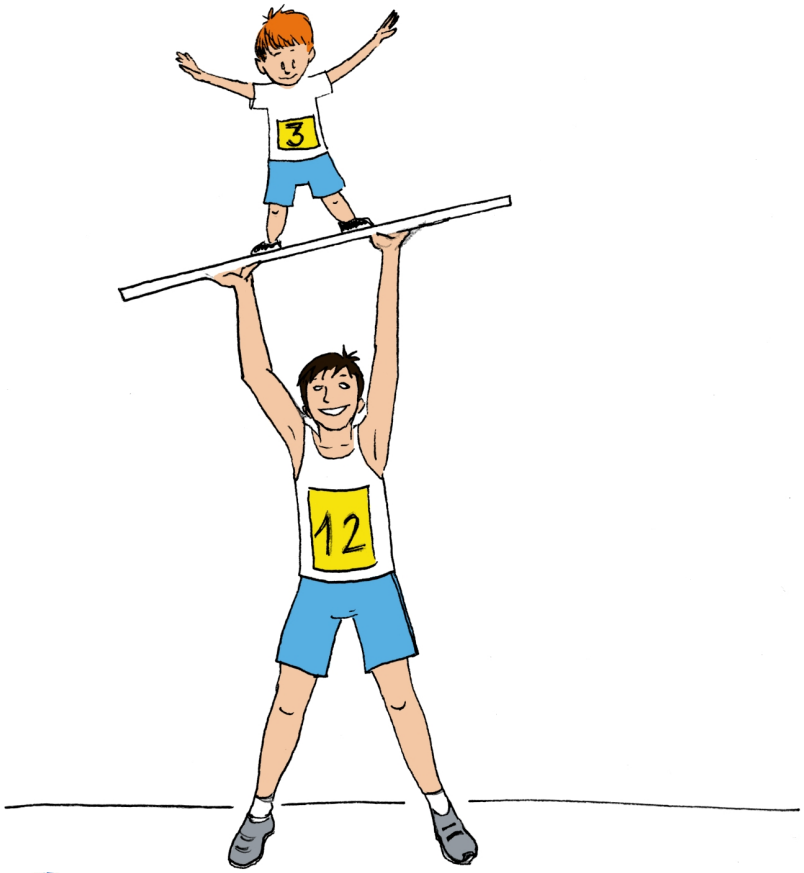
a. Détermine les cinq premières décimales des quotients suivants : $\frac{22}{7}$ et $\frac{355}{113}$. De quel nombre célèbre se rapprochent ces quotients ?

b. Trouve, en faisant une recherche sur Internet, d'autres fractions qui sont aussi des valeurs approchées historiques de ce nombre. Existe-t-il une fraction égale à ce nombre ?

Ce nombre a-t-il une écriture décimale illimitée périodique (voir le travail de groupe) ?

Écriture fractionnaire

8



Narration de recherche

Dans un premier pot, Grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron.
Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron.
Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon.

Comme Grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit :
« Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur. »
Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.
À la place de Julien, quel pot aurais-tu choisi ?



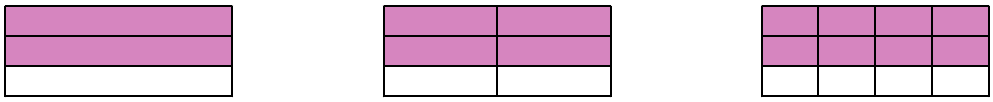


D'après le Rallye Mathématique Transalpin : http://www.math-armt.org

Activité 1 : Égalités de fractions

1. De l'observation et de l'imagination...

On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons.



a. Pour chacun d'entr eux, quelle fraction du rectangle est coloriée en rose ?

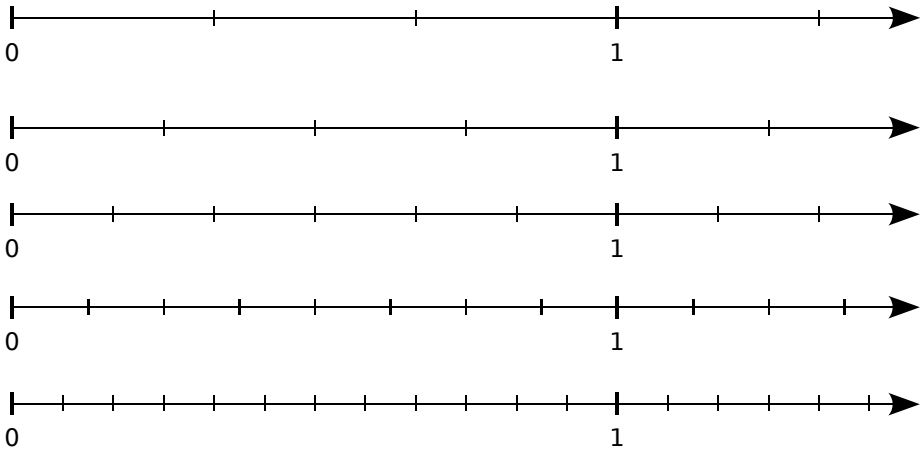
b. À l'aide de la question **a.**, complète l'égalité suivante : $\frac{2}{3} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

c. En utilisant une méthode similaire, écris trois fractions égales à $\frac{10}{12}$.

d. Est-il possible de trouver une fraction égale à $\frac{7}{9}$ ayant pour dénominateur 81 ? Ayant pour dénominateur 11 ?

2. Avec des demi-droites graduées (d'après IREM de Bordeaux)

Décalque l'ensemble des demi-droites graduées ci-dessous.



a. Choisisisis la demi-droite graduée qui convient le mieux pour placer chacun des nombres suivants : $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{6}$ et $\frac{16}{12}$. Que remarques-tu ?

b. Place $\frac{3}{4}$ sur la demi-droite graduée appropriée et déduis-en des fractions égales à $\frac{3}{4}$.

c. En t'inspirant de ce qui précède, propose des fractions égales à 2 puis à 5.

3. Avec la définition du quotient

a. Calcule les produits suivants.

$2 \cdot 1{,}5$; $6 \cdot 1{,}5$; $8 \cdot 1{,}5$; $10 \cdot 1{,}5$; $12 \cdot 1{,}5$; $22 \cdot 1{,}5$.

b. À l'aide de la définition du quotient, déduis-en des fractions égales à 1,5.

4. Synthèse

À l'aide de ce qui précède, détermine la condition pour que deux fractions soient égales.

5. Des applications

a. Trouve une fraction « plus simple » (c'est-à-dire avec un **numérateur** et un **dénominateur** plus petits) égale à $\frac{35}{14}$.

b. En détaillant ta démarche, détermine une fraction égale à $\frac{5{,}1}{0{,}75}$. Simplifie, si possible, cette fraction.

Activité 2 : Comparer une fraction au nombre 1

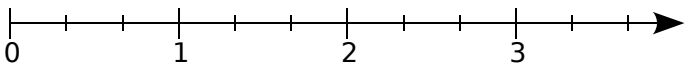
Le professeur Sésamatheux demande à ses élèves de comparer une fraction à 1. Voici la démarche de plusieurs élèves.

1. 1ère démarche

Julie a choisi le nombre en écriture fractionnaire $\frac{3}{4}$. Quelle est l'écriture décimale de ce nombre ? La fraction $\frac{3}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

2. 2ème démarche

Ibrahim a choisi la fraction $\frac{5}{3}$ et décide d'utiliser un axe gradué. Reproduis l'axe gradué ci-dessous et places-y le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$. La fraction $\frac{5}{3}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?



3. 3ème démarche

Marcel a choisi la fraction $\frac{3}{8}$. Il a choisi 16 cm comme unité. Trace un segment [AB] de longueur une unité puis repasse en rouge les $\frac{3}{8}$ de ce segment. La longueur du segment rouge est-elle supérieure ou inférieure à l'unité ? La fraction $\frac{3}{8}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

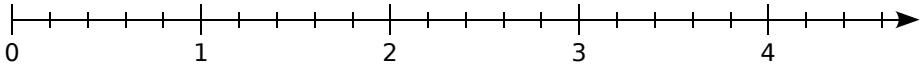
4. 4ème démarche

Roger a choisi la fraction $\frac{7}{4}$. Il a choisi 2 cm comme unité. Trace un segment [CD] de longueur une unité. Trace en bleu un segment de longueur sept fois la longueur du segment [CD] puis coupe le segment bleu en quatre segments de même longueur. La longueur du segment obtenu est-elle inférieure ou supérieure à l'unité ? La fraction $\frac{7}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

5. Conclusion

À partir des différents exemples ci-dessus, peux-tu énoncer une règle pour comparer une fraction à 1 ?

Activité 3 : Comparaisons dans les cas simples



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{7}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{12}{5}$ d'unité.

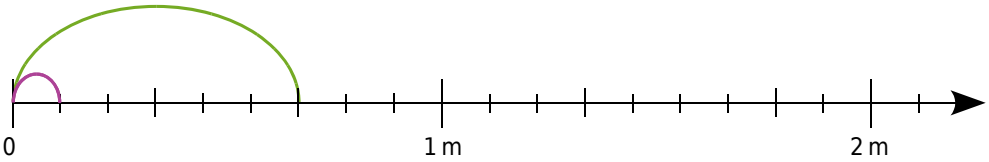
1. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

2. Lequel des deux a parcouru le plus grand trajet ? Parmi les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{12}{5}$, quelle est la plus grande ?

3. En t'aidant de la question **2.**, énonce une règle qui permet de comparer des fractions de même dénominateur.

4. Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{25}{109}$ et $\frac{38}{109}$ puis $\frac{7,9}{23}$ et $\frac{7,09}{23}$.

Activité 4 : Comparaisons dans les cas complexes



Zouzou le kangourou et Charlotte la puce décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Zouzou fait des bonds de $\frac{2}{3}$ de mètre (en vert) tandis que Charlotte fait des bonds de $\frac{1}{9}$ de mètre (en rose).

1. Charlotte a fait 11 bonds tandis que Zouzou n'en a fait que 2. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points C et Z pour indiquer les positions de Charlotte et de Zouzou.

2. Complète les phrases suivantes :

- « Charlotte a parcouru $\frac{\cdots}{9}$ de mètre. »
- « Zouzou a parcouru $\frac{\cdots}{3}$ de mètre, ce qui équivaut à $\frac{\cdots}{9}$ de mètre. »

3. En t'aidant de la question **2.**, indique lequel des deux a parcouru le plus grand trajet. Parmi les fractions $\frac{11}{9}$ et $\frac{4}{3}$, quelle est la plus grande ?

4. Énonce une règle qui permet de comparer des fractions de dénominateurs différents.

5. Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{8}{3}$ et $\frac{39}{15}$ puis $\frac{2,1}{12}$ et $\frac{6,03}{36}$.

Activité 5 : Premières multiplications avec le nombre fraction

1. Effectue chacun des calculs suivants.

a. $(6 \cdot 5) : 4$ **b.** $6 \cdot (5 : 4)$ **c.** $(6 : 4) \cdot 5$

Que remarques-tu ?

2. Regroupe les écritures qui correspondent à un même nombre dans la liste ci-dessous.

$5 \cdot \frac{9}{2}$; $\frac{2 \cdot 9}{5}$; $5 \cdot \frac{2}{9}$; $9 \cdot \frac{2}{5}$; $\frac{5 \cdot 2}{9}$; $2 \cdot \frac{5}{9}$; $9 \cdot \frac{5}{2}$.

3. On veut maintenant déterminer le produit de 1,4 par $\frac{3}{5}$, soit $1,4 \cdot \frac{3}{5}$.

a. Calcule $\left(1,4 \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot 5$ et utilise alors la définition d'un quotient pour montrer que le produit $1,4 \cdot \frac{3}{5}$ est le quotient de $(1,4 \cdot 3)$ par 5.

b. En t'aidant de ce qui précède, justifie les égalités : $1,4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1,4 \cdot 3}{5} = \frac{1,4}{5} \cdot 3$.

4. Déduis des questions précédentes trois méthodes différentes pour calculer le produit d'un nombre décimal par une fraction.

Quelle que soit la méthode utilisée, par quel nombre divise-t-on toujours ?

Activité 6 : Prendre une fraction d'une quantité

1. C'est pas de la tarte !



Copyleft Manuel Flury Wikimedia commons Licence GNU-FDL 1.2

a. Florence a acheté une tarte de 400 g qu'elle a partagée en huit parts égales. Très gourmande, elle en a mangé les trois huitièmes. Calcule la masse d'une part de tarte et déduis-en la quantité, en grammes, mangée par Florence.

b. Pour fêter son anniversaire, Patrice a acheté trois tartes identiques à celle de Florence.
À la fin de la fête, il annonce fièrement : « J'ai mangé le huitième des tartes ! ». Quelle quantité de tarte, en grammes, a-t-il mangée ?

c. Quelle autre opération permet de retrouver les réponses précédentes ? Complète alors : « Prendre les $\frac{3}{8}$ de 400 revient à ... . ».

2. Histoire de sous...

Mario devait 5 sésames (monnaie utilisée en Sésamathie, pays des sésamatheux) à Bastien. Comme il ne les a pas rendus en temps et en heure, Bastien lui réclame des intérêts en lui demandant maintenant de lui donner les sept tiers de cette somme.

a. Mario se dit que « prendre 7 tiers de 5, c'est prendre 7 fois le tiers de 5. Or le tiers de 5, c'est le quotient de 5 par 3, soit exactement... ».

Poursuis son raisonnement pour déterminer la somme exacte à rembourser

b. Complète : « Prendre les $\frac{7}{3}$ de 5 revient à ... . ».

Activité 7 : Quelques applications

1. Question de méthode !

a. Calcule chacun des produits suivants de trois façons différentes.

- $8 \cdot \frac{7}{4}$
- $2,5 \cdot \frac{2}{5}$
- $\frac{12}{6} \cdot 9$

Dans chaque cas, y a-t-il une méthode plus simple que les autres ? Explique.

b. Pour trouver une écriture décimale exacte de $21 \cdot \frac{3}{7}$, Chloé affirme qu'on ne peut pas utiliser l'une des méthodes. A-t-elle raison ? Explique.

c. Choisis la méthode qui te semble la plus astucieuse pour calculer les produits suivants.

- $1,89 \cdot \frac{100}{9}$
- $15 \cdot \frac{2}{3}$
- $45 \cdot \frac{8}{4}$

d. On voudrait trouver la valeur exacte de $5 \cdot \frac{7}{3}$. Calcule ce produit en utilisant les trois méthodes. Quelle réponse donnerais-tu à la question posée ?

2. Multiplier par 0,1 ; par 0,01 ; ...

a. En remplaçant 0,1 par une fraction décimale, calcule $5,4 \bullet 0,1$. De la même façon, calcule $0,791 \bullet 0,001$ puis $2\,009 \bullet 0,01$.

b. Quelle autre opération peut-on effectuer à la place d'une multiplication par 0,1 ? Par 0,01 ? Et par 0,001 ?

3. Des conversions

a. Complète : 56,5 cm = 56,5 • ... cm = $56,5 \bullet \frac{1}{\ldots}$ m = $\left(56,5 \cdot \frac{1}{\ldots}\right)$ m = $\frac{\ldots}{\ldots}$ m = ... m.

b. En reproduisant un raisonnement du même type, convertis 87,2 mm en m.

Activité 8 : Appliquer un taux de pourcentage

1. Un commerçant consent une remise de 18 % sur tous ses articles.

a. Combien représente cette remise sur un article valant 100 CHF au départ ? Même question pour un article valant 1 CHF puis pour un article valant 135 CHF au départ.

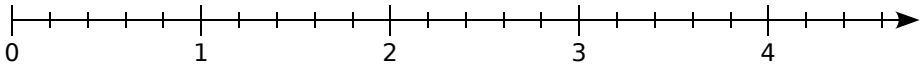
b. Par quel nombre faut-il multiplier le prix de départ d'un article (en CHF) pour connaître le montant de la remise (en CHF) ? (Tu donneras ce nombre sous la forme d'une fraction décimale.)

c. Complète : « Prendre 18 % d'un nombre revient à ... . ».

2. Dans un magasin, un article coûte 240 CHF. Calcule le montant de la remise lorsque celle-ci est de 50 %. Que remarques-tu ? À quelle fraction du prix de cet article correspond cette remise ? Mêmes questions pour une remise de 25 % puis de 75 %.

3. Dans un autre magasin, on accorde 16 % de remise sur un article coûtant 300 CHF. Détermine astucieusement le montant de cette remise.

Activité 9 : Additions et soustractions dans les cas simples (***)



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{9}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{4}{5}$ d'unité de plus que Lola.

1. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

2. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

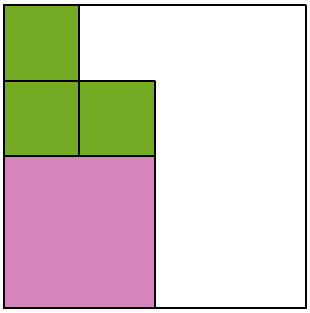
Lola, revancharde, propose à Jeannot de recommencer la course. Lors de cette seconde épreuve, Lola parcourt $\frac{11}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{2}{5}$ d'unité de moins que Lola.

3. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

4. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

5. En t'aidant des questions **2.** et **4.**, énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de même dénominateur.

Activité 10 : Additions et soustractions dans les cas complexes (***)



1. Complète par des fractions les phrases suivantes :

- L'aire de la région verte représente $\frac{3}{....}$ de l'aire totale.
- L'aire de la région rose représente $\frac{1}{....}$ de l'aire totale.

2. Écris le calcul à effectuer pour obtenir l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale.

3. Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.

4. Complète l'égalité suivante : $\frac{3}{16}+\frac{1}{4}=\frac{....}{....}$.

5. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

6. Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.

7. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5}+\frac{1}{30}$.

Méthode 1 Reconnaître des écritures fractionnaires égales

À connaître

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** ou qu'on divise son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$ où a, b et k sont des nombres, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$.

Exemple 1 : Montre que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent un même nombre.

On sait que $5 \cdot 8 = 40$ et que $7 \cdot 8 = 56$.
En multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on obtient $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40}{56}$, ce qui signifie que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent le même nombre.

Exemple 2 : Parmi $\frac{21}{27}$; $\frac{56}{81}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{48}{63}$ et $\frac{23,1}{29,7}$, relève les nombres égaux à $\frac{7}{9}$.

- $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{21}{27}$ donc $\frac{7}{9} = \frac{21}{27}$.
- $\frac{0,7}{0,9} = \frac{0,7 \cdot 10}{0,9 \cdot 10} = \frac{7}{9}$ donc $\frac{7}{9} = \frac{0,7}{0,9}$.
- On remarque que $7 \cdot 8 = 56$ et que $9 \cdot 8 = 72$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{56}{72}$ et $\frac{7}{9} \neq \frac{56}{81}$.
- On remarque que $9 \cdot 7 = 63$ et que $7 \cdot 7 = 49$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{49}{63}$ et $\frac{7}{9} \neq \frac{48}{63}$.
- On détermine le nombre qui multiplié par 7 donne 23,1. Ce nombre est $\frac{23,1}{7}$.
  En effectuant la division, on trouve $23,1 : 7 = 3,3$. Or $9 \cdot 3,3 = 29,7$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3,3}{9 \cdot 3,3} = \frac{23,1}{29,7}$.

Les écritures fractionnaires de la liste égales à $\frac{7}{9}$ sont donc $\frac{21}{27}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{23,1}{29,7}$.

À connaître

Amplifier une fraction consiste à obtenir une fraction égale en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Simplifier ou **réduire** une fraction consiste à obtenir une fraction égale en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Une fraction est **irréductible** si on ne peut plus la simplifier.

Exemple 3 : Rend la fraction $\frac{48}{60}$ irréductible.

On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication.

- Le chiffre des unités de 48 est 8 et celui de 60 est 0 donc 48 et 60 sont divisibles par 2. Ainsi $\frac{48}{60} = \frac{2 \cdot 24}{2 \cdot 30} = \frac{24}{30}$. On dit qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{48}{60}$ par 2.
- On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6. On peut donc encore simplifier la fraction par 6. Ainsi $\frac{24}{30} = \frac{6 \cdot 4}{6 \cdot 5} = \frac{4}{5}$.

Une fraction plus simple égale à $\frac{48}{60}$ est donc par exemple $\frac{24}{30}$ ou encore $\frac{4}{5}$.
$\frac{4}{5}$ n'est plus simplifiable. C'est la fraction irréductible égale à $\frac{48}{60}$.

Exemple 4 : Écris 2,5 sous la forme d'une fraction irréductible.

$$2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5 \cdot \mathbf{5}}{2 \cdot \mathbf{5}} = \frac{5}{2}$$

Exercices « À toi de jouer »

1 Parmi les nombres $\frac{45}{27}$; $\frac{0,05}{0,03}$; $\frac{54}{33}$; $\frac{90}{54}$ et $\frac{40}{25}$, relève ceux qui sont égaux à $\frac{5}{3}$.

2 Trouve une fraction égale à chaque fraction de la liste : $\frac{40}{90}$; $\frac{18}{72}$; $\frac{16}{24}$ et $\frac{125}{75}$.

3 Rend irréductible les fractions : $\frac{27}{36}$, $\frac{75}{30}$, $\frac{45}{39}$.

4 Simplifie $\frac{20}{12}$ puis trouve un autre quotient égal dont le dénominateur est 21.

5 Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

a. 0,5 **b.** 1,5 **c.** 0,8

Méthode 2 : Comparer

À connaître

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors il est supérieur à 1. Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors il est inférieur à 1.

Exemple : Compare les fractions $\frac{12}{4}$ et $\frac{57}{20}$.

$\frac{12}{4} = \frac{12 \cdot \mathbf{5}}{4 \cdot \mathbf{5}} = \frac{60}{20}$ ⟶ On écrit la fraction $\frac{12}{4}$ avec le dénominateur 20.

$60 > 57$ ⟶ On compare les numérateurs.

d'où $\frac{60}{20} > \frac{57}{20}$ ⟶ On range les expressions fractionnaires dans le même ordre que leurs numérateurs.

Donc $\frac{12}{4} > \frac{57}{20}$ ⟶ On conclut.

Exercices « À toi de jouer »

6 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{10}{9}$.

7 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

Méthode 3 : Prendre une fraction d'une quantité

À connaître

Pour multiplier un nombre décimal a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$),

- on calcule le quotient $b : c$ puis on multiplie le résultat par a ;
- ou on calcule le produit $a \cdot b$ puis on divise le résultat par c ;
- ou on calcule le quotient $a : c$ puis on multiplie le résultat par b.

Remarque : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple 1 : Calcule $45 \cdot \frac{4}{5}$.

- $45 \cdot \frac{4}{5} = 45 \cdot (4 : 5) = 45 \cdot 0,8 = 36$
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45 \cdot 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36$

Remarque : La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

À connaître

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par la quantité.

Exemple 2 : Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 CHF. Calcule le montant de sa dépense.

Calculer les cinq septièmes de 14,7, c'est multiplier $\frac{5}{7}$ par 14,7.

$\frac{5}{7} \cdot 14,7 = \frac{14,7}{7} \cdot 5 = 2,1 \cdot 5 = 10,5$. (C'est ici la méthode la plus simple.)

Amélie a donc dépensé 10,50 CHF.

Exemple 3 : 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien d'élèves de ce collège sont externes ?

Prendre 36 % de 425, c'est multiplier $\frac{36}{100}$ par 425.

$\frac{36}{100} \cdot 425 = \frac{36 \cdot 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153$.

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

Exercices « À toi de jouer »

8 Calcule. **a.** $5,6 \cdot \frac{10}{7}$ **b.** $45 \cdot \frac{9}{5}$ **c.** $4,6 \cdot \frac{18}{9}$

9 Les deux tiers des 60 salariés d'une entreprise sont des ouvriers, un quart sont des techniciens et les autres sont des cadres. Détermine le nombre de salariés dans chacune des catégories.

10 Lundi, sur 23 kg de raisin récoltés, le vigneron a dû en jeter 12 %. Quelle masse de raisin a-t-il jetée lundi ?

Méthode 4 : Additionner ou soustraire des fractions(***)

À connaître

Pour additionner ou soustraire des fractions :
- on met les fractions au même dénominateur, en amplifiant ou en simplifiant ;
- on additionne ou on soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple 1 : Calcule l'expression $A = \frac{7}{3} + \frac{5}{4}$.

Multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; ... Multiples de 4 : 4 ; 8 ; 12 ; 16 ; ... → On cherche le plus petit multiple commun non nul à 3 et 4.

$A = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ → On écrit les fractions avec le même dénominateur 12.

$A = \frac{28}{12} + \frac{15}{12}$

$A = \frac{43}{12}$ → On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

$A = \frac{43}{12}$ → On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exemple 2 : Calcule l'expression $B = 6 - \frac{3}{4}$.

$B = \frac{6}{1} - \frac{3}{4}$ → On transforme le nombre 6 en une fraction en ajoutant une division par 1.

$B = \frac{6 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \frac{3}{4}$ → Le ppmc de 1 et 4 est 4. On écrit les fractions avec le même dénominateur 4 .

$B = \frac{24}{4} - \frac{3}{4}$

$B = \frac{21}{4}$ → On soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur.

$B = \frac{21}{4}$ → On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exercices « À toi de jouer »

11 Calcule les expressions suivantes :

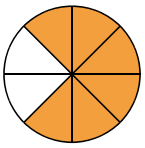
a. $\frac{7}{3} + \frac{6}{12}$ **b.** $\frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ **c.** $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$ **d.** $\frac{67}{11} - 5$

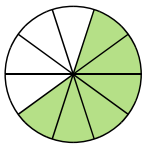
Exercices d'entraînement

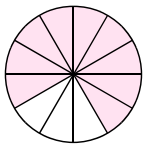
Amplifier, simplifier, égalités

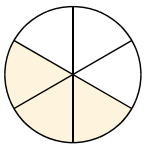
1 *Partage de disques*

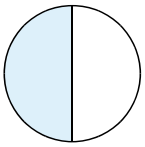
En t'inspirant des schémas ci-dessous, écris des égalités de fractions.

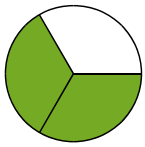
a. 

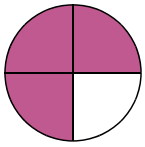
d. 

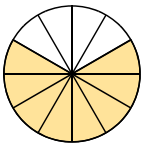
g. 

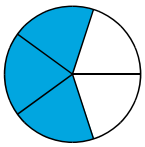
b. 

e. 

h. 

c. 

f. 

i. 

2 *Numérateur ou dénominateur fixé*

Recopie et complète.

a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot \ldots}{5 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{15}$

b. $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot \ldots}{7 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{56}$

c. $\frac{4}{3} = \frac{4 \cdot \ldots}{3 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{9}$

d. $\frac{15}{18} = \frac{\ldots \cdot \ldots}{6 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{6}$

e. $\frac{7}{14} = \frac{1 \cdot \ldots}{\ldots \cdot \ldots} = \frac{1}{\ldots}$

f. $\frac{12}{20} = \frac{\ldots \cdot \ldots}{2 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

3 *Numérateur ou dénominateur fixé (bis)*

Recopie et complète.

a. $\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{6}$

b. $\frac{1}{4} = \frac{2}{\ldots}$

c. $\frac{7}{5} = \frac{21}{\ldots}$

d. $\frac{3}{4} = \frac{\ldots}{100}$

e. $\frac{12}{8} = \frac{\ldots}{4}$

f. $\frac{100}{80} = \frac{25}{\ldots}$

4 *Avec une étape*

Recopie et complète.

a. $\frac{10}{6} = \frac{\ldots}{3} = \frac{25}{\ldots}$

b. $\frac{12}{15} = \frac{\ldots}{5} = \frac{8}{\ldots}$

c. $\frac{27}{18} = \frac{\ldots}{2} = \frac{15}{\ldots}$

d. $\frac{45}{60} = \frac{3}{\ldots} = \frac{\ldots}{28}$

e. $\frac{26}{65} = \frac{\ldots}{5} = \frac{\ldots}{10}$

f. $\frac{49}{42} = \frac{7}{\ldots} = \frac{\ldots}{72}$

5 *Égalités de fractions*

Dans chaque cas, indique, en justifiant, si les fractions données sont égales.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{10}{15}$

b. $\frac{12}{8}$ et $\frac{36}{16}$

c. $\frac{12}{15}$ et $\frac{4}{5}$

d. $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{9}$

6 *À la recherche des nombres égaux*

Trouve, parmi les nombres suivants, ceux qui sont égaux.

$A = \frac{7}{4}$ $B = \frac{3}{7}$ $C = \frac{12}{5}$ $D = \frac{9}{49}$

$E = \frac{3}{2}$ $F = \frac{33}{100}$ $G = \frac{28}{16}$ $H = \frac{1}{3}$

$I = \frac{21}{49}$ $J = \frac{14}{8}$ $K = 1{,}5$ $L = \frac{18}{12}$

$M = \frac{1{,}2}{0{,}5}$ $N = \frac{15}{10}$ $P = 0{,}33$ $Q = \frac{45}{105}$

7 *Intrus*

Dans chacune des listes de fractions suivantes se cache un intrus. Trouve-le en justifiant.

a. $\frac{80}{100}$; $\frac{16}{20}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{34}{40}$; $\frac{8}{10}$.

b. $\frac{12}{16}$; $\frac{15}{25}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{21}{28}$.

c. $\frac{91}{115}$; $\frac{65}{75}$; $\frac{130}{150}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{26}{30}$.

8 *À toi de jouer*

a. Trouve quatre fractions égales à $\frac{12}{15}$.

b. Trouve cinq fractions égales à $\frac{51}{34}$.

9 *Fractions égales*

a. Recopie la liste de fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales :

$\frac{7}{8}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{21}{24}$; $\frac{30}{12}$; $\frac{12}{9}$; $\frac{25}{10}$.

b. Écris cinq fractions égales à $\frac{7}{4}$.

Exercices d'entraînement

10 *Par quoi simplifier ?*

Pour chacune des fractions suivantes, détermine un nombre entier (différent de 1) qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur.

a. $\frac{18}{16}$ **c.** $\frac{12}{22}$ **e.** $\frac{60}{36}$

b. $\frac{5}{10}$ **d.** $\frac{27}{9}$ **f.** $\frac{84}{35}$

11 *Simplification de fractions*

Rends les fractions suivantes irréductibles :

a. $\frac{6}{4}$ **c.** $\frac{12}{16}$ **e.** $\frac{1}{2}$

b. $\frac{8}{10}$ **d.** $\frac{18}{27}$ **f.** $\frac{45}{35}$

12 *Simplification de fractions (bis)*

Rends les fractions suivantes irréductibles :

a. $\frac{13}{7}$ **c.** $\frac{48}{36}$ **e.** $\frac{13}{26}$

b. $\frac{22}{77}$ **d.** $\frac{60}{15}$ **f.** $\frac{256}{384}$

13 *Écriture fractionnaire d'un nombre décimal*

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale, puis rends irréductible cette fraction.

a. 1,2 **c.** 2,25 **e.** 1,125

b. 0,6 **d.** 0,02 **f.** 1,24

14 *D'écriture fractionnaire à fraction*

Transforme chacune des écritures fractionnaires suivantes en une fraction, puis rends irréductible cette fraction.

a. $\frac{1,2}{2}$ **c.** $\frac{1,5}{30}$ **e.** $\frac{7,68}{1,4}$

b. $\frac{7,3}{1,5}$ **d.** $\frac{9,125}{2,5}$ **f.** $\frac{1,3}{7}$

15 *De dénominateur 100*

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

a. $\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{1}{10}$ **e.** $\frac{18}{5}$

b. $\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{9}{20}$ **f.** 3

16 *De fraction à écriture décimale*

Détermine, sans poser de calcul, l'écriture décimale des nombres suivants.

a. $\frac{16}{25}$ **b.** $\frac{7}{20}$ **c.** $\frac{9}{50}$ **d.** $\frac{71}{4}$

Comparer, ordonner

17 *Comparer des fractions à des entiers*

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1 :

$\frac{7}{8}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{634}{628}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{18}{8}$; $\frac{182}{196}$; $\frac{4}{23}$.

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche :

$\frac{64}{21}$; $\frac{35}{18}$; $\frac{41}{18}$; $\frac{12}{25}$; $\frac{14}{30}$; $\frac{169}{83}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{12}{25}$.

18 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

a. $\frac{4}{5} \ldots \frac{7}{5}$ **b.** $\frac{19}{23} \ldots \frac{31}{23}$ **d.** $\frac{21}{9} \ldots \frac{31}{9}$

a. $\frac{2}{13} \ldots \frac{1}{13}$ **c.** $\frac{7}{6} \ldots \frac{3}{6}$ **e.** $\frac{15}{3} \ldots \frac{12}{3}$

19 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

a. $\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{4}$ **c.** $\frac{41}{51} \ldots \frac{41}{49}$ **e.** $\frac{12}{6} \ldots \frac{12}{18}$

b. $\frac{7}{5} \ldots \frac{7}{6}$ **d.** $\frac{62}{41} \ldots \frac{62}{35}$ **f.** $5 \ldots \frac{5}{2}$

Exercices d'entraînement

20 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou >. Justifie tes réponses.

a. $\frac{2}{3} \ldots \frac{1}{9}$ **c.** $\frac{3}{4} \ldots \frac{7}{8}$ **e.** $\frac{7}{18} \ldots \frac{3}{9}$

b. $\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{4}$ **d.** $\frac{12}{15} \ldots \frac{4}{3}$ **f.** $\frac{19}{10} \ldots \frac{10}{5}$

21 *Comparer puis vérifier*

a. Compare $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.

b. Compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$.

c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions et vérifie tes réponses.

22 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles <, > ou =. Justifie tes réponses.

a. $\frac{4}{7} \ldots \frac{7}{14}$ **d.** $\frac{12}{15} \ldots \frac{12}{14}$ **g.** $\frac{7}{84} \ldots \frac{1}{12}$

b. $\frac{7}{8} \ldots \frac{16}{15}$ **e.** $\frac{9}{18} \ldots \frac{3}{6}$ **h.** $\frac{6}{5} \ldots \frac{6}{4}$

c. $\frac{13}{4} \ldots \frac{27}{8}$ **f.** $\frac{24}{10} \ldots \frac{10}{5}$ **i.** $\frac{7}{4} \ldots 2$

23 *De l'ordre !*

a. Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{3}{16} ; \frac{1}{4} ; \frac{7}{8} ; \frac{3}{2} ; \frac{9}{16} ; \frac{8}{4} ; \frac{1}{2}.$$

b. Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{16}{3} ; \frac{4}{1} ; \frac{8}{7} ; \frac{2}{3} ; \frac{16}{9} ; \frac{4}{8} ; \frac{2}{1}.$$

24 *Avec un axe*

a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant :

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{6} ; \frac{7}{12} ; \frac{4}{3} ; \frac{13}{6} ; \frac{5}{3}.$$

b. Trace un axe gradué d'unité douze carreaux. Place les fractions précédentes.

c. Vérifie que ton classement de la question **a.** est correct.

25 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions :

a. Dans le cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont onze fauves. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?

b. Dans les parkings, la loi exige que sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées. Un parking de 600 places met à disposition 10 places pour handicapés. Ce parking respecte-t-il la loi ?

c. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

d. J'ai eu deux épreuves en maths, pour l'instant : trois points sur cinq et onze points sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux épreuves ?

26 *Intercaler*

Dans chaque cas trouve deux fractions comprises entre :

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$ **c.** $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{7}$ **e.** 12 et $\frac{61}{5}$

b. $\frac{12}{30}$ et $\frac{20}{30}$ **d.** 3 et 3,1 **f.** (≥**) $-\frac{32}{5}$ et $-\frac{13}{2}$

Prendre une fraction d'un nombre

27 *Astucieusement*

a. Quelle méthode est la plus astucieuse pour effectuer le calcul $\frac{3}{4} \cdot 16$? Justifie ta réponse.

b. Effectue les calculs suivants sans calculatrice le plus astucieusement possible.

- $\frac{21}{3} \cdot 5$
- $\frac{18}{7} \cdot 14$
- $\frac{8}{16} \cdot 4,28$
- $\frac{35}{4} \cdot 12$
- $3,4 \cdot \frac{5}{17}$
- $\frac{7}{3} \cdot 36,9$

Exercices d'entraînement

28 Traduis chaque énoncé par un calcul que tu effectueras.

a. Le quart de cent.

b. Les trois quarts de soixante.

c. Les cinq tiers de trois cent soixante.

d. Quatre-vingts centièmes de trente.

29 Recopie et complète.

a. $\ldots \cdot \frac{8}{7} = \frac{56}{7}$

b. $\frac{7}{5} \cdot \ldots = \frac{42}{5}$

c. $\frac{9 \cdot \ldots}{11} = \frac{72}{11}$

d. $\ldots \cdot \frac{8}{7} = 16$

e. $\frac{9}{14} \cdot \ldots = \frac{27}{7}$

f. $\frac{\ldots \cdot 5}{20} = \frac{3}{4}$

30 Pour chaque question, dis si les nombres donnés sont égaux.

a. Trois quarts de seize et $6 \cdot \frac{48}{24}$.

b. Deux cinquièmes de vingt et $\frac{2}{3} \cdot 12$.

c. Cinq douzièmes de trente-deux et $4,2 \cdot \frac{33}{11}$.

31 *Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001*

a. Recopie et complète.

$$578,4 \cdot 0,01 = 578,4 \cdot \frac{1}{\ldots} = \frac{578,4 \cdot \ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

b. Sur le même modèle, effectue les calculs.

89,3 • 0,1 ; 0,12 • 0,001 ; 890 001 • 0,01.

32 *Avec la calculatrice*

À l'aide de la calculatrice, trouve le résultat des calculs suivants (précise si le résultat est exact ou approché).

a. $25\,361 \cdot \frac{84}{521}$

b. $17\,232 \cdot \frac{591}{48}$

33 *Pourcentages de base*

Calcule.

a. 25 % de 100 g

b. 30 % de 200 m

c. 70 % de 15 CHF

d. 150 % de 15 kg

34 *Combien de minutes ?*

a. Exprime en minutes, en justifiant, chacune des durées suivantes.

- une demi-heure.
- deux tiers d'une heure.
- trois quarts d'heure.
- une heure et quart.

b. Transforme les durées suivantes en heures et minutes.

- sept quarts d'heure.
- un vingtième d'heure.
- neuf demi-heures.
- six dixièmes d'heure.

35 *Partage d'un segment*

Trace un segment [AB] de 63 mm.

Place un point C appartenant à [AB] tel que [AC] mesure les $\frac{5}{7}$ de [AB].

36 *Le partage*

Hugo a 43,20 CHF dans sa tirelire. Il décide d'en donner les $\frac{4}{9}$ à son petit frère Lukas. Combien Lukas va-t-il recevoir ?

37 *Le cycliste*

Un cycliste fait un trajet de 45 km dont les deux tiers sont en montée. Quelle est la longueur de la montée ?

38 *Le réservoir*

Le réservoir de ma voiture a une capacité de 56 litres. Il est rempli aux $\frac{3}{14}$ d'essence. Combien reste-t-il de litres d'essence dans ce réservoir ?

Exercices d'entraînement

39 *Les élèves de sixième*

252 élèves de sixième ont été interrogés sur la fréquence hebdomadaire de leur pratique du sport en dehors de l'école.

- $\frac{1}{6}$ des élèves ne pratique aucun sport ;
- $\frac{3}{7}$ des élèves en font une fois ;
- $\frac{3}{14}$ des élèves en font deux fois ;
- le reste des élèves en fait plus de deux fois par semaine. Calcule le nombre d'élèves pour chaque catégorie.

40 *Au cinéma*

Dans la grande salle de 175 places d'un cinéma de quartier, est projeté un film qui a permis de remplir la salle à 76 %. Combien y a-t-il eu de spectateurs à cette séance ?

41 *Choisir*

a. Vaut-il mieux recevoir 2 % de 3 625 CHF ou 80 % de 90 CHF ?

b. Un pull vert, qui coûtait 35 CHF, est vendu à 70 % de son prix initial et un pull bleu, qui coûtait 27 CHF, est vendu à 95 % de son prix initial. Lequel sera le moins cher à l'achat ?

42 *Composition d'un aliment*

Un plat préparé de 254 g contient 27 % de lipides, 55 % de protides et 16 % de glucides. Détermine la masse de ces trois substances dans ce plat.

43 *L'air*

L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %. Sachant qu'une salle de classe a un volume de 125 m^3, calcule le volume, en m^3, de chacun de ces gaz présents dans cette salle.

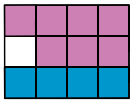
44 *Du chocolat blanc*

Le chocolat blanc contient 20 % de beurre de cacao, 14 % de matière sèche d'origine lactique et 55 % de sucre.

Calcule la masse de chacun de ces ingrédients dans une tablette de chocolat blanc de 150 g.

Additionner, soustraire (***)

45 L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ est illustrée par la figure ci-contre :



a. Explique pourquoi.

b. En t'inspirant de la question **a.**, écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes :

Figure 1

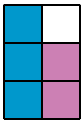


Figure 2

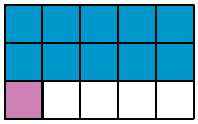
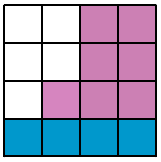


Figure 3



46 Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$ **c.** $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$ **e.** $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$

b. $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$ **d.** $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$ **f.** $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

47 On considère le nombre $5 + \frac{2}{3}$.

a. Combien y a-t-il de tiers dans une unité ? Et dans cinq unités ?

b. En utilisant la réponse à la question **a.**, écris $5 + \frac{2}{3}$ sous la forme d'une seule fraction.

c. En procédant de la même manière, écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une seule fraction.

- $4 + \frac{5}{2}$
- $12 - \frac{1}{4}$
- $7 + \frac{3}{5} - \frac{2}{5}$

Exercices d'entraînement

48 Effectue les opérations suivantes :

a. $\frac{2}{13}+\frac{7}{13}$ **d.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ **g.** $\frac{2}{3}-\frac{1}{18}$

b. $\frac{8}{7}-\frac{6}{7}$ **e.** $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$ **h.** $\frac{8}{5}-\frac{16}{10}$

c. $\frac{9}{4}-\frac{5}{12}$ **f.** $\frac{13}{14}+\frac{5}{7}$ **i.** $\frac{5}{6}+\frac{5}{12}$

49 Effectue les opérations suivantes :

a. $4-\frac{3}{2}$ **d.** $7+\frac{1}{4}$ **g.** $6-\frac{5}{3}-\frac{5}{6}$

b. $2+\frac{1}{3}$ **e.** $\frac{16}{3}-3$ **h.** $2+\frac{3}{4}+\frac{7}{2}$

c. $\frac{9}{4}-1$ **f.** $4+\frac{5}{7}$ **i.** $7-\frac{9}{5}-\frac{13}{25}$

50 Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de $a+b-c$.

a. $a=\frac{1}{2}$; $b=\frac{3}{4}$; $c=\frac{1}{4}$.

b. $a=\frac{7}{6}$; $b=\frac{10}{3}$; $c=\frac{5}{6}$.

c. $a=\frac{1}{3}$; $b=\frac{1}{9}$; $c=\frac{1}{27}$.

d. $a=\frac{2}{5}$; $b=\frac{13}{15}$; $c=\frac{2}{5}$.

e. $a=-\frac{13}{18}$; $b=\frac{19}{6}$; $c=\frac{4}{3}$.

51 *Étonnant !*

a. Calcule : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

b. Calcule : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$.

c. Calcule : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$.

d. Sans calculer, essaie de deviner la valeur de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$ puis vérifie.

52 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau. Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

53 *Jeu vidéo*

Trois frères veulent acheter ensemble un jeu vidéo. Le premier ne possède que les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième n'en possède que les $\frac{4}{15}$ et le troisième seulement $\frac{1}{3}$.

a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ce jeu vidéo ?

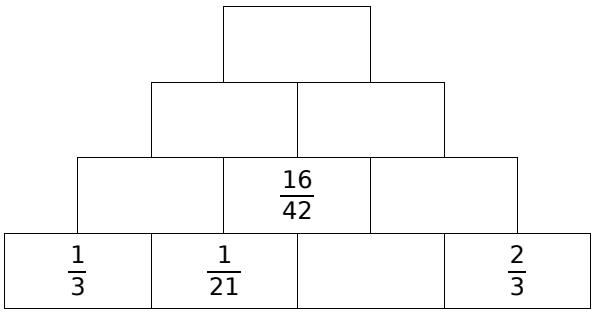
b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

54 *Triangle*

ABC est un triangle isocèle en A tel que AB = $\frac{5}{7}$ BC. Quelle fraction de BC représente son périmètre ?

55 Pyramide

Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



56 *Le Scrabble®*

Le tableau suivant donne le nombre de jetons correspondant à chaque lettre de l'alphabet.

Lettre	E	A	I	NO RS TU	L	D M	BCFG HPV Blanc	JKQW XYZ
Nombre	15	9	8	6	5	3	2	1

a. Quel est le nombre total de jetons dans le jeu ?

b. Quelle fraction des jetons est marquée de la lettre P ? Simplifie, si possible, cette fraction.

Même question pour les lettres D, E puis A.

c. Quelle fraction des jetons est marquée d'une consonne ? Simplifie, si possible, cette fraction.

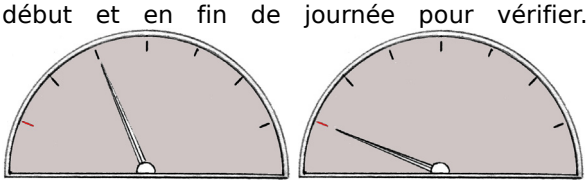
d. Y a-t-il plus ou moins de la moitié des lettres ayant un nombre d'exemplaires inférieur ou égal à 5 ? Quelle fraction exactement ?

57 *L'enquête*

Un employé utilise le véhicule de sa société pour aller faire des livraisons.

La capacité du réservoir du véhicule est de 40 l pour une consommation inférieure à 10 l pour 100 km.

Son employeur soupçonne une utilisation supplémentaire non autorisée et a donc photographié la jauge à essence du véhicule en début et en fin de journée pour vérifier.



le matin le soir

Sachant que le circuit journalier de l'employé fait 40 km, détermine si les soupçons de l'employeur sont justifiés.

58 *Farandole de fractions*

a. On considère les fractions suivantes :

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; ...

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

b. On considère les fractions suivantes :

$\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{6}{5}$; ...

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

c. En écrivant les fractions sous forme décimale (on arrondira au centième près quand c'est nécessaire), que remarques-tu pour les deux suites données en **a.** et **b.** ?

59

Dans le but de faire du béton, Antoine a préparé (avant d'incorporer l'eau) un mélange de 100 kg composé de 30 % de graviers, de trois huitièmes de sable et le reste de ciment.

Calcule la masse de chaque composant de ce mélange.

60 *La course*

Une course de 4 500 m est organisée autour du collège. Durant cette course :

- Ahmed doit stopper après avoir parcouru un dixième du trajet ;
- Bernard s'essouffle au bout des cinq sixièmes de la course ;
- Carolina, elle, n'atteint que le un quart de la longueur du parcours ;
- Dieter se blesse alors qu'il ne lui restait plus qu'un quinzième de la course à effectuer.

Calcule la distance parcourue par chacun.

61 *Le club Ludimaths*

Un collège comporte 840 élèves dont les huit dixièmes sont demi-pensionnaires.

Les sept douzièmes d'entre eux mangent au premier service, les autres au second service. Le club de jeux mathématiques a lieu durant le premier service et accueille un septième des élèves disponibles à ce moment-là.

a. Combien d'élèves participent à ce club ?

b. Quelle fraction du nombre total d'élèves représentent-ils ? Simplifie-la, si possible.

62 *Les soldes*

a. Un article coûtant 30 CHF subit une première réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.

b. Lors d'une seconde démarque, le même article subit une nouvelle réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.

c. Le prix de cet article a-t-il diminué de 100 % après ces deux démarques ? Justifie.

63 *Le concours*

Un concours se déroule en deux étapes :

- tous les candidats passent les épreuves d'admissibilité à l'écrit ;
- seuls ceux qui sont déclarés "admissibles" passent les épreuves d'admission à l'oral. Ces derniers sont alors déclarés "admis" ou pas.

1 200 candidats se sont présentés à ce concours. Après l'écrit, un tiers d'entre eux a été recalé. Le reste a passé l'oral où les trois quarts n'ont finalement pas été admis.

Combien de candidats ont été admis à ce concours ?

64 *La marée*

Il est midi à Dunkerque et la marée est basse. La « règle des douzièmes » nous dit que la mer va monter de $\frac{1}{12}$ de l'amplitude totale pendant la première heure, de $\frac{2}{12}$ durant la 2e heure, de $\frac{3}{12}$ la 3e heure, encore $\frac{3}{12}$ la 4e heure, $\frac{2}{12}$ la 5e heure pour finir avec le dernier douzième la 6e heure et arriver enfin à marée haute.
La mer redescend ensuite de la même manière suivant un cycle d'environ six heures.

Reproduis et complète le tableau suivant en sachant que l'amplitude totale est de 3,60 m.

Heure	12 h	13 h	...	23 h	24 h
Hauteur d'eau (m)	0				

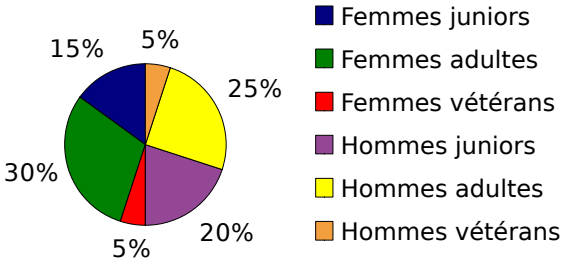
65 *Le jardin*

Dans un terrain de 3,5 ha, les $\frac{4}{5}$ de la surface sont occupés par des arbres fruitiers. Les pommiers occupent les $\frac{2}{7}$ de la surface occupée par les arbres fruitiers.

Calcule, en m², la surface occupée par les pommiers. (1 ha = 1 hm².)

66 Club sportif

Le diagramme suivant donne la répartition des adhérents d'un club sportif selon leur sexe et selon leur tranche d'âge.



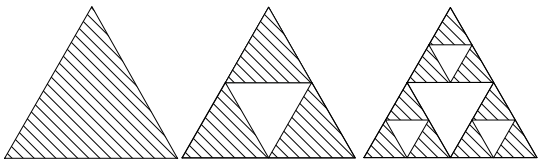
a. Reporte ces indications dans un tableau en remplaçant les pourcentages par des fractions simplifiées.

b. Le club comporte 360 adhérents. Calcule le nombre d'adhérents de chaque catégorie.

67 *Triangle de Sierpinski*

Étapes de construction :

- Étape 1 : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- Étape 2 : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets et dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- Étape 3 : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- Étapes suivantes : On répète le processus.



a. Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).

b. Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?

c. Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

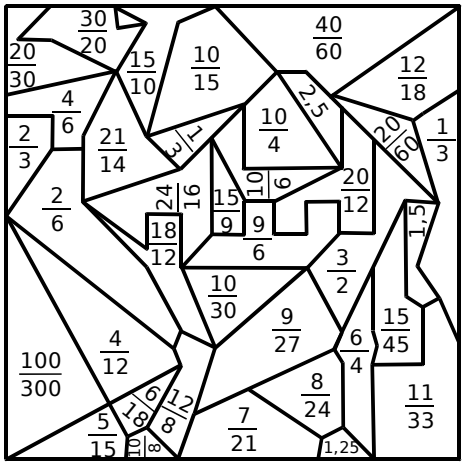
e. Et pour l'étape 8 ?

Travail de recherche

1 Coloriages magiques

1re Partie : Le dessin mystère

a. Chaque groupe décalque le dessin ci-dessous.



b. Coloriez les zones avec des nombres égaux aux fractions du tableau ci-dessous dans la couleur correspondante.

$\frac{5}{3}$ en rouge	$\frac{5}{2}$ en vert	$\frac{3}{2}$ en marron
$\frac{5}{4}$ en noir	$\frac{1}{3}$ en jaune	$\frac{2}{3}$ en bleu

2e Partie : À votre tour !

c. Chaque groupe produit un dessin avec des couleurs différentes suivant le même principe.

d. Échangez ensuite avec un autre groupe vos dessins. Coloriez alors le dessin que vous avez reçu.

2 Dans l'Ancienne Égypte (***)

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ avaient leur propre signe :

$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	

a. Recopiez puis complétez le tableau suivant :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

b. Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{6}+\frac{1}{6}\ ;\ \frac{1}{3}+\frac{1}{6}\ ;\ \frac{1}{6}+\frac{1}{12}\ .$$

c. Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1. Par exemple : $\frac{3}{8}$ s'écrivait comme la somme de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$:

Vérifiez en faisant le calcul.

À quelles fractions correspondent les écritures suivantes ?

d. Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions suivantes ?

$\frac{5}{12}$; $\frac{3}{14}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{5}$.

La décomposition est-elle toujours unique ?

e. Plus difficile !

Pour effectuer le calcul $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$, le scribe transformait successivement cette somme en $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ puis en $1+\frac{1}{6}$, ce qu'il pouvait alors écrire :

f. Faites comme lui pour les sommes :

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\ ;\ \frac{1}{2}+\frac{3}{5}\ ;\ \frac{3}{4}+\frac{7}{12}\ .$$

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	$\frac{75}{20}$ est simplifiable par...	2	3	5	7
2	$\frac{12}{14}$ est égal à...	$\frac{24}{48}$	$\frac{112}{114}$	$\frac{18}{21}$	$\frac{6}{7}$
3	Les fractions que l'on peut encore simplifier sont...	$\frac{1}{3}$	$\frac{1\,765\,448}{267\,460}$	$\frac{13}{26}$	$\frac{987\,465}{34\,542\,290}$
4	$\frac{8}{7} = \frac{?}{56}$ donc « ? » vaut...	49	64	55	7
5	$\frac{5}{8}$ = 0,625 donc...	$\frac{50}{80}$ = 0,625	$\frac{15}{18}$ = 0,625	$\frac{50}{8}$ = 6,25	$\frac{8}{5}$ = 0,625
6	$\frac{4}{3}$ est ...	<1	>1	$< \frac{2}{3}$	$> \frac{3}{4}$
7	$\frac{4}{16}$ est ...	>1	$= \frac{1}{4}$	$< \frac{1}{3}$	$= \frac{8}{16}$
8	$2{,}5 \cdot \frac{9}{4}$ = ...	$\frac{2{,}5 \cdot 4}{9}$	$\frac{2{,}5}{4} \cdot 9$	$\frac{22{,}5}{10}$	$5 \cdot \frac{18}{8}$
9	$\frac{8}{15} \cdot 5$ = ...	2,6	$\frac{40}{15}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{75}$
10	Prendre 25 % d'un nombre, c'est...	prendre le quart de ce nombre.	multiplier ce nombre par $\frac{25}{100}$.	diviser ce nombre par 4.	ajouter 25 à ce nombre.
11	Pour calculer 37 % de 600, on peut effectuer...	600 : 37	0,37 • 600	37 • 6	(600 • 37) : 100
(***) 12	$\frac{2}{3} + \frac{2}{4} =$ ...	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3} + 2$	$\frac{7}{6}$
(***) 13	$3 - \frac{3}{2} =$ ...	0	1,5	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - 3$

Récréation mathématique

La balle au bond

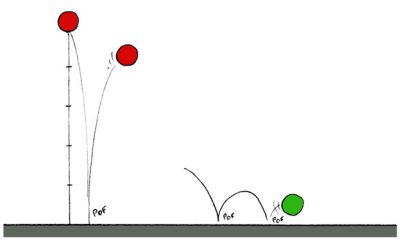
Julien possède trois balles fabriquées avec des matières différentes. Sa balle rouge est la plus tonique : à chaque rebond, elle remonte aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur de chute.

La verte ne remonte qu'aux $\frac{3}{4}$ de sa hauteur de chute et la bleue seulement aux $\frac{2}{3}$ de la sienne.

Julien lâche ses trois balles d'une hauteur de 180 cm. Il mesure à quelle hauteur arrivent :

- la rouge après 5 rebonds ;
- la verte après 4 rebonds ;
- la bleue après 3 rebonds.

Laquelle des trois arrive le plus haut ?



Points, segments droites, angles

9



Narration de recherche

Sujet 1 :
•Dessine 10 segments avec exactement 20 points d'intersection.
•Dessine 10 demi-droites avec exactement 20 points d'intersection.
•Dessine 10 droites avec exactement 20 points d'intersection.

Sujet 2 :
Étant donnés quelques points placés sur une feuille, combien peut-on tracer de segments différents joignant deux quelconques de ces points ?
Avec un point, on ne peut pas tracer de segment. Avec deux points, on peut en tracer un seul. Avec trois points, on peut en tracer trois. Réponds à la question pour chacun des nombres de points suivants : 4 ; 5 ; 6 ; 12 ; 20 ; 108.

Activité 1 : Des points et des lignes

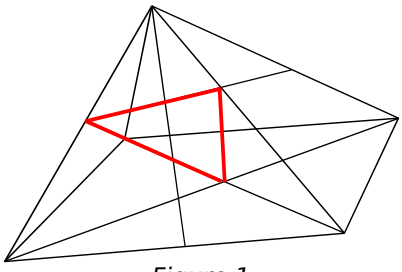


Figure 1

1. Aujourd'hui, Benjamin est malade. Tu lui transmets au téléphone le travail effectué en mathématiques. Les figures sur sa fiche, qu'il a imprimée depuis le cahier de textes électronique sont en noir et blanc.

a. Sur la figure 1, on a tracé un triangle rouge. Que dis-tu à Benjamin pour qu'il trace le triangle rouge ?

b. En utilisant la figure 2, que dis-tu à Benjamin

- pour qu'il trace la figure rouge ?
- pour qu'il trace le triangle vert ?

2. Être sur

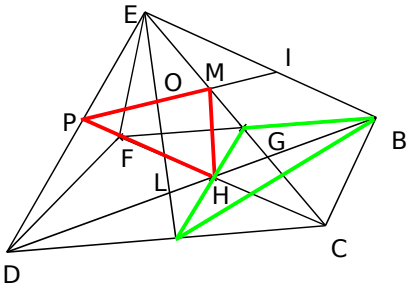


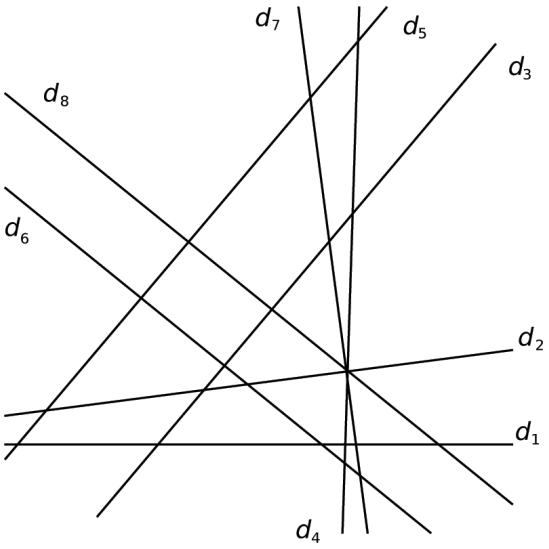
Figure 2

a. Quels sont les points qui appartiennent au segment [LG] ? À la droite (LG) ?

b. O ∈ [PI] ; M ∈ [PI] ; D ∉ (PI) ; P ∉ [OM) ; I ∈ [OM). Comment comprends-tu ces notations ? Écris six autres expressions utilisant ces symboles.

Activité 2 : Une première approche

1. À vue d'œil



a. À vue d'œil, indique des droites qui te semblent former un **angle droit**.

b. Cite des couples de droites qui se coupent. Comment les appelle-t-on ?

c. Cite des couples de droites qui semblent ne pas se couper. Comment les appelle-t-on ?

2. Avec des symboles

a. Sous la figure, il est noté :

« $d_8 \perp d_5$ et $d_8 \,//\, d_6$. »

Que veulent dire les symboles ⊥ et // ?

b. En utilisant les droites du dessin, écris d'autres relations de ce type.

3. À toi de jouer

Voici un autre énoncé :

- Place trois points A, B et C non alignés.
- Trace une droite d telle que : d // (AB) et C ∈ d.
- Trace une droite d' telle que : d' ⊥ (AB) et C ∈ d'.

Réalise ce tracé à main levée et code le dessin.

Activité 3 : Repérer des droites perpendiculaires

1. Éric a oublié son équerre !

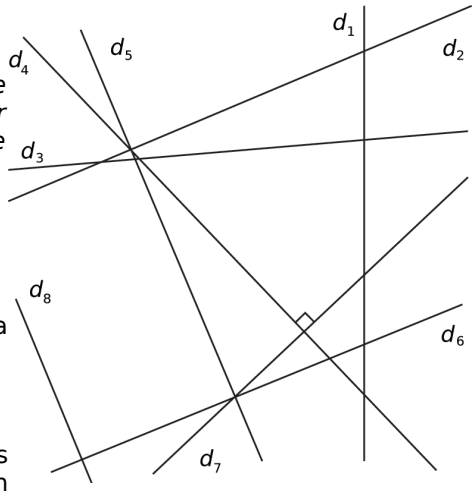
« Pas de souci, lui dit son professeur, *prends une feuille blanche non quadrillée. Tu devrais pouvoir obtenir un angle droit en pliant deux fois cette feuille. »*
Réalise une telle équerre.
Qu'obtiens-tu si tu déplies ta feuille ?

2. Éric utilise sa nouvelle équerre...

Éric doit replacer l'équerre dans la position qui a permis de construire les droites d_4 et d_7.

Place l'équerre dans cette position.

Trouve alors un autre couple de droites **perpendiculaires** sur cette figure en t'aidant de ton équerre.



3. Utilisation de l'équerre d'Éric

Trace deux droites sécantes d et d'. À l'aide de l'équerre que tu as fabriquée, construis une droite perpendiculaire à (d) et une autre perpendiculaire à d'. Tu n'oublieras pas d'ajouter les codages nécessaires.

Activité 4 : Droites parallèles

1. Deux droites perpendiculaires

a. Place deux points A et B.

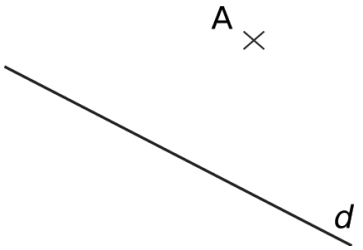
b. Trace une droite d ne passant ni par A, ni par B et qui coupe (AB).

c. Trace d_1 la perpendiculaire à d passant par A, puis la droite d_2 perpendiculaire à d_1 passant par B. Que remarques-tu ?

d. Trace d_3 la perpendiculaire à d passant par B et d_4 la perpendiculaire à d_3 passant par A. Que peux-tu dire de d_2 et d_4 ? Quelles autres remarques du même type peux-tu faire ?

2. Construction à la règle et à l'équerre

La première vignette d'une bande dessinée est représentée ci-contre. On y a placé une droite d et un point A n'appartenant pas à d. Complète cette bande dessinée pour expliquer comment, à l'aide de la règle et de l'équerre, tu traces la **parallèle** à d passant par A.



Activité 5 Tout savoir sur la médiatrice ! (≥**)

1. Axes de symétrie d'un segment

a. Sur une feuille blanche, trace un segment [AB].

b. Plie cette feuille de manière à ce que le point A touche le point B, cela fait apparaître un axe de symétrie de ce segment. Le symétrique de A par rapport à cet axe est B. Comment s'appelle cet axe ? Repasse-le en couleur.

c. Quelles sont ses caractéristiques ?

2. Propriété d'un point appartenant à la médiatrice d'un segment

a. Place un point M sur cette médiatrice. Que dire des longueurs AM et BM ?

b. Que dire alors d'un point qui appartient à la médiatrice d'un segment ?

3. Ensemble de points

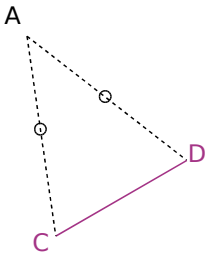
a. Construis un segment [CD] de longueur 5 cm.

b. Place A, **équidistant** de C et de D. Place trois autres points équidistants de C et de D.

c. Où semblent se trouver tous les points équidistants de C et D ?

d. Que dire d'un point équidistant des extrémités d'un segment ?

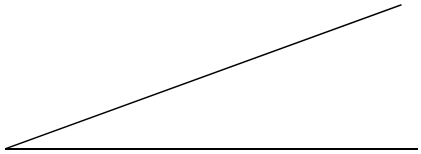
e. Déduis-en une façon de construire la médiatrice d'un segment sans l'équerre.



Activité 6 : Mesure d'angles en degrés

1. Première approche de la mesure d'un angle

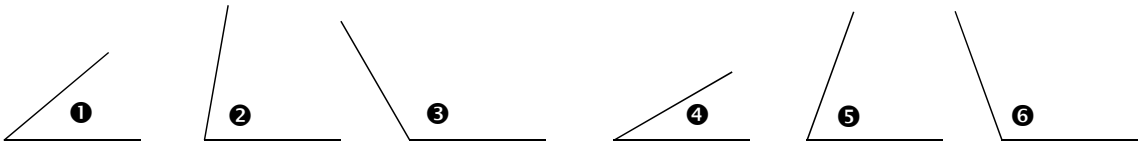
a. Décalque l'**angle** ci-contre et découpe-le pour l'utiliser comme **gabarit**. On prend la mesure de cet angle pour unité.



b. Utilise le gabarit pour construire un angle deux fois plus grand que celui représenté sur la figure ci-dessus. On dira dans cette partie que ce nouvel angle a une mesure de deux unités.

c. De la même façon, construis un angle de mesure trois unités puis un angle de mesure cinq unités.

d. Détermine, en unités, la mesure de chacun des angles ❶, ❷ et ❸ ci-dessous.



e. Donne un encadrement, en unités, de la mesure de chacun des angles ❹, ❺ et ❻.

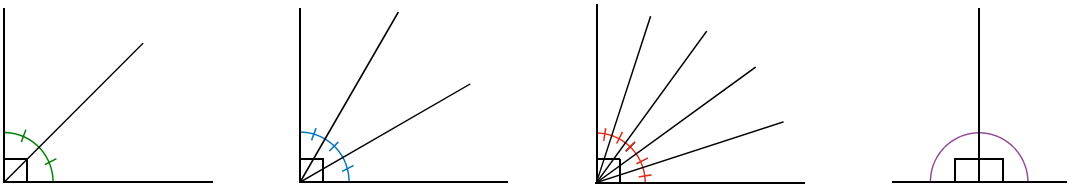
f. Cette unité est-elle pratique pour mesurer les angles ? Pourquoi ?

2. Mesure en degrés

Le degré est une unité d'angle plus pratique que la précédente. Voici un angle dont la mesure est 1°. Cette mesure a été choisie de telle manière qu'un angle droit mesure 90°.

a. Parmi les nombres compris entre 2 et 10, trouve ceux qui sont des diviseurs de 90.

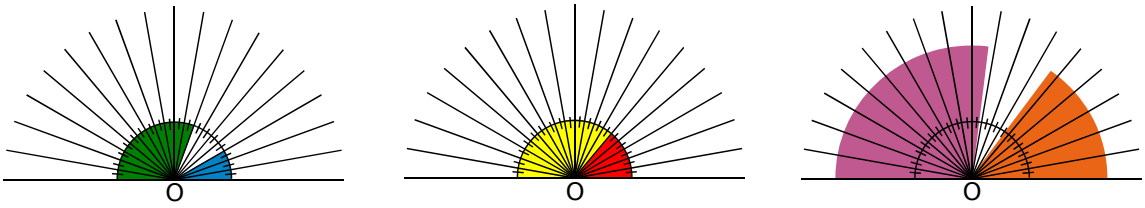
b. Si on coupe un **angle droit** (90°) en deux angles de même mesure, quelle est alors la mesure de chacun des angles ? Même question si on le coupe en trois puis en cinq angles de même mesure. (Voir les trois premières figures ci-dessous.)



c. Quelle est la mesure d'un **angle plat** (angle violet, dernière figure ci-dessus) qui est formé de deux angles droits **adjacents** ?

d. On partage un angle plat en 18 angles de même mesure. Quelle est la mesure de chaque angle ?

e. Détermine la mesure des angles marqués en bleu, vert, rouge et jaune. Donne un encadrement des angles marqués en violet et orange.

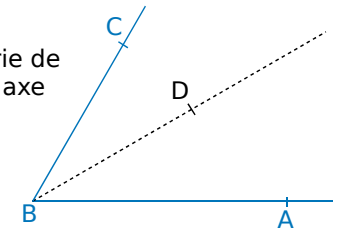


Activité 7 : Bissectrice, qui es-tu ? (≥**)

1. Définition

a. Sur une feuille blanche, trace un angle $\widehat{ABC}$.

b. Plie cette feuille de façon à faire apparaître l'axe de symétrie de l'angle. Repasse-le en couleur. Place un point D sur cet axe (comme sur le croquis ci contre).



c. Cet axe fait apparaître deux nouveaux angles. Nomme-les.

d. Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifie. Comment nomme-t-on cette droite ?

2. Construction au compas

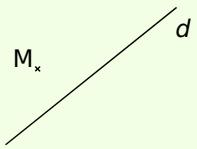
a. Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$. Tu obtiens ce point en reportant le point A sur la droite [BC] en pliant la feuille comme en **b.** au point **1**. Que dire des longueurs BA et BA' ?

b. Que représente la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ pour le segment [AA'] ?

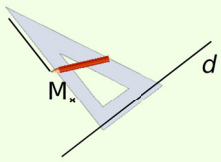
c. Déduis-en une façon de construire la bissectrice d'un angle sans rapporteur.

Méthode 1 : Construire la perpendiculaire à une droite passant par un point

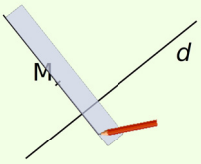
Exemple 1 : Trace une droite *d* et place un point M n'appartenant pas à la droite *d*. Trace la droite *d*' perpendiculaire à la droite *d* passant par le point M.



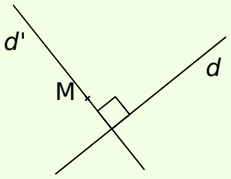
On trace une droite *d* et on place un point M.



On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite *d* et l'autre côté sur M.



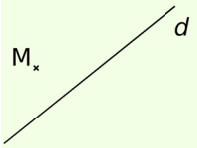
On prolonge la droite à la règle.



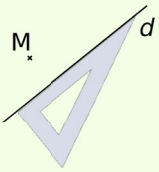
On nomme la droite *d*' et on code l'angle droit par un carré.

Méthode 2 : Construire la parallèle à une droite passant par un point

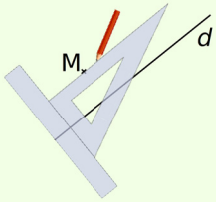
Exemple : Trace une droite (d) et place un point M n'appartenant pas à la droite (d). Trace la droite (d') parallèle à la droite (d) passant par le point M.



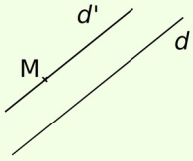
On trace une droite *d* et on place un point M.



On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite *d*.



On fait coulisser l'équerre le long de la règle, jusqu'au point M, sans bouger la règle.



On trace ainsi la droite *d*'.

Exercice « À toi de jouer »

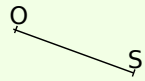
1 Trace dans ton cahier un segment [AB] d'une longueur de 5 cm et place un point C au-dessus du segment [AB] (C n'est pas sur le segment). Construis, en rouge, la perpendiculaire à [AB] passant par C. Construis, en vert, la parallèle à [AB] passant par C.

Méthode 3 : Construire une médiatrice (≥**)

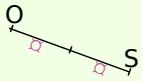
À connaître

La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

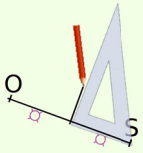
Exemple 1 : Trace un segment [OS] de longueur 5 cm puis sa médiatrice.



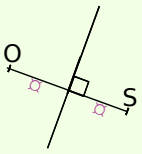
On trace un segment [OS].



On trace le milieu du segment.



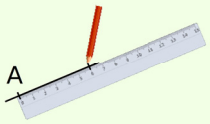
On trace la droite perpendiculaire au segment qui passe par ce milieu.



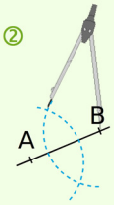
On code l'angle droit par un carré.

Exemple 2 : Trace un segment [AB] de longueur 6 cm. Construis sa médiatrice au compas.

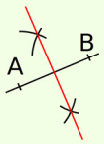
①



②



③



① On trace le segment [AB].
② On trace deux arcs de cercle de centres A et B, de même rayon en choisissant un rayon suffisamment grand pour que ces arcs se coupent en deux points.
③ La médiatrice de [AB] est la droite qui passe par ces deux points.

Exercice « À toi de jouer »

2 Trace un segment [AB] de 7 cm. Trace la médiatrice du segment [AB] par la méthode de ton choix.

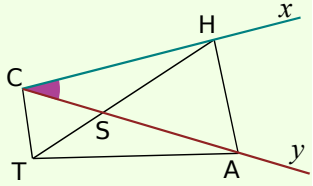
Méthode 4 : Nommer un angle

Exemple : Nomme l'angle marqué en violet sur la figure ci-dessous.

Le sommet de l'angle est le point C : c'est la lettre centrale.

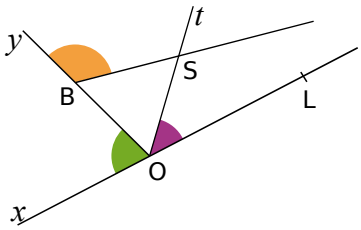
Les côtés de l'angle sont les demi-droites [CH) (ou [Cx)) et [CS) (ou [CA) ou [Cy)).

Cet angle peut se nommer : $\widehat{HCS}$; $\widehat{SCH}$; $\widehat{HCA}$; $\widehat{ACH}$; $\widehat{xCy}$; $\widehat{yCx}$.



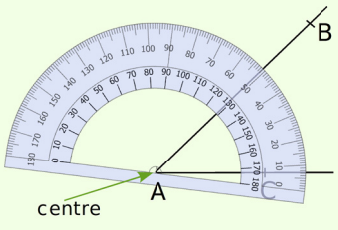
Exercices « À toi de jouer »

3 Nomme les angles marqués sur la figure ci-contre.

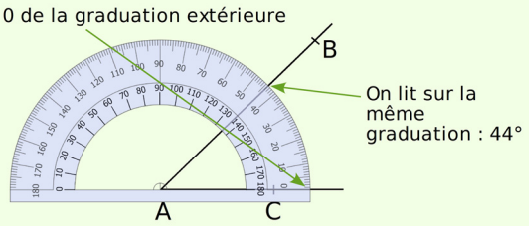


Méthode 5 : Utiliser le rapporteur

Exemple 1 : Mesure l'angle $\widehat{CAB}$.

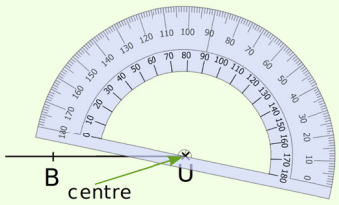


On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

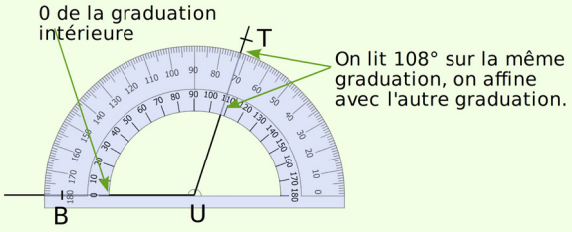


On place un zéro du rapporteur sur le côté [AC]. Si besoin, on prolonge la demi-droite [AC]. La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.

Exemple 2 : Construis un angle $\widehat{BUT}$ de 108°.

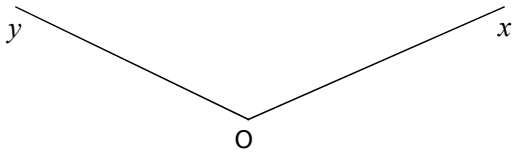


On trace [UB], premier côté de l'angle. On place le centre du rapporteur sur le point U.



On place un zéro du rapporteur sur le côté [UB]. On marque, d'un petit trait-repère, 108° avec la bonne graduation.
On trace la demi-droite d'origine U passant par le repère. On place un point T sur cette demi-droite.

Exercices « À toi de jouer »



4 Mesure l'angle $\widehat{xOy}$ ci-contre.

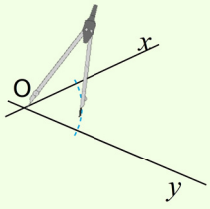
5 Construis un angle $\widehat{SAT}$ de 85°.

Méthode 6 : Construire une bissectrice (≥**)

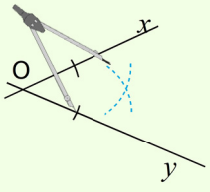
À connaître

La **bissectrice** d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

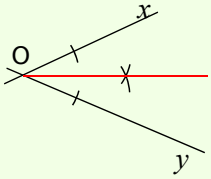
Exemple 1 : Trace un angle $\widehat{xOy}$. Construis sa bissectrice au compas.



Au compas, on trace un arc de cercle de centre O qui coupe chaque côté de l'angle en un point.



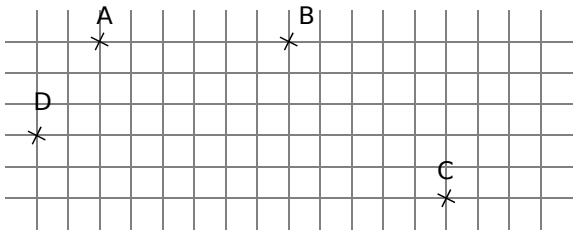
On trace deux arcs de cercle de même rayon ayant ces deux points pour centres. Ces arcs se coupent en un point.



La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est la demi-droite d'origine O passant par ce point.

Points, segments et droites

1 *Avec un quadrillage*



a. En utilisant le quadrillage de ton cahier, place les points A, B, C et D comme sur la figure ci-dessus.

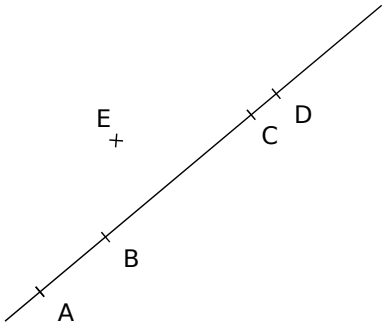
b. Trace en bleu le segment [AB].

c. Trace en vert le segment d'extrémités D et C.

d. Trace en rouge la droite passant par A et C.

e. Trace en noir la demi-droite d'origine D passant par B.

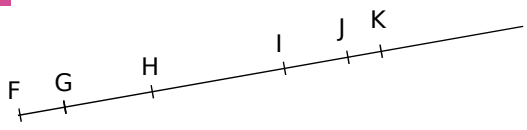
2 *Appartient ou pas ?*



Après avoir observé la figure, recopie et complète les pointillés avec $\in$ ou $\notin$.

a. B ... [AC]
b. D ... [AB]
c. E ... [AD]
d. B ... [CA]
e. D ... [CA]
f. E ... [CE]

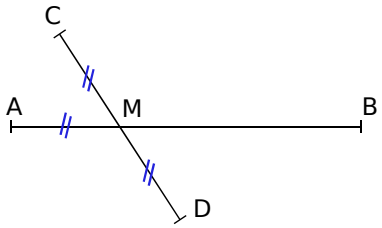
3 *À trouver*



Parmi les points nommés sur la figure, indique ceux qui appartiennent à :

a. [FK] ;
b. [IG) ;
c. [FJ] et à [GK] ;
d. [GJ) mais pas à [HJ] ;
e. [FG] ou à [IJ) ;
f. [FH] et à [JK].

4 *Vrai ou faux ?*



Observe cette figure composée de deux segments [AB] et [CD] sécants et indique pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.

a. Les points C, D et M sont alignés.

b. M est le point d'intersection des segments [AB] et [CD].

c. M est le milieu du segment [AC].

d. M est un point du segment [CD].

e. A appartient au segment [MB].

f. M est le milieu du segment [CD].

5 *Milieux*

a. Trace un segment [RS] de longueur 4,8 cm et place son milieu T.

b. Place un point U qui ne soit pas aligné avec R et S.

c. Place le point V tel que T soit le milieu du segment [UV].

6 *À construire*

a. Place trois points A, B et C non alignés.

b. Trace les segments [BC] et [AC].

c. Marque le milieu I du segment [BC] et le milieu J du segment [AC].

d. Trace le segment d'extrémités B et J.

e. Note K le point d'intersection des segments [AI] et [BJ].

f. Trace le segment [AB] et place son milieu L. Trace enfin le segment [CL].
Que remarques-tu ?

7 *À construire (bis)*

a. Place trois points L, M et N non alignés.

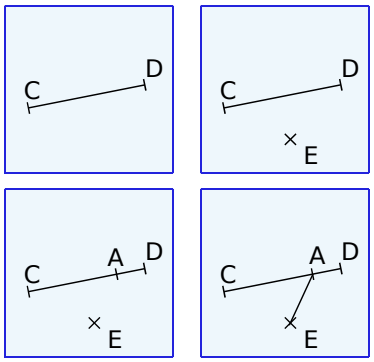
b. Place un point A appartenant au segment [LN].

c. Place un point B appartenant à la demi-droite [MN) mais n'appartenant pas au segment [MN].

d. Place le point C aligné d'une part avec A et B, et d'autre part avec L et M.

Exercices d'entraînement

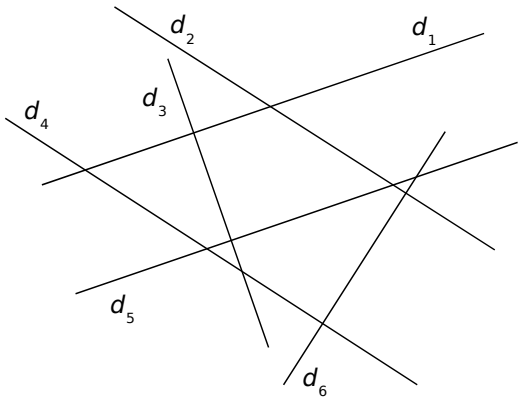
8 *Bande dessinée*



Pour chaque étape de la bande dessinée, écris la consigne qui a été donnée, sans tenir compte des mesures.

Droites parallèles et perpendiculaires

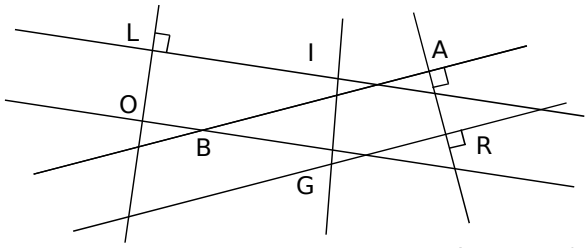
9 *Position de droites*



Observe la figure ci-dessus et note sur ton cahier :

- le nom des droites qui ***te semblent*** perpendiculaires ;
- le nom des droites qui sont sécantes mais non perpendiculaires ;
- le nom des droites qui ***te semblent*** parallèles.

10 *Position de droites (bis)*

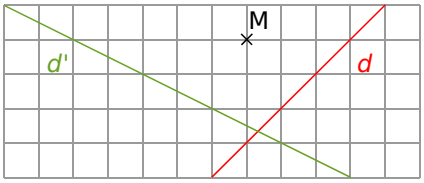


a. Quelles sont les droites qui sont à coup sûr perpendiculaires ?

b. Quelle semble être la position relative des droites (BA) et (GR) ?

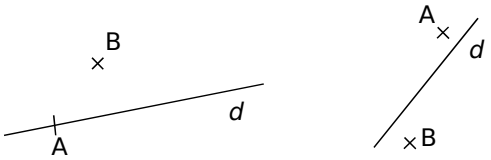
11 *Quadrillage*

Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous. Trace, à la règle, la droite d_1 perpendiculaire à la droite d passant par le point M et la droite d_2 parallèle à la droite d' passant par M.



12 *Constructions*

a. Reproduis sur une feuille blanche les deux figures ci-dessous.



b. Pour chacune des figures, trace :

- la droite d' perpendiculaire à d et passant par B ;
- la droite d'' perpendiculaire à d et passant par A.

c. Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

13 *Constructions (bis)*



a. Reproduis la figure ci-dessus.

b. Trace d', la parallèle à d passant par A.

c. Trace d'', la parallèle à d passant par B.

d. Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

14 *Un quadrilatère*

a. Place trois points L, I et N non alignés.

b. Trace d, la parallèle à (LI) passant par N.

c. Trace d', la parallèle à (LN) passant par I.

d. Place O à l'intersection des droites d et d'.

e. Quelle est la nature du quadrilatère LION ?

15 *Programme de construction*

a. Place deux points A et B tels que AB = 8 cm.

b. Place un point L sur [AB] tel que AL = 3 cm.

c. Trace la droite d telle que L $\in$ d et (AB) $\perp$ d.

d. Place un point C tel que C $\in$ d et LC = 2 cm.

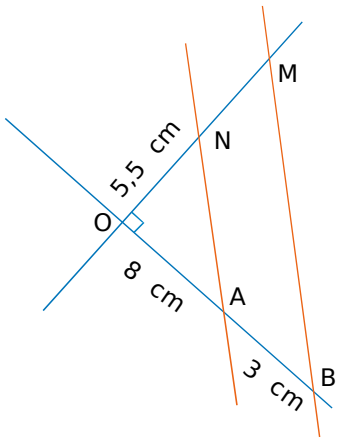
e. Trace la droite d' telle que d' // (AB) et C $\in$ d'.

f. Sur la demi-droite [BC), place le point I tel que BI = 7 cm.

g. Trace la droite d'' telle que I $\in$ d'' et d'' // (AC).

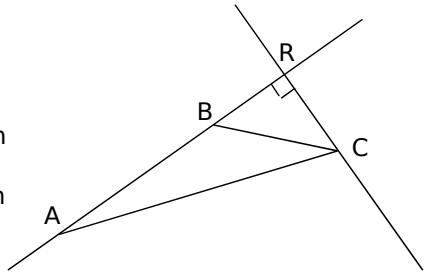
16 Construis la figure suivante :

(BM) // (AN)



17 Reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur.

AB = 5,3 cm
BC = 3 cm
AC = 7,7 cm



Médiatrice d'un segment (≥**)

18 *Médiatrices*

Dans chaque cas, trace le segment de longueur donnée puis sa médiatrice.

a. AB = 2 cm **b.** DE = 7,8 cm **c.** FG = 76 mm

19 *Points alignés*

a. Trace un segment [AB] de longueur 7 cm.

b. Place le point C de la demi-droite [BA) tel que BC = 12 cm.

c. Construis la médiatrice m_1 du segment [AC].

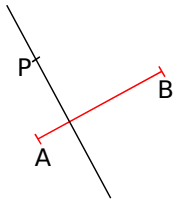
d. Construis la médiatrice m_2 du segment [AB].

e. Que remarques-tu ?

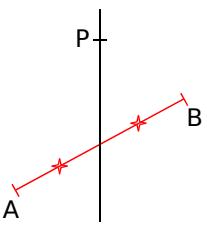
20 *Reconnaître*

Sur chacune des figures ci-dessous, indique si P est sur la médiatrice de [AB].

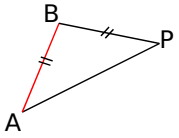
a.



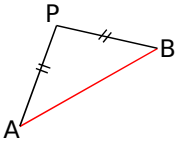
b.



c.



d.



Exercices d'entraînement

21 *Construction*

a. Trace un segment [AB] de longueur 6 cm.

b. Construis la médiatrice *d* du segment [AB] au compas.

c. Place un point M sur *d* à 7 cm de A.

d. Quelle est la longueur de [BM] ? Tu la justifieras en utilisant une propriété.

22 *Concours de médiatrices*

a. Place trois points A, B et C non alignés.

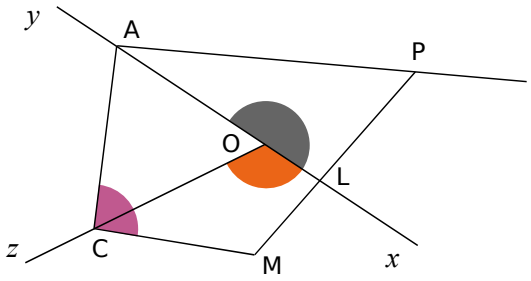
b. Trace sans équerres les médiatrices des segments [AB], [AC] et [BC].

Que constates-tu ?

Nommer un angle

23 *De toutes les couleurs*

Les points A, O et L sont alignés.



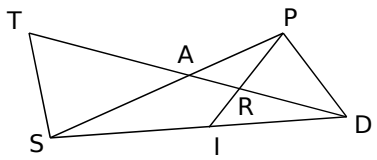
a. Nomme les angles marqués en couleur dans la figure de toutes les façons possibles.

b. Reproduis la figure puis marque en bleu l'angle $\widehat{yOz}$, en rouge l'angle $\widehat{PMC}$ et en vert l'angle $\widehat{PAL}$.

24 *Plusieurs noms*

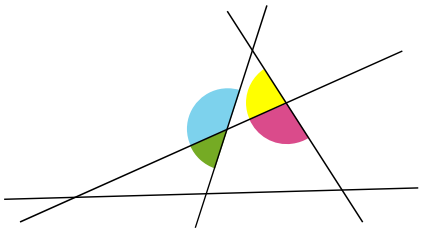
Les segments [TD] et [PS] sont sécants en A et les segments [PI] et [TD] se coupent en R. Trouve toutes les autres façons de nommer :

- l'angle $\widehat{APR}$;
- l'angle $\widehat{RDI}$;
- l'angle $\widehat{PDA}$.



25 *Quelle étourdie !*

Louise a recopié la figure ci-dessous qui était au tableau mais elle a oublié de noter les noms des points d'intersection des droites.



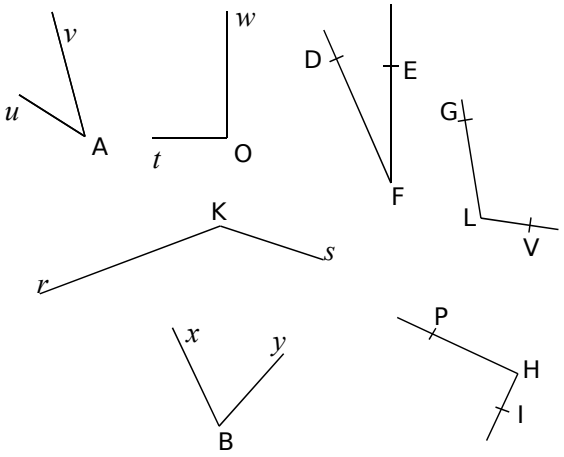
Elle appelle son camarade Ahmed qui lui dit que les angles en couleur se nomment $\widehat{ABC}$, $\widehat{DBA}$, $\widehat{FAC}$ et $\widehat{FAE}$.

Reproduis la figure et nomme les points grâce à ces indications.

Mesure d'un angle

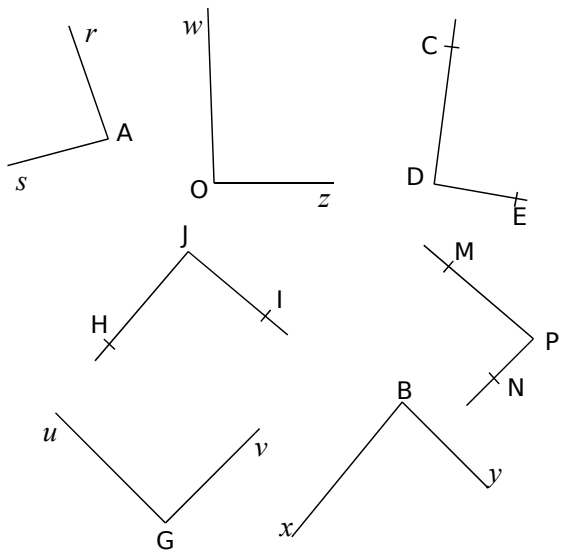
26 *À vue d'oeil*

Indique les angles qui te paraissent obtus, aigus ou droits.



27 *Avec l'équerre*

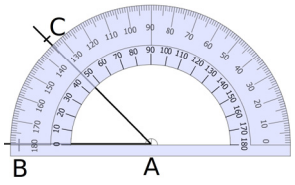
En utilisant ton équerre, détermine quels sont les angles aigus, obtus ou droits de chaque figure.



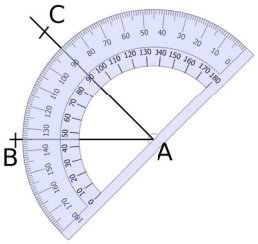
28 *Bien placé ?*

Dans chacun des cas suivants, José souhaite mesurer l'angle $\widehat{BAC}$.
Peut-il effectuer une mesure correcte ? Si oui, indique la mesure de l'angle et si non, explique pourquoi.

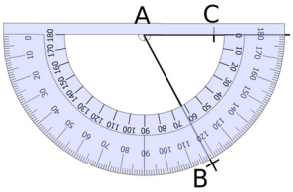
a.



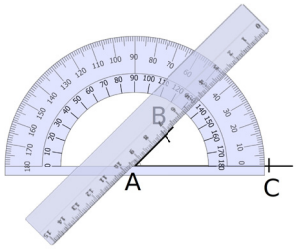
b.



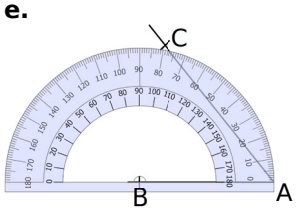
c.



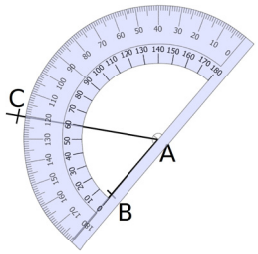
d.



e.



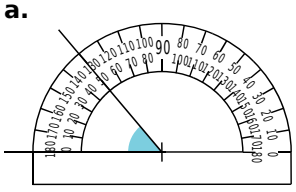
f.



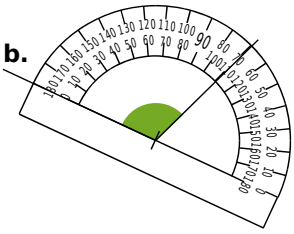
29 *Quelle échelle ?*

Pour chaque angle, indique s'il est aigu ou obtus. Note ensuite sa mesure sur la bonne graduation du rapporteur.

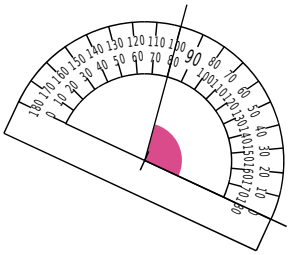
a.



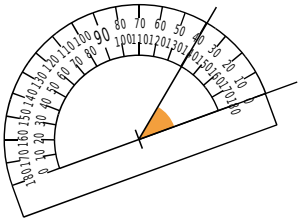
b.



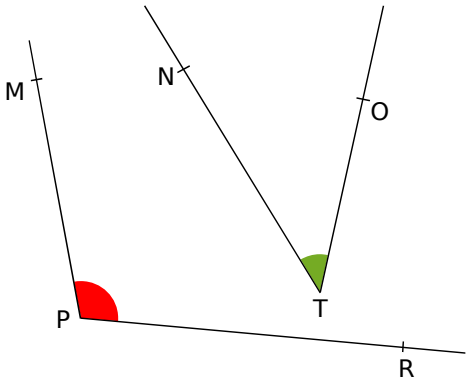
c.

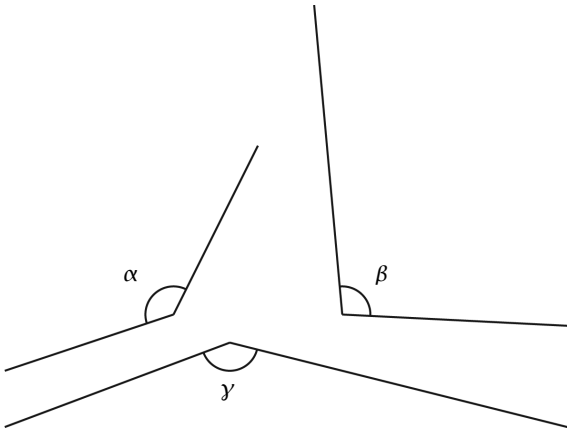


d.



30 Mesure les angles ci-dessous avec ton rapporteur.

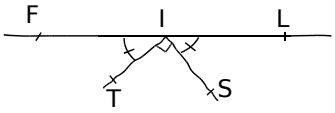




Exercices d'entraînement

31 *Alignés ?*

Dans la figure ci-dessous faite à main levée, on donne : $\widehat{LIS} = 44°$.
Les points F, I et L sont-ils alignés ? Justifie.



Construire un angle

32 Construis les angles suivants : $\widehat{MOT} = 27°$; $\widehat{SUD} = 151°$; $\widehat{FIN} = 47°$ et $\widehat{PRE} = 110°$.

33 *Programme de construction*

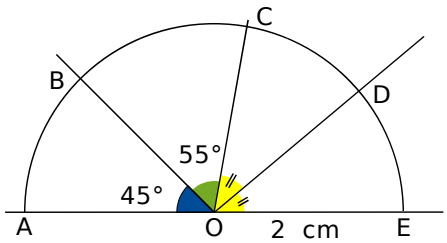
a. Trace [AC] tel que AC = 3 cm. Construis un ange $\widehat{AC}x$ mesurant 60°. Place un point B sur [Cx) tel que CB = 5,6 cm.

b. Place le point D sur [AB] tel que $\widehat{DCB} = 25°$.

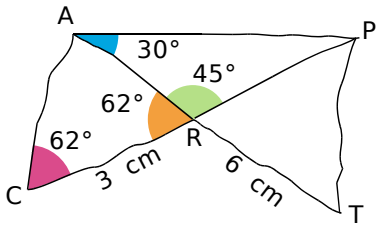
c. Place le point E sur [AD] tel que $\widehat{DCE} = 25°$.

34 *Secteur angulaire*

Voici une figure construite par Joséphine. Reproduis la figure sur ton cahier.



35 *Reproduction de figure*

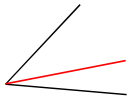
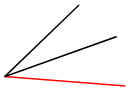
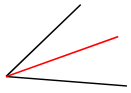
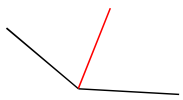
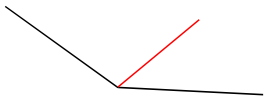


Voici le croquis d'une figure dans laquelle les points A, R et T sont alignés. Construis la figure.

Bissectrice d'un angle (≥**)

36 *Reconnaître*

Pour quelle(s) figure(s) la demi-droite rouge semble être la bissectrice de l'angle ?

a. 
b. 
c. 
d. 
e. 

37 *Bissectrice et construction*

Dans chaque cas, trace un angle dont la mesure est donnée puis construis sa bissectrice au compas.

a. $\widehat{ABC} = 32°$ **c.** $\widehat{ZXY} = 67°$ **e.** $\widehat{PRT} = 127°$

b. $\widehat{UST} = 180°$ **d.** $\widehat{WZD} = 90°$ **f.** $\widehat{LKI} = 154°$

38 *Mesure d'angles*

a. Trace un angle $\widehat{EDF}$ qui mesure 28°.

b. Construis la bissectrice de $\widehat{EDF}$ et place un point G sur celle-ci.

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{GDF}$. Justifie.

d. Recommence les questions de **a.** à **c.** avec un angle de 133°.

Exercices d'approfondissement

39 *Pirates et équidistance*

Les pirates Olivier Levasseur et Anne Bonny se disputent un diamant. Jo l'intello cherche une méthode équitable pour savoir qui aura la pierre précieuse. Reproduis précisément les parchemins que dessine Jo, au fur et à mesure de la discussion.

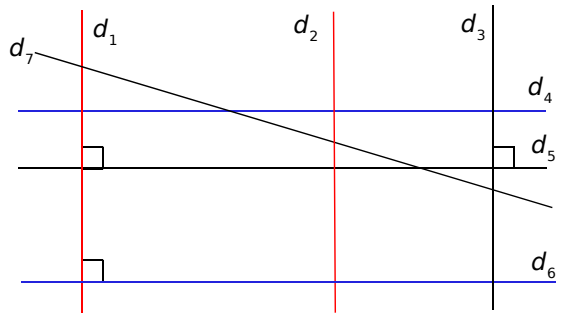
a. « Vous n'avez qu'à vous placer à 50 pas l'un de l'autre, et mettre le diamant au milieu ». Il fait un premier dessin sur un parchemin pour schématiser sa proposition, en représentant 10 pas par 1 centimètre.

b. Les pirates estimant que la course n'est pas assez longue pour les départager, Jo propose un second schéma : « Vous vous mettez toujours à 50 pas l'un de l'autre, mais vous mettez le diamant à 70 pas de chacun de vous. Je me placerai au milieu de vous deux. ».

c. Jo réfléchit, puis propose un troisième schéma : « On n'a qu'à se mettre tous les trois à 70 pas du diamant et vous vous placerez à 100 pas de moi ».

40 *À partir d'une figure (bis)*

On considère la figure suivante.



On donne de plus : d_1 // d_2 et d_4 // d_6.

a. Reproduis cette figure et ajoute tous les angles droits possibles

b. Quelles sont les droites parallèles à d_3 ?

c. Quelles sont les droites parallèles à d_6 ?

d. Quelles sont les droites sécantes à d_7 ?

41 (≥**) *Des histoires de milieux*

Construis d_1 et d_2 deux droites perpendiculaires en O. A est un point de d_1 et B un point de d_2. C est le point de d_1 tel que O soit le milieu de [AC] et D le point de d_2 tel que O soit le milieu de [BD].

a. Que représente d_1 pour [BD] ? Et d_2 pour [AC] ? Justifie tes réponses.

b. Place I le milieu de [AB] et I' le point de (OI) tel que O soit le milieu de [II'].

c. Où semble être placé le point I' ?

d. Comment semblent être les droites (AD), (II') et (BC) ?

42 *Partage équitable*

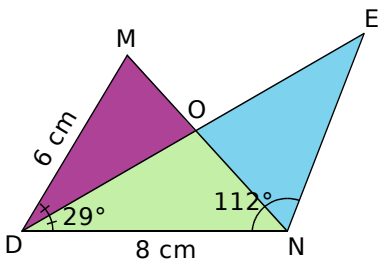
Marie organise une soirée avec cinq de ses amis. Ils achètent une pizza et une tarte, toutes deux de forme circulaire.

a. Comment doit procéder Marie pour partager équitablement sa pizza avec ses amis ?

b. Au moment du dessert, ses parents, son frère et sa sœur se joignent à la petite fête. Marie doit découper la tarte équitablement. Comment procède-t-elle ?

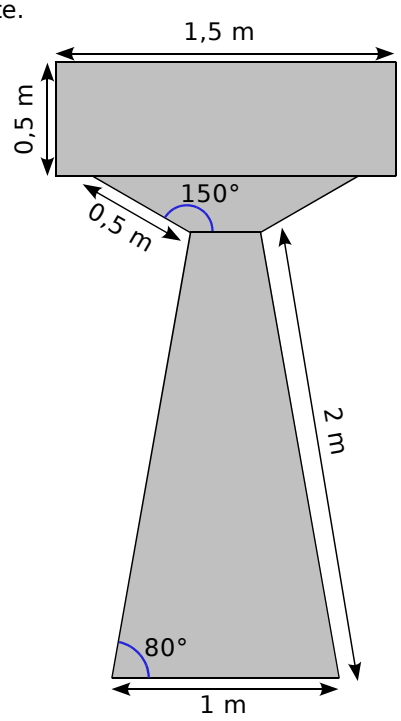
43 *Description*

Écris un programme de construction pour la figure ci-dessous puis reproduis-la sur une feuille blanche.



Exercices d'approfondissement

44 Voici le croquis d'un pilier réalisé par un architecte.

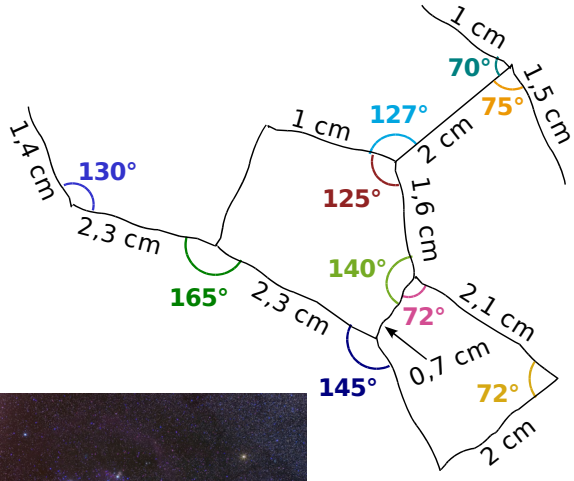


Construis ce pilier à l'échelle suivante : 3 cm sur la figure représentent 1 m dans la réalité.

45 *Orion*

Alex observe la constellation d'Orion dans le ciel au travers de son télescope. Il voudrait la représenter pour son prochain exposé. Pour cela, il réalise quelques mesures ; il a reporté ses observations sur le croquis ci-dessous.

Construis pour Alex la constellation d'Orion.



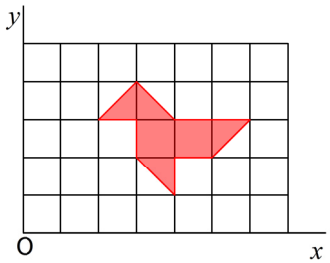


Crédit photo : Mouser sur Wikimedia Commons Licence GNU-FDL

Travail de recherche

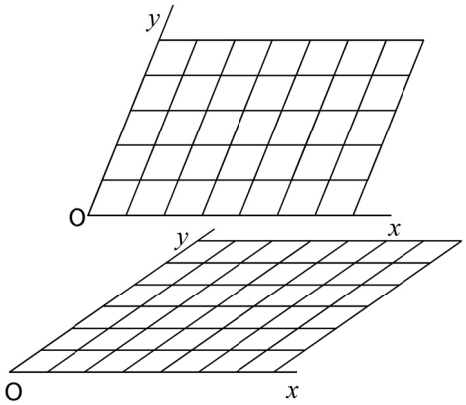
Déformations

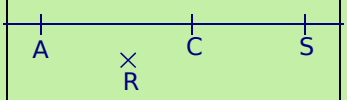
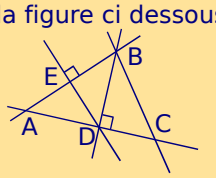
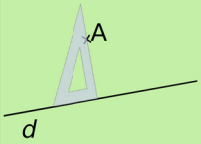
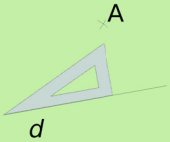
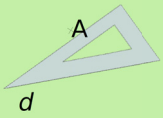
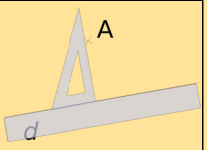
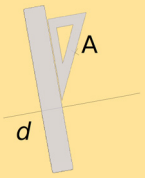
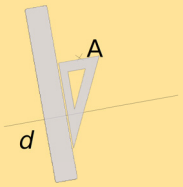
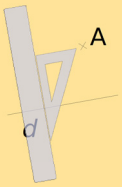
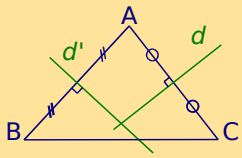
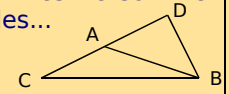
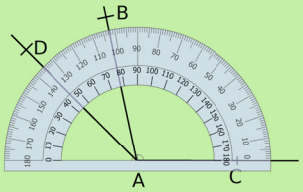
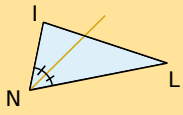
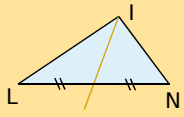
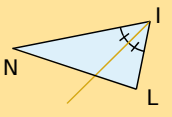
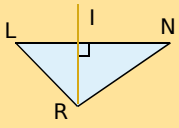
Une cocotte est dessinée dans le quadrillage ci-dessous.



a. Sur une feuille de papier blanc, tracez deux demi-droites perpendiculaires [Ox) et [Oy). Construis le quadrillage et la cocotte en prenant 1 cm pour le côté du carreau.

b. Chaque élève du groupe construit un quadrillage différent (voir exemples ci-après) à base de losanges de côté 1 centimètre. Reproduisez alors la cocotte dans chacun de vos quadrillages. Observez les déformations.

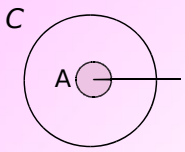


		R1	R2	R3	R4
1		R ∈ [AC]	C ∈ [AC]	A ∈ [CS]	S ∉ [AC]
2	Sur la figure ci dessous,… 	les droites (ED) et (BC) sont parallèles	les droites (ED) et (BC) sont sécantes	la droite perpendiculaire à (AB) passant par D coupe (AB) en E	le point A appartient à la perpendiculaire à (BC) passant par E
3	Dans quel(s) cas, l'équerre est-elle bien placée pour tracer la perpendiculaire à la droite *d* passant par le point A ?				
4	Dans quel(s) cas, les instruments sont-ils bien placés pour construire la parallèle à la droite d passant par le point A ?				
5	Comme $d_1 \perp d_2$ et $d_3 \perp d_2$ alors …	d_1 et d_3 sont sécantes	d_2 // d_3	$d_1 \perp d_3$	d_1 // d_3
(≥**) 6		*d* est la médiatrice de [BC]	*d* est la médiatrice de [AC]	*d*' est la médiatrice de [AB]	*d*' est la médiatrice de [AC]
(≥**) 7	Si Z appartient à la médiatrice de [ST] alors…	ST = ZT	ZS = ZT	ZS = TS	TZ = SZ
8	Le point A est le sommet des angles… 	$\widehat{ABC}$	$\widehat{BAC}$	$\widehat{DAC}$	$\widehat{BDA}$
9	À vue d'œil…	$\widehat{xOy}$ est plat	$\widehat{xOz}$ est droit	$\widehat{yOz}$ est obtus	$\widehat{xOz}$ est obtus
10	Un angle mesurant 92° est…	aigu	obtus	plat	droit
11		$\widehat{BAC}$ = 118°	$\widehat{CAD}$ = 145°	$\widehat{CAB}$ = 102°	$\widehat{BAD}$ = 33°
(≥**) 12	Sur quelle(s) figure(s) la demi-droite orange est-elle la bissectrice de l'angle $\widehat{LIN}$?				

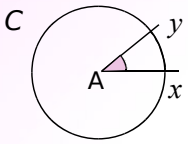
Cardioïde (d'après l'IREM de Grenoble)

Acte 1 : Entraînement

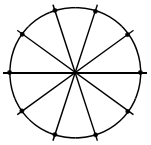
a. Trace un cercle C de centre A. Quelle est la mesure de l'angle de sommet A marqué sur la figure ?



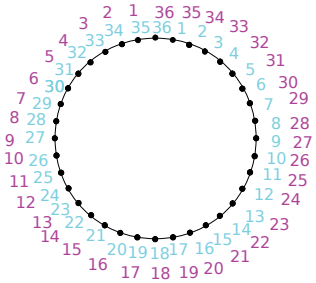
b. L'angle $\widehat{xAy}$ s'appelle un angle au centre ; quelle mesure doit avoir cet angle si on veut partager le cercle en 10 arcs de même longueur ?



c. Place les 10 points sur le cercle à l'aide du rapporteur comme ci-dessous.



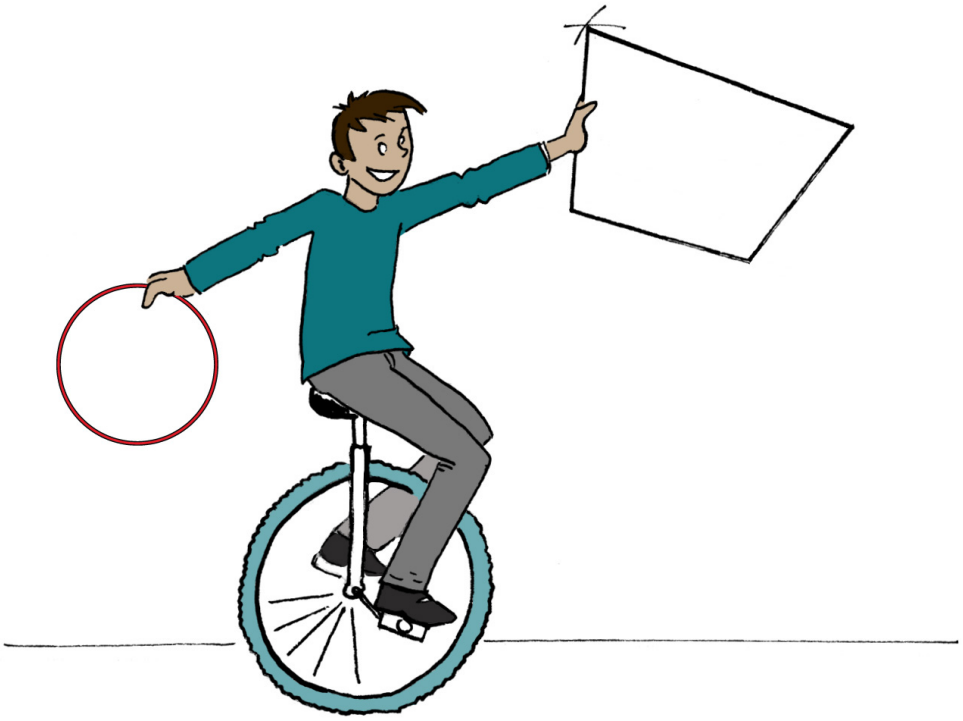
Acte 2 : Enveloppe de cardioïde



- Trace un cercle de 16 cm de diamètre, puis partage-le en 36 arcs de cercle de même longueur.
- Numérote les points comme sur la figure ci-contre.
- Joins le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, le point 3 au point 6, etc. (On double le numéro.)
- Recommence avec les numéros violets. On joint le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, etc.
- Tu vois apparaître l'enveloppe d'une courbe appelée cardioïde.

Cercles, quadrilatères

10



Narration de recherche

On dispose de deux cercles et d'un rectangle, tous de dimensions quelconques. Comment pourrais-tu les placer les uns par rapport aux autres, pour obtenir le maximum de points d'intersection entre eux ?

Activité 1 : De qui est-ce la trace ?

1. Sur ton cahier, place un point O. Recherche tous les points situés à 3 cm du point O.

2. Un système d'arrosage automatique est formé d'un jet qui arrose dans toutes les directions jusqu'à 4 m.



a. Représente sur ton cahier la zone arrosée par le jet en appelant J l'emplacement du jet. (1 cm représentera 1 m.)

b. Comment peux-tu définir les points de la zone arrosée ?

Activité 2 : Des constructions

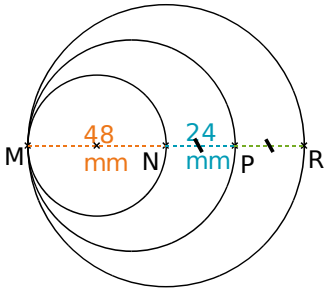
1. Du programme à la figure

Réalise la suite d'instructions suivantes :

- Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 5 cm.
- Place, sur le cercle, deux points A et B **diamétralement opposés**.
- Construis le cercle ($\mathscr{C}_1$) de diamètre [OA] et le cercle ($\mathscr{C}_2$) de diamètre [OB].
- Trace le cercle ($\mathscr{C}_3$) de centre A passant par O.
- Nomme E et F les **points d'intersection** des cercles ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}_3$).
- Trace le cercle ($\mathscr{C}_4$) de centre B et de rayon OB.
- Les cercles ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}_4$) se coupent en G et H.

2. De la figure au programme

Construis la figure ci-dessous donnée par son croquis.
Écris le programme de construction.



Activité 3 : Les quadrilatères

1. Comment appelles-tu des figures géométriques qui ont plusieurs côtés ? Trois côtés ? Quatre côtés ?

2. Quatre élèves ont nommé la **Figure 1**. Quels sont ceux qui se sont trompés ?

Saïd	Gaëtan	Bérénice	Soumia
ADCB	ABDC	BCDA	BDAC

3. Pour chaque figure, nomme ses côtés et ses diagonales.

4. Dans la vie courante, on dit que : « Lundi et mardi sont deux jours consécutifs. ». Peux-tu citer deux côtés consécutifs de la **Figure 3** ? Deux sommets consécutifs de la **Figure 2** ?

5. Trace un quadrilatère RSTU ayant deux côtés opposés parallèles. Donne deux sommets opposés de ce quadrilatère.

6. Connais-tu des quadrilatères particuliers ? Lesquels ?

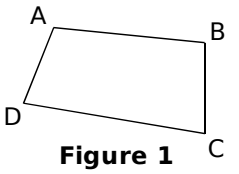


Figure 1

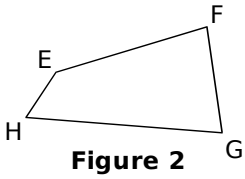


Figure 2

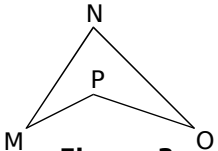
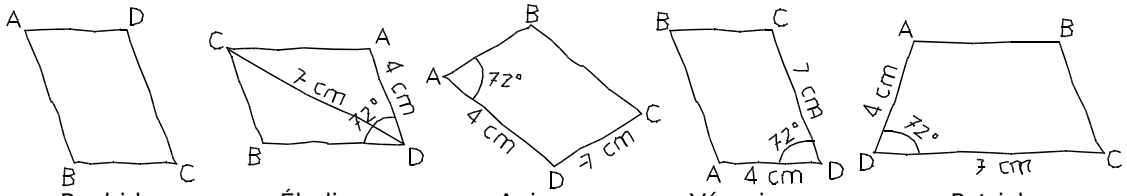


Figure 3

Activité 4 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

Un professeur demande à ses élèves de tracer les croquis d'un parallélogramme ABCD tel que AD = 4 cm, DC = 7 cm, $\widehat{ADC} = 72°$. Voici les croquis de cinq élèves :



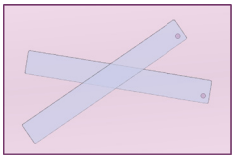
1. Qui a fait un croquis correct ? Pour les croquis non corrects, explique l'erreur commise.

2. Construis le parallélogramme ABCD.

Activité 5 : Parallélogrammes de bric et de broc

Pour chaque question, tu justifieras ta réponse.

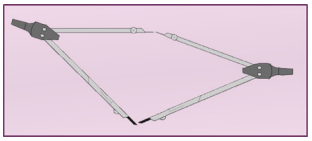
1. Mathilde a superposé deux compas identiques pour matérialiser le même angle et forme ensuite un quadrilatère en croisant les branches. Obtient-elle nécessairement un parallélogramme ?



2. Christophe croise deux règles plates transparentes identiques. A-t-il nécessairement un parallélogramme à l'intersection de ces règles ?

3. Ahmed croise deux règles plates de largeurs différentes. A-t-il nécessairement un parallélogramme à l'intersection de ces règles ?

4. Paul essaie d'obtenir un parallélogramme en faisant coïncider les crayons et les pointes de deux compas de tailles différentes. Y parviendra-t-il ? Pourquoi ?



5. Julie a trouvé deux façons de faire un parallélogramme avec deux feutres identiques et deux crayons identiques. Comment a-t-elle fait ?

6. Samir a un mètre qui peut se plier en cinq tronçons de 20 cm chacun. Il le déplie entièrement et rejoint les deux extrémités pour former un polygone. Peut-il former un parallélogramme ? Dolorès dit qu'avec un autre mètre dont les dix tronçons mesurent 10 cm chacun, elle a trouvé deux solutions. Explique lesquelles.



Activité 6 : Mon beau losange

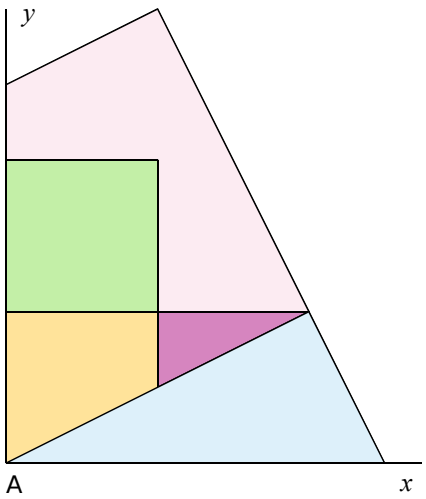
Un professeur demande à trois élèves d'expliquer les différentes étapes pour construire un losange :

- Arnaud dit qu'il trace en pointillés un segment puis fait deux triangles isocèles identiques de chaque côté.
- Sébastien dit qu'il trace en pointillés deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu puis qu'il relie leurs extrémités.
- Audrey dit qu'elle trace deux segments de même longueur avec la même extrémité puis qu'elle trace les parallèles à ces deux segments.

1. Pour chaque réponse d'élève, énonce la propriété du losange qui sert à sa construction.

2. Construis les trois losanges en respectant les programmes de construction de chacun.

Activité 7 : Puzzle de Sam Lloyd



1. Construction du puzzle

- Construis deux demi-droites perpendiculaires [Ax) et [Ay), puis trace le cercle de centre A et de rayon 7,5 cm. Il coupe [Ax) en B et [Ay) en C.
- Sur [AC], place les points E et F tels que AE = EF = 3 cm.
- Trace la perpendiculaire à (AE) passant par E et place les points G et H sur cette droite tels que : EG = GH = 3 cm.
- Trace (BH), puis la perpendiculaire à (BH) passant par C. Elle coupe (BH) en J.
- Trace [AH].
- Trace la droite d_1 perpendiculaire à (AE) passant par F, puis la perpendiculaire à (EH) passant par G qui coupe [AH] en I et d_1 en K.

Gomme les traits de construction afin de ne conserver que ceux du modèle ci-dessus. Découpe les cinq pièces du puzzle.

2. Utilisation du puzzle

Utilise toutes les pièces du puzzle pour former un carré, un rectangle et un parallélogramme. Construis une solution sur ton cahier pour chacune des formes demandées.

Méthode 1 : Construire un parallélogramme

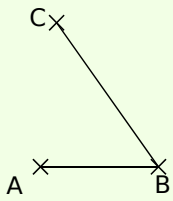
À connaître

Un **cercle** de centre O est l'ensemble des points situés à la même distance du point O. Cette distance est le **rayon** du cercle. Le **diamètre** est un segment de droite qui délimite le disque en deux parts égales. Le **diamètre** = 2 • **rayon**.

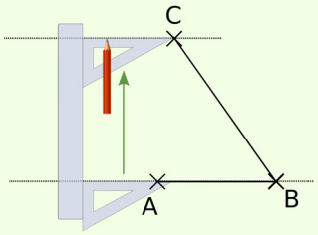
Exemple : Soient trois points A, B et C non alignés. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Cela peut être résolu de plusieurs façons différentes, en voici deux :

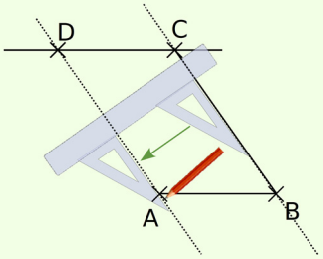
- en utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme;



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.
Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux : soit (AB) // (CD)

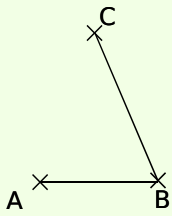


On trace la parallèle à (AB) passant par C.

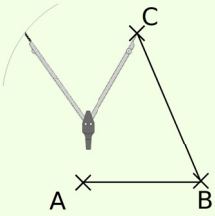


On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D.
Ainsi ABCD a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

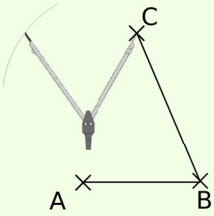
- en utilisant une autre propriété des côtés d'un parallélogramme.



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD.
Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, donc ses côtés opposés [AB] et [CD] sont de la même longueur deux à deux : soit AB = CD et BC = AD.



À l'aide du compas, on reporte la longueur AB à partir du point C.



On reporte la longueur BC à partir du point A. On place le point D à l'intersection des deux arcs de cercle puis on trace les côtés [AD] et [CD].
Ainsi ABCD a ses côtés opposés égaux deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

Exercices « À toi de jouer »

1 Construis un rectangle ABCD tel que AB = 3 cm et BC = 5 cm.

2 Construis le parallélogramme PRLG tel que PR = 5 cm, PG = 6 cm et $\widehat{RPG}$ = 74° en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

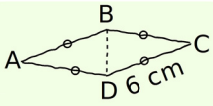
3 Construis le parallélogramme DRAP tel que DR = 6 cm, DP = 8 cm et $\widehat{RDP}$ = 40° en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

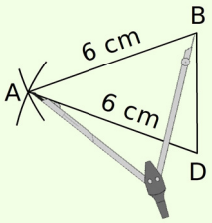
4 Construis le parallélogramme VOLE tel que VO = 4 cm, VE = 5 cm et VL = 3 cm.

Méthode 2 : Construire un losange

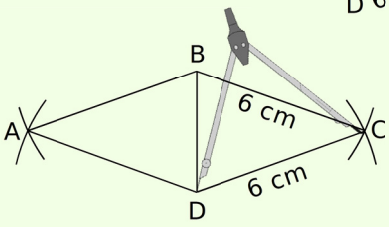
Exemple : Construis un losange ABCD de 6 cm de côté.

On fait d'abord un croquis. Dans un losange, les quatre côtés ont la même longueur. Ainsi, les triangles ABD et CBD sont **isocèles** respectivement en A et C.





On trace un segment [BD]. On construit un triangle ABD isocèle en A tel que AB = AD = 6 cm.



On construit le triangle CBD isocèle en C tel que CB = CD = 6cm.

Exercices « À toi de jouer »

5 Construis un losange VERT tel que VE = 4,5 cm et ET = 6,9 cm.

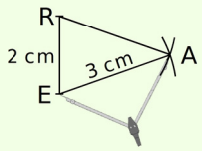
6 Construis un triangle BOL isocèle en B tel que BO = 2,1 cm et OL = 3,4 cm. Place le point S pour que BOSL soit un losange.

Méthode 3 : Construire un quadrilatère particulier par ces diagonales

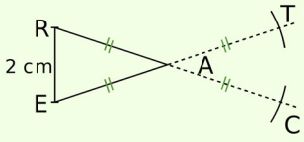
À connaître

- Si un parallélogramme a ses **diagonales de même longueurs** alors c'est un **rectangle**.
- Si un parallélogramme a ses **diagonales perpendiculaires** alors c'est un **losange**.
- Si un parallélogramme a ses **diagonales de même longueur et perpendiculaires** alors c'est un **carré**.

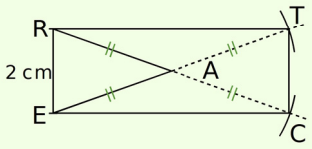
Exemple 1 : Dessine un rectangle RECT de centre A dont les diagonales mesurent 6 cm et tel que RE = 2 cm.



Pour que le quadrilatère RECT soit un rectangle, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et même longueur. On construit le triangle REA isocèle en A tel que RE = 2 cm et AE = 3 cm.

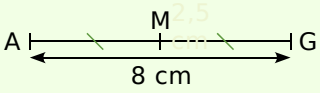


On construit alors les points C et T symétriques respectifs de R et de E par rapport à A.

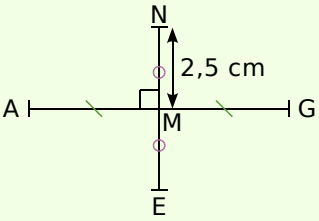


On termine le rectangle en traçant les segments [RT], [TC] et [EC].
Ainsi, le quadrilatère RECT a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui ont même longueur, c'est donc bien un rectangle.

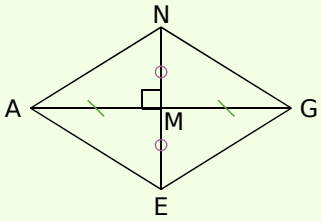
Exemple 2 : Dessine un losange ANGE de centre M dont les diagonales vérifient AG = 8 cm et NE = 5 cm.



Pour que le quadrilatère ANGE soit un losange, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires. On trace la diagonale [AG] et on place son milieu M.



On trace la droite perpendiculaire à la droite (AG) passant par M et on place les points N et E sur cette droite à 2,5 cm du point M.



On relie les points A, N, G et E pour former le losange.
Ainsi, le quadrilatère ANGE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires, c'est donc bien un losange.

Remarque : Pour construire un carré, on utilise la même méthode que pour le losange mais avec des diagonales de même longueur.

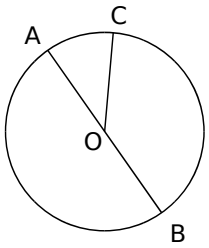
Exercices « À toi de jouer »

7 Construis un losange ABCD de centre O dont les diagonales mesurent 7 cm et l'angle $\widehat{OAB}$ mesure 66°.

Exercices d'entraînement

Cercle

1 *Vocabulaire*



Sur la figure ci-dessus :
A, B et C sont sur le cercle de centre O ;
A, O et B sont alignés.

a. Écris deux phrases décrivant la figure, en utilisant les mots « rayon » et « diamètre ».

b. Recopie et complète les phrases suivantes.

- Le point O est le milieu du ... .
- Le point O est une extrémité du ... .
- A et B sont les ... du ... [AB].
- La portion de cercle comprise entre les points A et C est l'..... .

2 *Avec le rayon*

Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm puis un cercle de rayon 4 cm et passant par O.

3 *Avec le diamètre*

a. Trace un segment [AB] de longueur 5 cm.

b. Trace le cercle de diamètre [AB].

c. Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

4 *Construction*

a. Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 4,5 cm.

b. Place un point A sur le cercle ($\mathscr{C}$) et place le point B diamétralement opposé au point A.

c. Marque un point D à l'extérieur du cercle ($\mathscr{C}$) et trace le cercle de diamètre [BD].

5 *Calculs*

a. Trace un segment [AB] de longueur 6 cm. Trace le cercle de centre A et de rayon 2 cm. Ce cercle coupe la droite (AB) en deux points M et N. On appelle M celui qui appartient au segment [AB].

b. Calcule les longueurs BM et BN.

6 *Concentriques*

Deux cercles concentriques (c'est-à-dire de même centre) ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}$') ont pour centre O et pour rayons respectifs 3 cm et 5 cm. [GH] est un diamètre du cercle ($\mathscr{C}$).
La droite passant par G et par H coupe le cercle ($\mathscr{C}$') en deux points I et J ; on appelle I celui qui est le plus près de G.

a. Fais une figure.

b. Calcule les longueurs GI et JG.

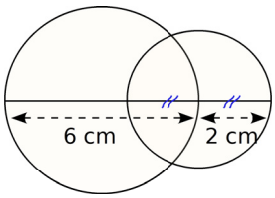
7 *Calculs (bis)*

a. Trace un segment [ST] de longueur 6 cm. Sur ce segment, marque le point U tel que SU = 3,2 cm. Trace le cercle ($\mathscr{C}$) de centre T et qui passe par U.

b. Calcule le diamètre du cercle ($\mathscr{C}$).

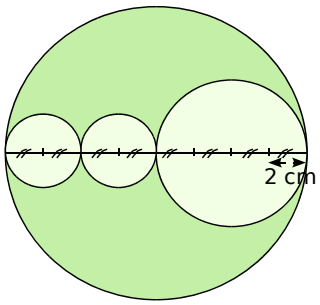
c. Sur le segment [UT], place le point V tel que UV = 1,2 cm. Quel est le rayon du cercle de diamètre [SV] ?

8 Construis la figure ci-dessous donnée par son croquis

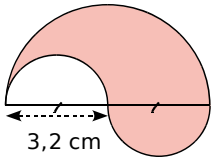


9 Construis chaque figure ci-dessous donnée par son croquis

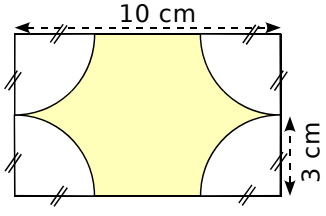
a.



b.

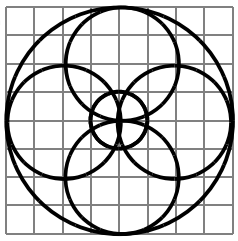


c.

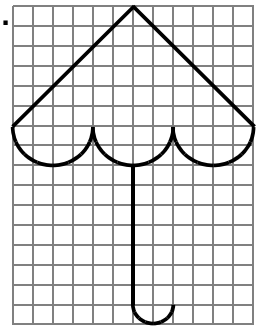


10 En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis les figures suivantes.

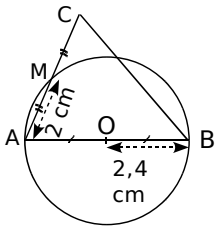
a.



b.



11 Recopie et complète le programme de construction de la figure ci-dessous.



- Trace un cercle de ... O et de ... 2,4 cm.
- Trace un ... [AB] de ce cercle.
- Trace une ... [AM] telle que AM = ...
- Place le point C tel que M est le ... de [AC].
- Trace le ... [CB].

12 *À construire*

a. Trace un segment [AB] de longueur 6 cm.

b. Marque le point O, milieu du segment [AB].

c. Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.

d. Trace les cercles de diamètres [AO] et [OB].

13 *À construire (bis)*

a. Trace un segment [AB] de longueur 9 cm.

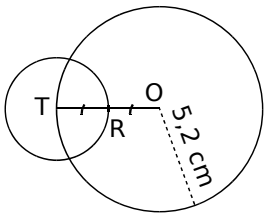
b. Trace le cercle de centre A et de rayon 3 cm. On appelle C le point d'intersection de ce cercle et du segment [AB].

c. Trace le cercle de centre B et de rayon 3 cm. Il coupe le segment [AB] en D.

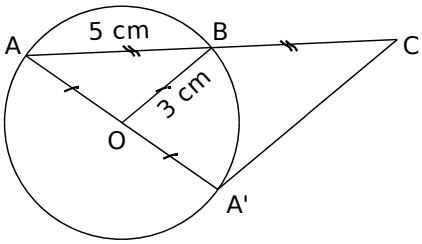
d. Trace un demi-cercle de diamètre [CD].

14 Écris un programme de construction pour chacune des figures suivantes.

a.



b.



Rectangles

15 *Des rectangles*

Dans chaque cas, fais d'abord un croquis puis construis.

a. LOUP est un rectangle tel que LO = 8 cm et LP = 6 cm.

b. NUIT est un rectangle tel que UI = 95 mm et IT = 112 mm.

16 *D'autres rectangles*

a. Construis un rectangle ABCD tel que AB = 7,5 cm et AD = 4,8 cm.

b. Construis des points E et F tels que DBEF soit un rectangle et BE = 5 cm.

c. Construis un rectangle GRIS tel que GR = 9 cm et GI = 12 cm.

d. Construis un rectangle LUNE tel que LU = 76 mm et LN = 1,6 dm.

17 *Des carrés*

a. Construis un carré BLEU de côtés 4 cm.

b. Construis un carré LUNA de côtés 6,2 cm.

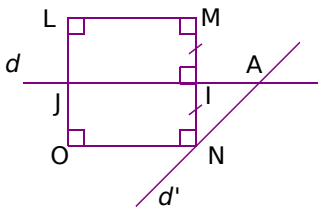
c. Construis un carré IJKL tel que IK = 6,4 cm.

Exercices d'entraînement

18 *Programme de construction*

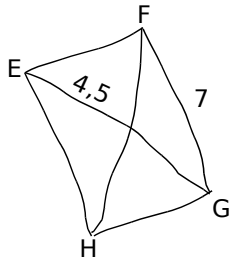
Écris un programme de construction pour la figure suivante.

d' // (OM)
LM = MN = 5 cm

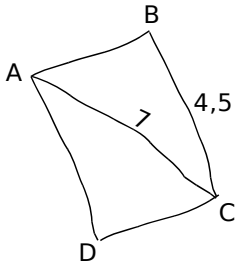


19 Construis les rectangles donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm.

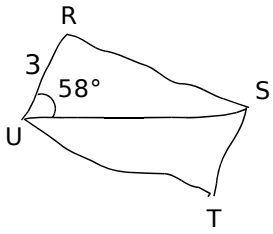
a.



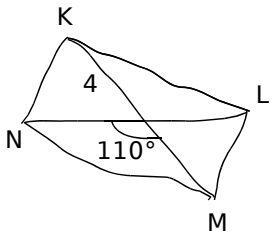
c.



b.

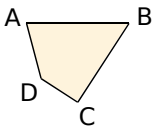


d.



Quadrilatères

20 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots « côtés », « sommets », « diagonales », « opposés » et « consécutifs ».

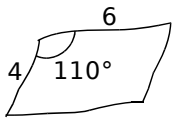


Dans le quadrilatère ABCD,

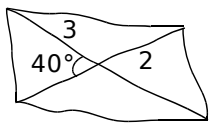
a. [AB] et [CD] sont des ... ;
b. C et D sont des ... ;
c. [AD] et [BC] sont des ... ... ;
d. [AC] et [BD] sont les ... ;
e. A et C sont des ... ... ;
f. [AB] et [BC] sont des ... .

21 Construis les parallélogrammes donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm.

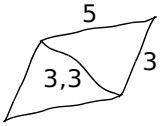
a.



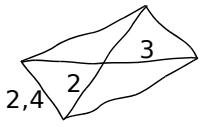
b.



c.

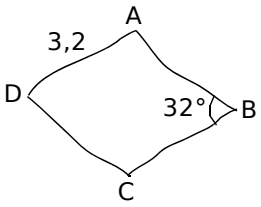


d.

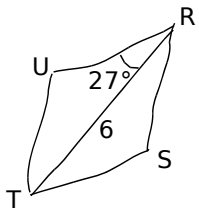


22 Construis les losanges donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm.

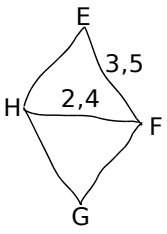
a.



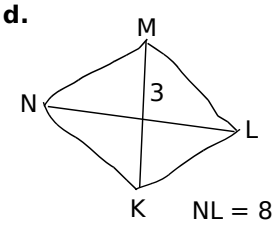
b.



c.



d.



NL = 8

23 *Losanges*

a. Construis un losange ABCD avec AB = 4 cm.

b. Sur du papier calque, construis un losange A'B'C'D' tel que A'B' = 4 cm et B'D' = 3,2 cm. Par superposition, compare cette figure avec celle de la question **a.**.

c. Construis un losange EFGH tel que EF = 32 mm et EG = 48 mm.

24 Lorsque c'est possible, construis les parallélogrammes ABCD suivants. Quand la construction n'est pas possible, explique pourquoi.

a. AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.

b. AB = 2 cm, AD = 4,5 cm et BD= 3,5 cm.

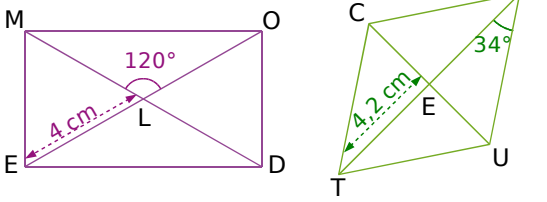
c. AD = 4 cm, AB = 2,8 cm et BD = 7 cm.

d. Construis un carré IJKL tel que IK = 6,4 cm.

Exercices d'entraînement

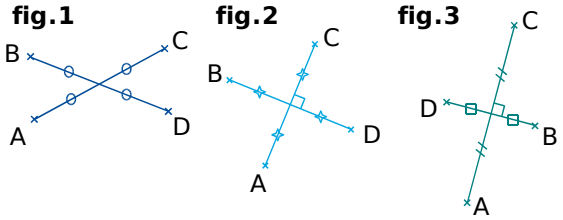
25 *Constructions (bis)*

Construis le rectangle MODE et le losange CHUT.



26 *Reconnaître (bis)*

Quelle est la nature de chaque quadrilatère ABCD.



27 *Deux droites sécantes et un cercle*

a. Trace deux droites d et d' sécantes en O sans qu'elles soient perpendiculaires. Place un point A sur d. Trace le cercle de centre O et de rayon OA. Il recoupe d en A' et d' en B et B'.

b. Quelle semble être la nature du quadrilatère ABA'B' ? Et si d et d' sont perpendiculaires ?

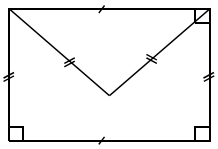
28 *Une droite et un point*

a. Trace une droite d et place un point R qui n'appartient pas à d.

b. Construis un carré de sommet R, ayant pour axe de symétrie la droite d. Combien y a-t-il de solutions ?

29 *Une enveloppe plus grande*

Construis une figure trois fois plus grande en utilisant uniquement ta règle non graduée et ton compas.



30

Dans chacun des cas suivants, construis un losange LONG tel que :

a. $\widehat{OLG} = 31°$ et LO = 3 cm.

b. $\widehat{LON} = 131°$ et LO = 3 cm.

c. $\widehat{OLN} = 31°$ et LO = 3 cm.

31 *Avec trois points*

a. Place trois points P, I et M tels que le segment PI = 4 cm, le segment IM = 5 cm et l'angle $\widehat{PIM} = 130°$.

b. Trouve tous les points N (N_1, N_2, ...) tels que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.

32 *Dans un repère*

a. Place dans un repère les points suivants :

$$A(-1\ ;\ 0),\ B(1\ ;\ 1) \text{ et } C(4\ ;\ -2).$$

b. Place les points D, E et F pour que ABCD, ABEC et ACBF soient des parallélogrammes.

c. Donne les coordonnées des points D, E et F.

d. Que dire des points A, B et C pour le triangle DEF ?

33

Pour chacun des parallélogrammes suivants, fais d'abord un croquis puis construis.

a. VERT avec VT = 5 cm, $\widehat{ERT} = 125°$ et VE = 4 cm.

b. BLEU de centre I avec BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm.

c. NOIR avec NI = 62 mm, $\widehat{NIR} = 40°$ et $\widehat{RNI} = 30°$.

34

Trace un segment [GR] de 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

35 *Avec des cercles*

Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

36

Pour chacun des quadrilatères suivants, fais d'abord un croquis puis construis.

a. Le rectangle MANU tel que MN = 9 cm et MA = 5 cm.

b. Le losange OURS tel que OR = 8 cm et US = 6 cm.

c. Le rectangle PAUL tel que PA = 8 cm et $\widehat{LAU} = 53°$. Rédige le programme de construction correspondant.

Exercices d'approfondissement

37 *Renard rusé*

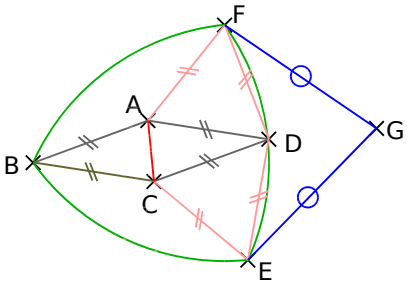
Un poulailler grillagé de forme rectangulaire mesure 10 mètres de long et 6 mètres de large. Médor, le premier chien de garde, est attaché à un piquet à l'angle du poulailler avec une chaîne de 15 mètres. Il doit surveiller le grillage mais ne peut pas rentrer dans l'enclos.

a. Dessine le poulailler, en précisant l'échelle appropriée que tu auras choisie, puis colorie en rouge la zone protégée par Médor. Repasse en noir la partie du grillage que le renard pourrait attaquer sans danger.

b. Tibor, le second chien de garde est attaché avec une chaîne de 10 mètres, à l'angle du poulailler le plus proche de celui de Médor. Sur le même schéma, colorie en bleu la zone protégée par Tibor. Le renard peut-il encore attaquer le grillage du poulailler en toute sécurité ?

38 *Agrandissement*

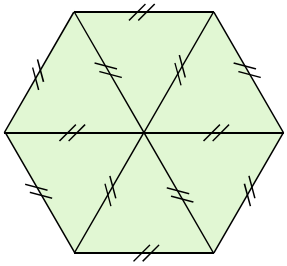
Reproduis la figure en doublant ses dimensions.



39 *Construction de l'hexagone*

Observe attentivement le codage de la figure ci-contre.

Déduis-en une méthode pour construire un hexagone régulier de 4 cm de côté puis effectue la construction sur ton cahier.



40 *(≥**)Quadrilatères inscrits dans un cercle*

a. Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Trace deux diamètres perpendiculaires qui coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère RIEN. Quelle est sa nature ?

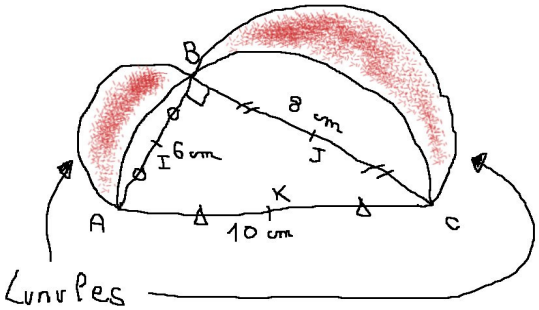
b. Construis les médiatrices de [NO] et de [OI]. Elles coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère TOUS. Quelle est sa nature ?

c. Les médiatrices coupent [NI] en deux points M et A. Quelle est la nature de ARME ?

41 *Élève absent*

Tu étais absent au dernier cours de mathématiques. Marcel et Célestine se sont partagé le travail pour décrire à leur manière les figures. Reproduis-les proprement sur ton cahier.

a. Marcel te donne le croquis de la première figure intitulée « les lunules d'Hippocrate ».



b. Célestine te donne un programme de construction d'un carré ABCD à la règle et au compas :

« D'abord, tu traces deux points A et B, et la droite (AB).

Pour tracer la droite perpendiculaire à (AB) passant par A, tu fais comme cela :

- Place un point K de manière à ce que A soit le milieu de [KB].
- Trouve un point L, équidistant de K et de B, autre que le milieu A.
- Trace la droite (AL).

Ensuite, tu fais de la même manière pour tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B.

Enfin, comme tu sais que les côtés d'un carré ont tous la même longueur, tu trouves les points C et D.

Et puis pour finir, tu traces joliment ton carré au stylo... »

42 *Un intrus*

Construis les figures données par les trois programmes. Quelle est la figure différente des deux autres ?

Programme 1

Trace un cercle de diamètre [CD], de centre O et de rayon 3 cm.

Place le point B tel que C soit le milieu de [BO].

Construis le triangle ABC tel que AB = 4 cm et AC = 5 cm.

Trace le segment [AD].

Trace les cercles de diamètre [AD] et [AC].

Programme 2

Trace un segment [AC] de longueur 5 cm, puis trace le cercle de diamètre [AC].

Place un point B sur ce cercle à 4 cm du point A et trace les segments [AB] et [BC].

Place les points O et D de manière à ce que les points B, C, O et D soient alignés dans cet ordre et régulièrement espacés.

Trace le segment [AD], le cercle de diamètre [AD] et le cercle de centre O passant par D.

Programme 3

Trace un segment [AD] de longueur 13 cm, et le cercle de diamètre [AD].

Place un point B sur le cercle précédent et à 5 cm de A.

Trace le segment [BD].

Place le point O sur le segment [BD] à 4 cm du point D.

Trace le cercle de centre O passant par D, il coupe le segment [BD] en C.

Trace le segment [AC].

Trace le cercle de diamètre [AC].

Travail de recherche

1 *Fractale*

1re Partie : Dans la cour

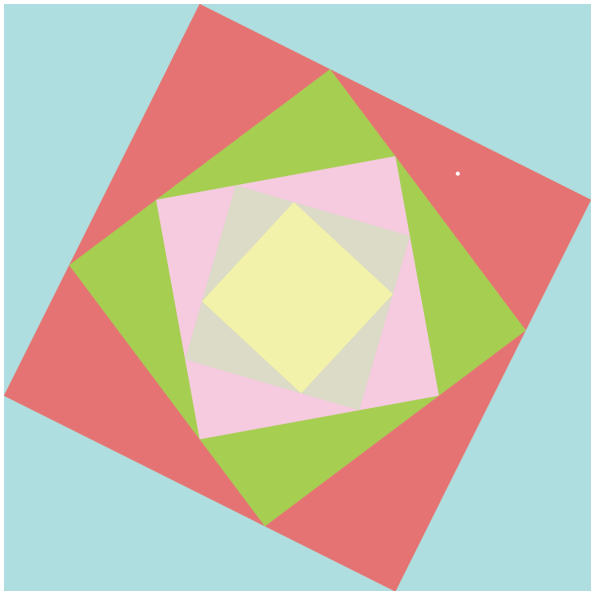
Chaque groupe possède une ficelle de 1 mètre de long, une équerre et des craies de couleur.

Le but est de reproduire sur le sol de la cour la figure ci-dessous, constituée de carrés inscrits les uns dans les autres.

Le plus grand carré mesure 1 m de côté.

Chaque carré a ses sommets positionnés au tiers de la longueur des côtés du carré précédent.

Continuez la construction en variant les couleurs pour chaque carré inscrit.



2e Partie : Sur ton cahier

Sur ton cahier, reproduis la construction de la figure fractale du carré.

Selon la même méthode, dessine ensuite une figure fractale d'un losange.

2 *Figures téléphonées*

1re Partie : Construction de la figure

Chaque élève construit une figure contenant : cinq points, un cercle ayant son rayon ou son diamètre décrit par deux de ces cinq points, un losange. Le reste de la construction est libre.

2e Partie : Écriture du programme de construction

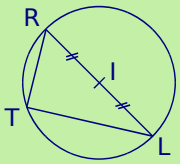
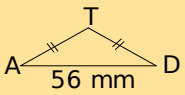
Écris un programme de construction de ta propre figure, en indiquant les longueurs utiles et en nommant les points si nécessaire. Donne ensuite ce programme à ton binôme et conserve la figure initiale cachée.

3e Partie : Reconstruction de la figure

Essaie de suivre les instructions du programme que tu as reçu et reproduis le plus fidèlement possible la figure de ton camarade.

Une fois les constructions terminées, valide la construction en comparant la figure construite avec l'originale.

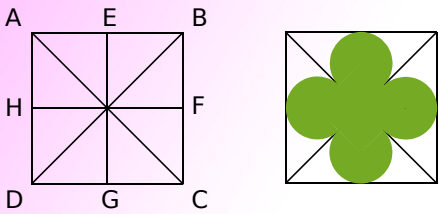
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Sur la figure ci-dessous, 	[RT] est un diamètre	[RL] est un rayon	RI est le rayon	RI = RT
2	Si T est le milieu d'un segment [AD] et que AD = 56 mm alors...	T ∈ [AD] et TA = 28 mm	TA = TD		[AD] est un diamètre du cercle de centre T et de rayon 28 mm
3	Si ROSE est un losange alors...	[RE] est une diagonale	[OS] est une diagonale	[OS] est un côté	[RS] est une diagonale
4	Quels points appartiennent au cercle de centre A et de diamètre 58 mm ?	B tel que BA = 58 mm	les points I et J tels que A soit le milieu de [IJ]	D tel que DA = 29 mm	E tel que AE = 34 mm

Récréation mathématique

Dans les deux cas construis un carré de côté 6 cm.

Vitraux de cathédrales

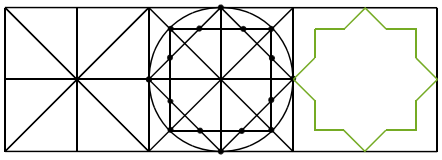


Programme de construction :

- Construis un arc de cercle de centre A et de rayon AE ; il coupe [AC] en un point que tu nommeras I.
- Construis le point J tel que le quadrilatère AEJI soit un losange.
- Nomme K le point d'intersection de la diagonale [AJ] et du segment [EG]. Trace le cercle de centre K passant par E.
- Place les points L et N sur le segment [HF] tel que LF = EK = HN.
- Trace le cercle de centre L passant par F et celui de centre N passant par H.
- Place le point M sur le segment [EG] tel que MG = EK.
- Trace le cercle de centre M passant par G.

Tu obtiens ainsi une rosace à quatre branches que tu peux voir dans certaines églises.

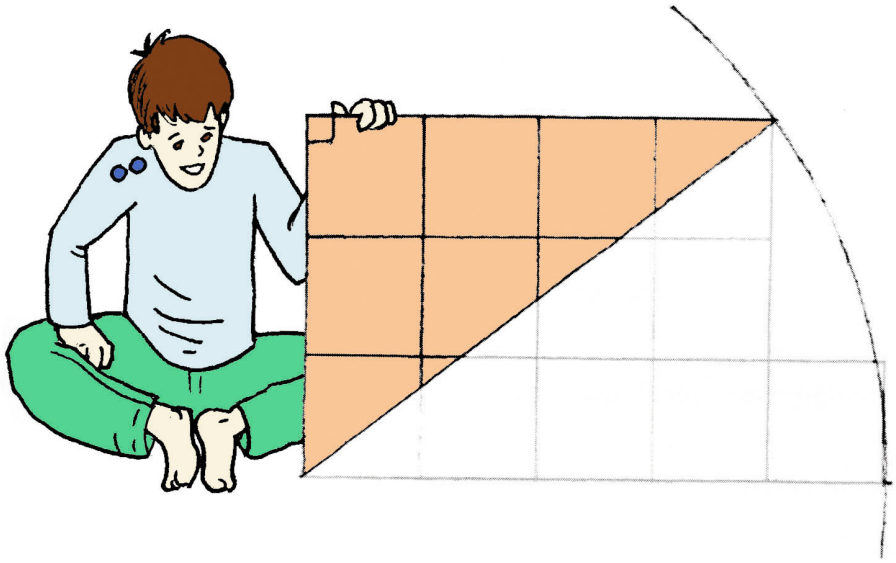
L'art de l'islam



Tu peux réaliser une belle frise avec ce motif.

Triangles

11



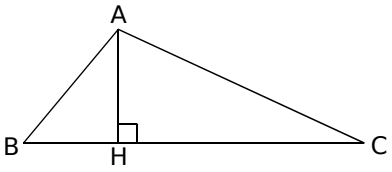
Narration de recherche

Comment pourrais-tu faire pour construire un triangle ABC si tu connais seulement :

- la mesure de deux angles : $\widehat{ABC} = 40°$ et $\widehat{ACB} = 110°$;
- le périmètre du triangle ABC : P = 15 cm ?

Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Du côté des triangles...



1. Donne d'autres écritures de l'angle $\widehat{ABC}$.

2. Quel angle du triangle AHC possède la plus petite mesure ?

3. Dans le triangle ABC, quel est le côté opposé au sommet B ?

4. Dans le triangle AHC, quel est le sommet opposé au côté [HC] ?

5. Quel est l'angle droit du triangle HAB ?

6. Quels sont les noms des trois angles du triangle ACH ?

7. Dans cette figure, quels sont les angles aigus, droits et obtus ?

Activité 2 : Du côté des triangles particuliers...

Romuald doit construire un triangle IJK rectangle en I, Isabelle un triangle EFG isocèle en F et Eddy un triangle équilatéral QRS.

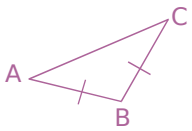
1. Trace trois figures à main levée pour représenter ces triangles. Code-les.

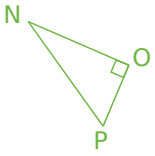
2. Dans le triangle IJK, quel nom donne-t-on au côté [JK] ?

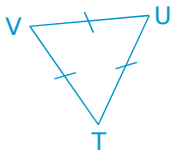
3. Dans le triangle EFG, quelle est la base ? Quel est le sommet principal ? Que peut-on dire des côtés [EF] et [GF] ? Que peut-on dire des angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FGE}$?

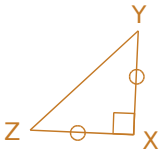
4. Que peut-on dire des côtés du triangle QRS ? Et de ses angles ?

5. En observant le codage, indique la nature des triangles ci-dessous :









Activité 3 : Somme des angles d'un triangle

1. Trace deux triangles quelconques de formes différentes et mesure leurs angles à l'aide d'un rapporteur.

2. Trace un triangle particulier (isocèle, rectangle ou équilatéral) puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.

3. Pour chacun des trois triangles tracés, additionne les mesures de ses trois angles. Que remarques-tu ?

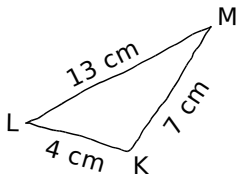
4. Essaie de tracer un triangle dont la somme des angles vaut 220°. Que remarques-tu ?

Activité 4 : Hasardons-nous à construire un triangle

1. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. Effectue un croquis d'un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).

2. Essaie de le construire en vraie grandeur.

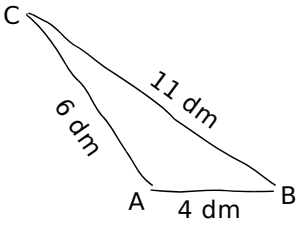
3. Penses-tu qu'il soit possible de construire le triangle représenté par le croquis ci-contre ? Justifie.



Activité 5 : Constructible ou non ?

Un professeur demande à ses élèves de construire le triangle ABC donné par le croquis ci-contre. Voici les réponses de quatre élèves :

- Kim dit que le triangle ABC est constructible puisque la figure est tracée.
- Jordan dit que, comme 4 < 6 + 11, le triangle ABC est constructible.
- Mickaël dit qu'il est d'accord avec Jordan car en plus 6 < 11 + 4.
- Imad dit que l'inégalité 11 < 6 + 4 est fausse et que le triangle ABC n'est donc pas constructible.



1. Que penses-tu de chacune des réponses ? Qui a raison ?

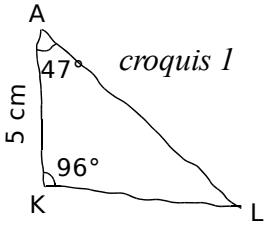
2. Au total, combien d'inégalités ont été proposées par ces élèves ? Pour savoir si le triangle ABC est constructible, faut-il vérifier toutes ces inégalités ?

3. Effectue un croquis d'un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 7,5 m, 12 m et une troisième valeur de ton choix, plus grande que les deux autres.

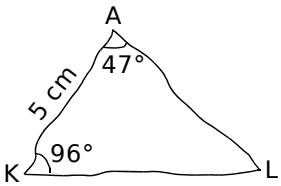
4. Effectue un croquis d'un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 6,5 km, 10 km et une troisième valeur de ton choix, plus petite que les deux autres.

Activité 6 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

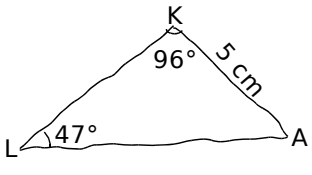
1. Voici quatre croquis d'un triangle AKL tel que AK = 5 cm, $\widehat{LAK}$ = 47° et $\widehat{LKA}$ = 96°.



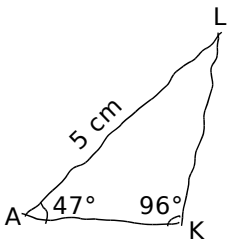
croquis 1



croquis 2



croquis 3



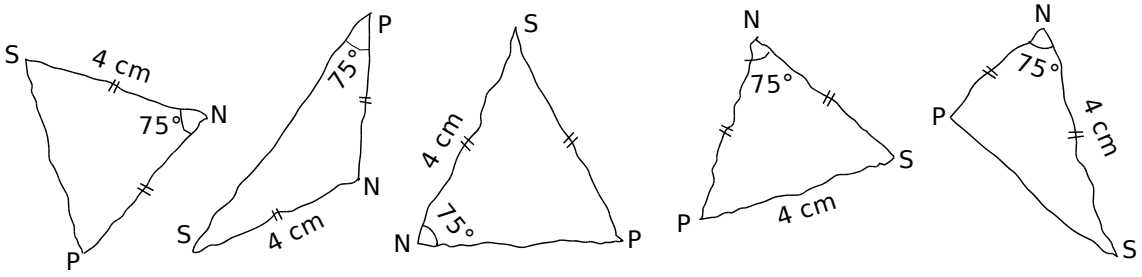
croquis 4

Quels sont les croquis corrects ?

2. Construis le triangle AKL.

Activité 7 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert (bis)

1. Voici cinq croquis d'un triangle NPS isocèle en N tel que NS = 4 cm et $\widehat{SNP} = 75°$



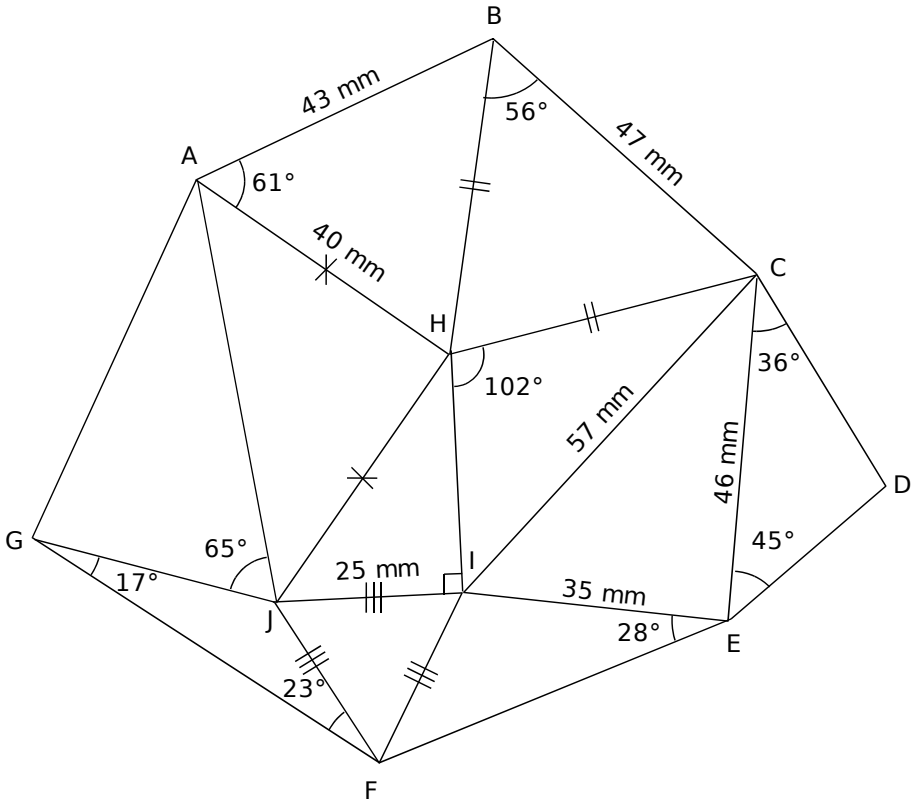
croquis 1 *croquis 2* *croquis 3* *croquis 4* *croquis 5*

Quels sont les croquis corrects ?

2. En commençant par le segment [NS], construis le triangle NPS.

Activité 8 : Des triangles, beaucoup de triangles

1. Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.



2. Construis les triangles suivants : AGJ, AHB, HIC et CED. Que constates-tu ?

Activité 9 : Trois données sont-elles suffisantes ?

1. Trace un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$. Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

2. **Deux triangles pour les mêmes mesures**

a. Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que $\widehat{RSx} = 50°$.

b. Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm.
Celui-ci coupe la demi-droite [Sx) en deux points que tu nommeras T et U.

c. Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

3. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

Activité 10 : Un joli cercle d'amis (≥**)

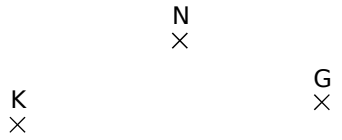
1. Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

a. Sur ton cahier, place deux points K et N (distant de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.

b. Où placer l'arrivée pour que la course soit la plus courte possible ?

c. Si Kévin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l'ensemble des points possibles pour l'arrivée ? Trace-le en bleu.

2. Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



a. Trace **en rouge** l'ensemble des points équidistants des arbres de Gabin et de Nicolas.

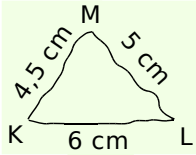
b. Mais Kévin, désormais, s'ennuie. Il propose : « Organisons une course à trois ! ». Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?

c. Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! » Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ?

d. Trace l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

Méthode 1 : Construire un triangle

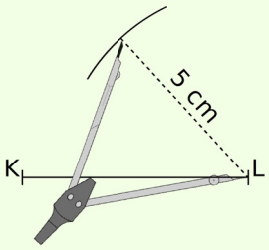
Exemple : Construis un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.



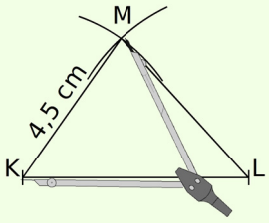
On trace une figure à **main levée**.



On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.



Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.



Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

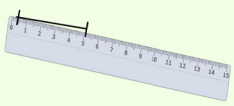
Exercices « À toi de jouer »

1. Construis un triangle VOL tel que VO = 4 cm ; OL = 6,3 cm et LV = 3,8 cm.
2. Construis un **triangle équilatéral** EAU de 45 mm de côté.
3. Construis le triangle UNO **isocèle** en U avec UN = 8 cm et NO = 3,6 cm.

Méthode 2 : Construire un triangle rectangle

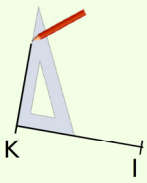
Exemple : Construis un triangle KHI rectangle en K tel que KI = 5 cm et HI = 7 cm.

On trace un segment [KI] de longueur 5 cm.

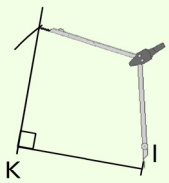


(*dessins suivants agrandis*)

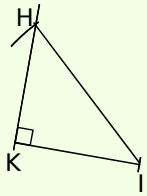
On trace la droite perpendiculaire en K à (KI) et on code l'angle droit.



On trace un arc de cercle de centre I et de rayon 7 cm coupant la perpendiculaire en H.



On trace le segment [HI].

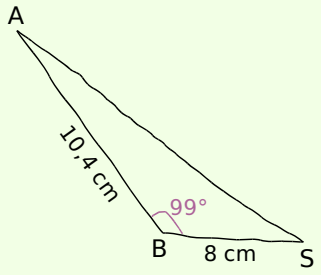


Exercices « À toi de jouer »

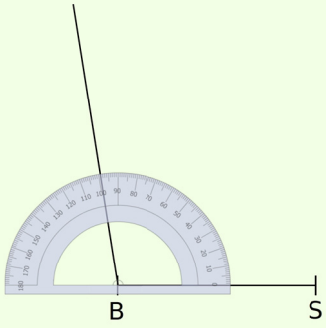
4. Construis un triangle MDR rectangle en D tel que MD = 4,2 cm et DR = 7,1 cm.
5. Construis un triangle ILE rectangle en E tel que EL = 6,4 cm et LI = 9,3 cm.

Méthode 3 : Construire un triangle connaissant un angle et les longueurs de ses côtés adjacents

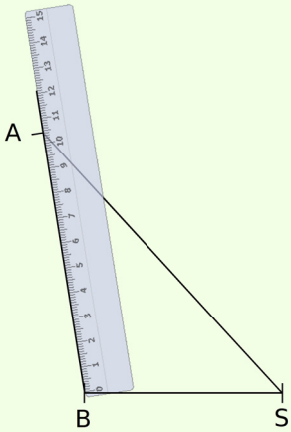
Exemple : Construis un triangle BAS tel que AB = 10,4 cm ; BS = 8 cm et $\widehat{ABS}$ = 99°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On construit un segment [SB] de 8 cm de longueur. On trace un angle mesurant 99° de sommet B et de côté [BS).



On place le point A sur le côté de l'angle à 10,4 cm du point B.

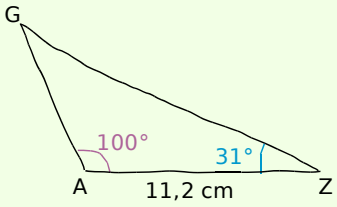
Exercices « À toi de jouer »

6 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL}$ = 55° ; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm.

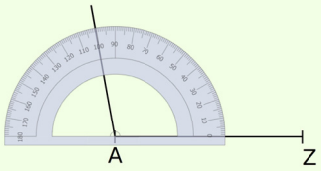
7 Construis un triangle SEL tel que SL = 6,4 cm ; $\widehat{SLE}$ = 124° et LE = 7,9 cm.

Méthode 4 : Construire un triangle connaissant deux angles et la longueur de leur côté commun

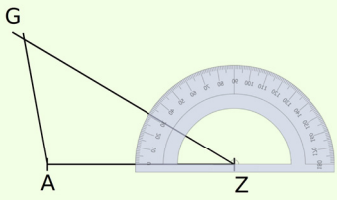
Exemple : Construis le triangle GAZ tel que AZ = 11,2 cm ; $\widehat{GAZ}$ = 100° et $\widehat{AZG}$ = 31°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On trace un segment [AZ] de longueur 11,2 cm. On construit un angle de sommet A, de côté [AZ) et mesurant 100°.



On construit un angle de sommet Z, de côté [ZA) et mesurant 31°. Les côtés des deux angles se coupent au point G.

Exercices « À toi de jouer »

8 Construis le triangle SUD tel que UD = 6 cm ; $\widehat{SUD}$ = 65° ; $\widehat{SDU}$ = 36°.

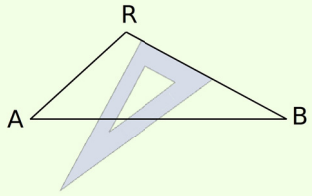
9 Construis le triangle EST tel que ET = 4,6 cm ; $\widehat{SET}$ = 93° et $\widehat{ETS}$ = 34°.

Méthode 5 : Construire les hauteurs d'un triangle

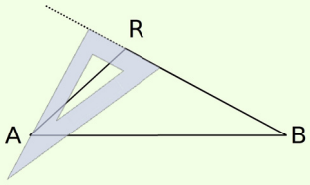
À connaître

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

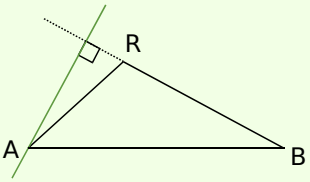
Exemple : Trace la hauteur relative au côté [BR].



On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].



On fait glisser l'équerre jusqu'au point A. Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

Remarque : La hauteur relative au côté [BR], se nomme également la hauteur issue du sommet A.

Exercices « À toi de jouer »

10 Construis le triangle CAR tel que CA = 4,6 cm ; AR = 4,3 cm et $\widehat{CAR} = 102°$ puis trace la hauteur issue de R et celle issue de C.

11 Construis un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm ; $\widehat{TAX} = 57°$ et $\widehat{ATX} = 63°$ puis trace ses hauteurs.

12 Construis un triangle BUS tel que BU = 6,4 cm ; US = 4,8 cm et BS = 8 cm. Trace les trois hauteurs de ce triangle.

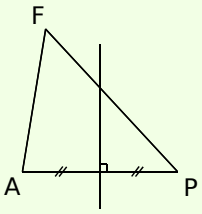
Méthode 6 : Construire le cercle circonscrit à un triangle (≥**)

À connaître

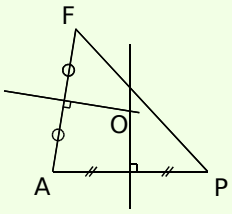
Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes**.
Leur point d'intersection est **le centre du cercle circonscrit au triangle**. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

Remarque : Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés pour déterminer le centre du cercle circonscrit.

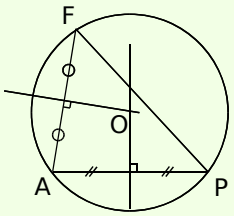
Exemple : Trace le cercle circonscrit au triangle PAF.



On construit la médiatrice du segment [AP].



On construit la médiatrice du segment [FA]. Soit O le point d'intersection des deux médiatrices.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

Exercices « À toi de jouer »

13 Construis le triangle FEU tel que FE = 6 cm ; EU = 3,7 cm et UF = 3,5 cm. Trace le cercle circonscrit au triangle FEU.

14 Construis le triangle EAU et son cercle cirsconscrit sachant que : EA = 6,1 cm ; AU = 3 cm et UE = 4,9 cm.

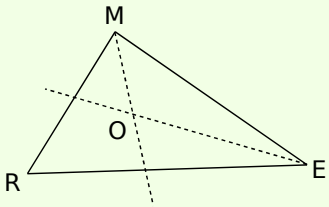
Méthode 7 : Centre du cercle inscrit dans un triangle (≥**)

À connaître

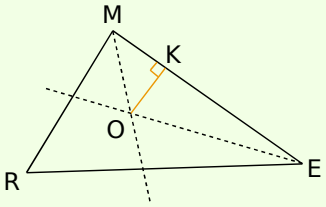
Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
Leur point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle. Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

Remarque : Il suffit de tracer les bissectrices de deux angles pour déterminer le centre du cercle inscrit.

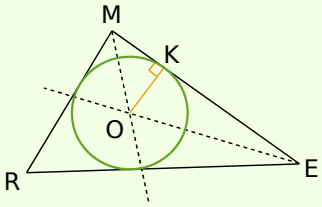
Exemple : Construis un triangle MER et son cercle inscrit de centre O.



On trace les bissectrices de deux des trois angles du triangle MER. Elles se coupent en O, le centre du cercle inscrit.



On trace la perpendiculaire à (ME) passant par le point O. Elle coupe [ME] en K. On obtient ainsi un rayon [OK] du cercle inscrit dans le triangle MER.



On trace le cercle de centre O passant par K.

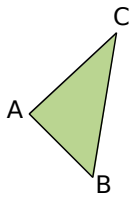
Exercices « À toi de jouer »

15 Construis un triangle RAS tel que RA = 7 cm ; AS = 8 cm et RS = 9 cm puis son cercle inscrit.

Exercices d'entraînement

Autour du triangle

1 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots « côté », « sommet », « triangle » et « opposé ».



a. ABC est un ... .

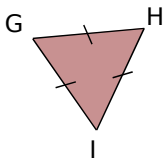
b. [AB] est un ... .

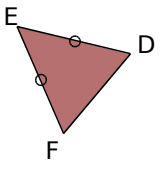
c. C est un ... .

d. [BC] est ... au sommet A.

e. B est le ... ... au ... [AC].

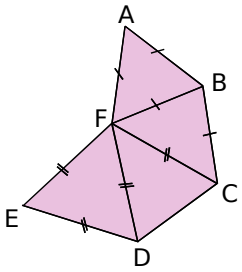
2 *Triangles particuliers*





Quelle est la nature du triangle GHI ? Du triangle DEF ? Justifie tes réponses.

3 *Avec le codage*



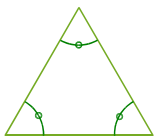
a. Quels sont les triangles équilatéraux ?

b. Quels sont les triangles isocèles que l'on peut tracer en joignant des points de la figure ?

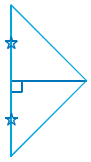
4 *Reconnaître*

Donne, en justifiant, la nature de chacun des triangles s'il est particulier.

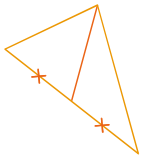
a.



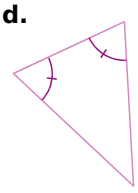
b.



c.

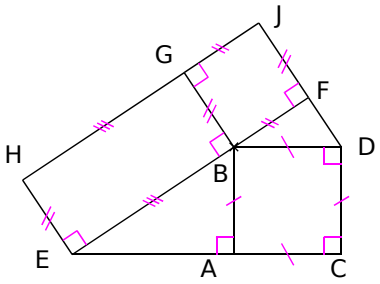


d.



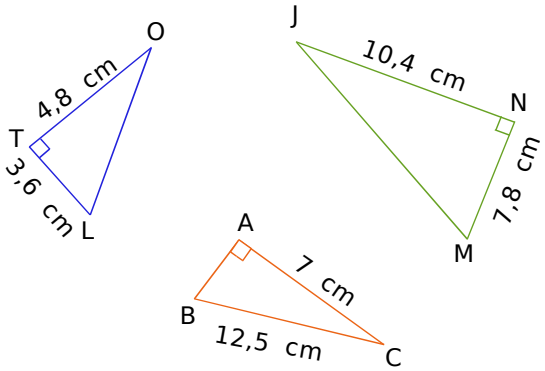
5 *Des triangles et des quadrilatères*

Précise le nom et la nature des triangles et des quadrilatères qui sont tracés sur la figure ci-dessous. Justifie tes réponses.



Constructions

6 Construis les figures suivantes.



7 Dans chaque cas, effectue un croquis puis construis la figure.

a. Trace un triangle FIN rectangle en F tel que FI = 5 cm et NF = 6 cm.

b. Trace un triangle TRS rectangle en S tel que TS = 72 mm et SR = 85 mm.

c. Trace un triangle GLU rectangle en L tel que LG = 8 cm et GU = 10 cm.

8 *Construis...*

a. Construis un triangle MNO équilatéral de côté 5 cm.

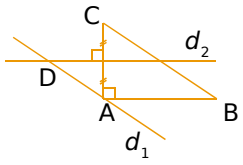
b. Construis un triangle isocèle STU isocèle en S tel que ST = 58 mm et TU = 32 mm.

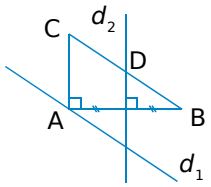
c. Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 5,2 cm et CA = 42 mm.

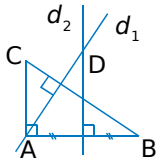
Exercices d'entraînement

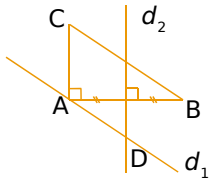
9 *(≥**)* Quelle figure correspond au programme de construction suivant ? Justifie ta réponse.

- Construis un triangle ABC rectangle en A.
- Construis d_1 la parallèle à (BC) passant par A.
- Construis d_2 la médiatrice du segment [AB].
- Place D le point d'intersection des droites d_1 et d_2.



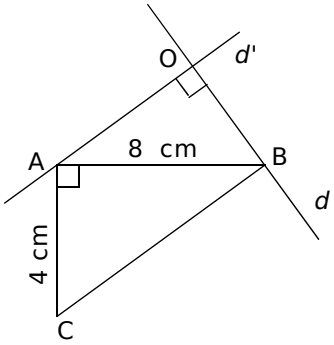






10 *Demandez le programme*

Remets les consignes du programme de construction dans l'ordre.



- Trace la droite d' parallèle à (BC) passant par A.
- Nomme O le point d'intersection de d et d'.
- Trace un triangle ABC rectangle en A, tel que AB = 8 cm et AC = 6 cm.
- Trace la droite d perpendiculaire à d' et passant par B.

11 *Triangle et losange*

a. Construis un triangle isocèle ABC isocèle en C tel que AB = 3,5 cm et AC = 4,2 cm.

b. Complète la figure avec la construction du point D de sorte que ACBD soit un losange.

c. Construis un triangle équilatéral ABE. Qu'observes-tu ?

12 Trace un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm et un triangle BCD isocèle en D tel que BD = 3,5 cm.

13 *Le même triangle ?*

a. Trace un triangle TRI tel que $\widehat{TRI} = 45°$ et $\widehat{TIR} = 110°$.

b. Tes camarades obtiendront-ils forcément un triangle identique au tien ?

14 Dans chaque cas, effectue un croquis.

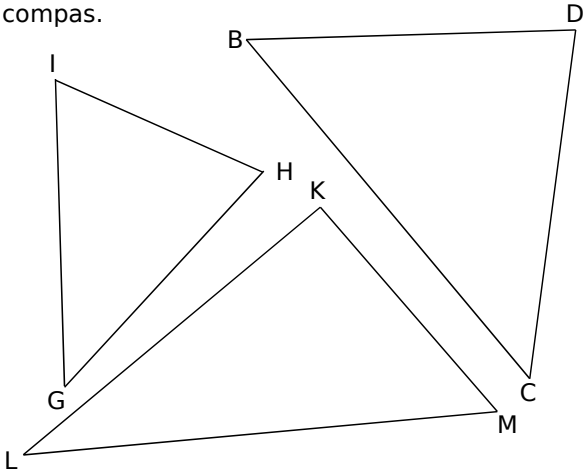
a. SUR est un triangle tel que SU = 4,5 cm, $\widehat{USR} = 60°$ et $\widehat{RUS} = 40°$.

b. QTD est un triangle tel que QT = 10 cm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD} = 70°$.

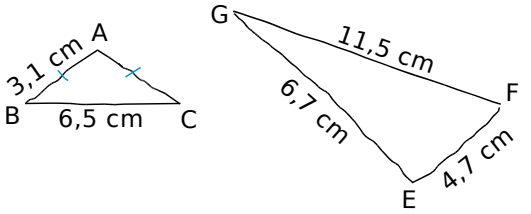
c. MFV est un triangle tel que MF = 9 cm, FV = 12 cm et MV = 6 cm.

15 *Reporter pour reproduire*

Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



16 Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles :



Exercices d'entraînement

17 Après avoir effectué un croquis, construis les triangles suivants :

a. GHI est un triangle tel que GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b. MNO est un triangle tel que MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

c. DEF est un triangle tel que DE = 8 cm, $\widehat{FDE}$ = 45° et $\widehat{FED}$ = 28°.

18 Dans chaque cas, effectue un croquis.

a. POL est un triangle isocèle en P tel que PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b. MER est un triangle équilatéral tel que ME = 5 cm.

c. FAC est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{AFC}$ = 50° et CA = 6,5 cm.

19 Dans chaque cas, fais un croquis et construis.

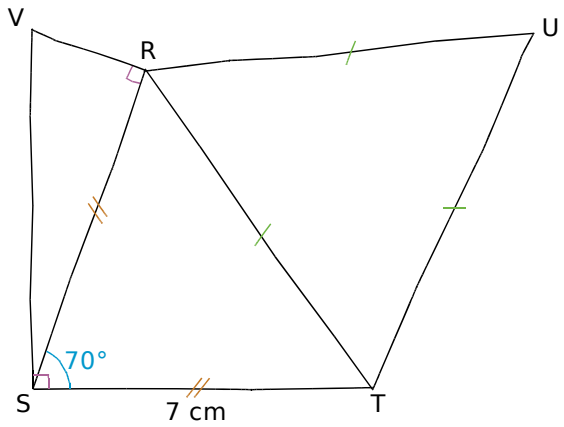
a. VUZ est un triangle isocèle en U tel que VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b. KGB est un triangle équilatéral tel que KG = 6 cm.

c. CIA est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

d. RTL est un triangle isocèle en T tel que RT = 8 cm et $\widehat{TRL}$ = 48°.

20 Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessous :



Écris ensuite le programme de construction.

21 Dans chaque cas, fais un croquis et construis.

a. EFG est un triangle tel que EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. PLM est un triangle équilatéral de périmètre 15 cm.

c. Le triangle RST est isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

d. Le triangle AYB est isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

e. Le triangle OCI est isocèle en I tel que CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

Droites remarquables

22 *Hauteurs d'un triangle*

Construis un triangle BON tel que BO = 68 mm, BN = 62 mm et NO = 45 mm.

Trace :

• en noir, la perpendiculaire à (BN) passant par O ;

• en rouge, la perpendiculaire à (NO) passant par B ;

• en vert, la perpendiculaire à (BO) passant par N. Que remarques-tu ?

23 *Hauteur (« relative à » ou « issue de »)*

a. Construis un triangle AVE quelconque puis trace :

• en bleu, la hauteur issue du sommet E ;

• en noir, la hauteur issue du sommet A ;

• en rouge, la hauteur relative à [AE].

b. Observe ces trois hauteurs. Quelle remarque peux-tu faire ?

24 *À l'intérieur ou pas ?*

a. Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus. Trace les hauteurs de ce triangle.

b. Construis un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus. Trace les hauteurs de ce triangle.

c. Construis un triangle GHT rectangle en T. Trace les hauteurs de ce triangle.

d. Observe les trois figures. Quelles remarques peux-tu faire ?

Exercices d'entraînement

25 (≥**) Médiatrices dans un triangle

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 5,7 cm, AC = 5,3 cm et BC = 7 cm.

b. Construis les médiatrices des segments [AB] et [CB]. Note O leur point d'intersection.

c. Construis la médiatrice du segment [AC]. Que constates-tu ?

d. Trace le cercle de centre O passant par A. Comment s'appel ce cercle ?

26 (≥**) Bissectrice dans un triangle

a. Trace un triangle UST tel que UT = 3 cm ; US = 5 cm et ST = 7 cm.

b. Construis les bissectrices des angles $\widehat{UST}$, $\widehat{UTS}$ et $\widehat{TUS}$.

Que constates-tu ?

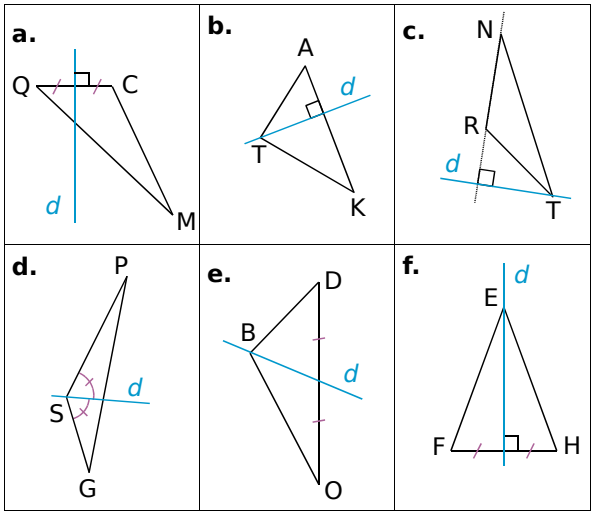
27 Croquis et codages

a. Construis le triangle TOC tel que TO = 8 cm, OC = 4,5 cm et CT = 6 cm

b. Trace puis code :

- en rouge, la hauteur issue de O.
- (≥**) en bleu, la médiatrice de [TO] ;
- (***) en noir, la médiane relative à [OC] ;

28 Dans les 6 cas suivants :



Détermine dans quel(s) cas la droite *d* est :

a. une hauteur ;

b. (≥**) une médiatrice ;

c. (≥**) une bissectrice ;

d. (***) une médiane.

29 Vocabulaire

a. Construis un triangle BOA tel que BO = 5 cm, OA = 7 cm et AB = 8 cm. Trace la droite d_1 perpendiculaire à [BO] et passant par A.

b. Trace la droite d_2 perpendiculaire au segment [OA] et passant par son milieu.

c. Trace la droite d_3 qui coupe l'angle $\widehat{OBA}$. en deux angles égaux.

d. Trace la droite d_4 qui passe par O et par le milieu de [BA].

e. Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) la hauteur du triangle.

f. (≥**) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiatrice.

g. (≥**) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une bissectrice.

h. (***) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiane.

30 (***) Médiane

a. Construis le triangle BOA identique à l'exercice 29.

- la médiane issue de O ;
- la médiane relative au côté [AO] ;
- la médiane issue de A.

b. Observe la figure. Que peux-tu dire de ces trois médianes ?

31 (≥**) Cercle inscrit

Dans chaque cas, construis le triangle ABC puis son cercle inscrit.

a. AC = 8 cm, $\widehat{BAC}$ = 60° et $\widehat{ACB}$ = 50°.

b. AC = 10 cm, AB = 8 cm et $\widehat{BAC}$ = 45°.

c. ABC est isocèle en A tel que AB = 9 cm et BC = 6 cm.

d. ABC est un triangle équilatéral de côté 7,5 cm.

32 (≥**) Trace un triangle dont le cercle inscrit a un rayon de 2,7 cm.

Exercices d'approfondissement

33 *Plusieurs triangles*

- RAT est un triangle tel que RA = 7 cm ; TA = 6 cm et $\widehat{RAT}$ = 40°.
- RIT est un triangle tel que $\widehat{RTI}$ = 57° ; $\widehat{TRI}$ = 82°.

Dans chaque cas fais un croquis puis construis. Que remarques-tu ?

34 *Triangles et cercle*

Construis un triangle LAC isocèle en C tel que LA = 3 cm et LC = 5 cm.

a. Trace le cercle de centre C passant par A. Que constates-tu ?

b. Construis si possible un triangle ABC équilatéral tel que B appartienne à ce cercle.

35 *(≥**) À partir d'un programme*

Réalise la figure correspondant au programme de construction ci-dessous.

- Trace un triangle ABC rectangle en B avec AB = 4 cm et BC = 6 cm.
- Trace le rectangle ACDE avec AE = 5 cm de telle sorte que B soit un point extérieur à ACDE.
- Trace la droite d perpendiculaire à (AB) passant par A.
- Trace d' la médiatrice de [DE].
- Place F le point d'intersection de d et d'.
- Trace la droite d'' parallèle à (AC) passant par B.

Que peux-tu dire des droites d' et d'' ? Justifie ta réponse.

36 *(≥**) Avec des médiatrices*

Construis le triangle ABC tel que AB = 8 cm ; AC = 4 cm et BC = 6 cm.

Trace d_1 la médiatrice de [AB] et d_2 la médiatrice de [BC]. Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en O.

Trace d_3 la parallèle à (BC) passant par O.

Que peux-tu dire des droites d_2 et d_3 ?

37 *Avec le périmètre et les angles*

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46°.

a. Effectues un croquis de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.

b. Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE}$ = 32° et $\widehat{AED}$ = 23° (on a pris les moitiés de 64° et 46°).

c. Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et de E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.

d. Mesure les angles des triangles ABD et ACE.

e. Compare le périmètre et les angles du triangle ABC avec ceux du triangle cherché.

f. Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST}$ = 36° et $\widehat{STR}$ = 68°.

38 *(***) Droite d'Euler*

a. Construis un triangle DOC tel que DO = 8 cm, OC = 6 cm et CD = 5 cm.

b. Construis les hauteurs du triangle DOC issues des sommets D, O et C. Ces hauteurs sont conrourantes. Nomme ce point d'intersection H (ce point est l'orthocentre du triangle).

c. Trouve le centre I du cercle circonscrit du triangle DOC.

d. Construis les trois médianes du triangle DOC. Ces médianes sont concourantes. Nomme ce point d'intersection G (ce point est le centre de gravité du triangle).

e. Vérifie que les points H, I, G sont alignés.

La droite qui passe par ces trois points est appelée la droite d'Euler. C'est le mathématicien Suisse Leonhard Euler (1707 - 1783) qui démontra en premier que ces points étaient alignés.

Travail de recherche

1 Les apprentis carreleurs

1re Partie : des triangles en or !

a. Effectuez un croquis de deux triangles isocèles différents, tels que :

- le plus grand côté de chacun mesure 8 cm,
- chacun possède au moins un angle de 36°.

b. Construisez ces triangles et numérotez-les :

- le ① n'a que des angles aigus,
- le ② possède un angle obtus.

c. Vérifiez que les petits côtés des triangles ① et ② ont même mesure.

2e Partie : un premier pavage

Les deux questions ci-dessous sont à faire sur deux feuilles de brouillon distinctes.

d. Dans un rectangle de longueur 23 cm et de largeur 15 cm, tracez le maximum de triangles identiques au ① en les plaçant les uns contre les autres astucieusement.

e. En plaçant à nouveau les triangles de la meilleure façon possible, tracez une dizaine de triangles identiques au ②.

3e Partie : un pavage plus complexe

Découpez les triangles tracés dans la seconde partie.

f. En assemblant deux triangles ① et un triangle ②, formez un plus grand triangle. Que peut-on dire du grand triangle ainsi formé ?

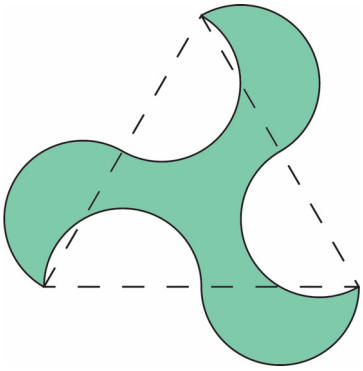
g. Prenez le triangle formé au **f.** et ajoutez trois triangles ① et deux triangles ② afin de former un plus grand triangle encore.

h. Prenez le triangle formé au **g.** puis ajoutez huit triangles ① et cinq triangles ② afin de former un énorme triangle !

2 Pavage par triangles curvilignes

1re Partie : Un triangle curviligne

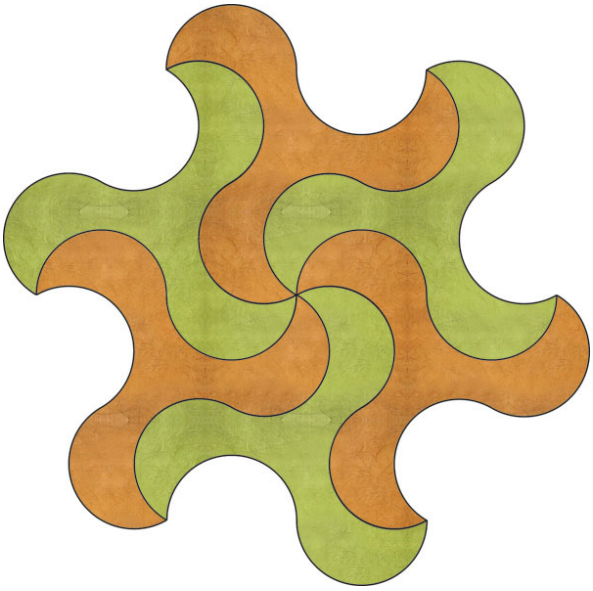
a. Réalisez la figure ci-dessous sachant qu'elle est composée d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté et que le diamètre des disques est deux fois plus petits que la longueur d'un côté du triangle.



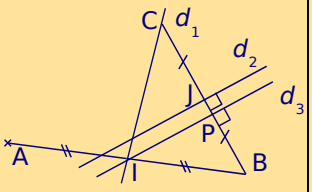
2e Partie : pavage du plan

b. Sur une feuille A4, réalise le maximum de triangles curvilignes en les plaçant les uns contre les autres. Coloriez les figures selon votre inspiration.

c. En plaçant les triangles curvilignes les uns contre les autres, réalisez des frises décoratives et comparez vos résultats avec les autres réalisations.



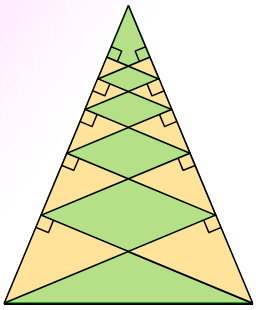
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Si CA = CB alors...	C est le milieu de [AB]	le triangle ABC est isocèle en A	A et B sont sur un cercle de centre C	le triangle ABC est isocèle en C
2	Un triangle ABC est isocèle en B alors ...	AC = BC	AB = BC	Le plus grand angle est $\widehat{ABC}$	$\widehat{CAB} = \widehat{BCA}$
3	Si RST est un triangle rectangle en T alors ...	RS = ST	(ST) ⊥ (RS)	(ST) ⊥ (TR)	RS > ST et RS > RT
(≥**) 4	Sur la figure ci-dessous,...  AI = IB et CJ = BJ	la droite d_1 est la médiatrice du segment [AB]	la droite d_2 est la médiatrice du segment [CB]	Le triangle BCI est un triangle rectangle	d_3 // (CB)

Récréation mathématique

Belle figure

Construis une figure analogue à partir d'un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que BC = 10 cm et AC = 14 cm.



Artistes en géométrie

a. Recherche des informations sur le peintre Pietr Mondrian et notamment sur ses œuvres peintes à Paris.

b. Quelles figures géométriques sont souvent visibles dans ses toiles ?

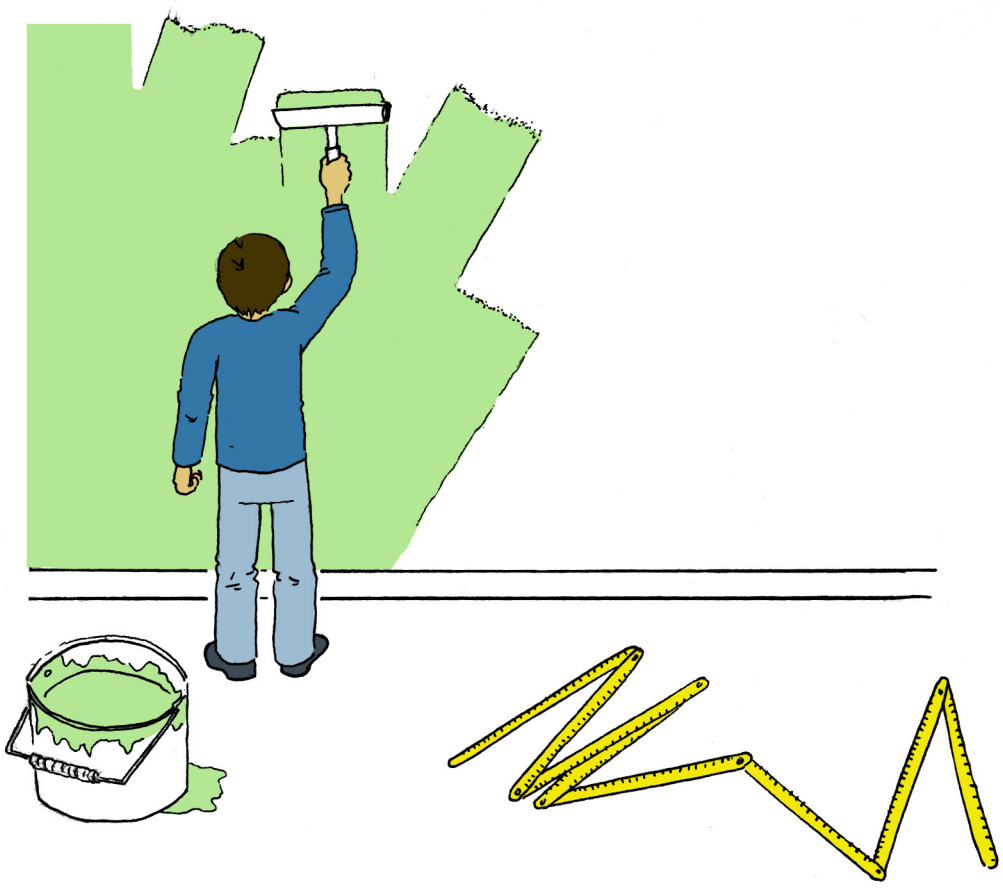
c. À la manière de Mondrian, sur une feuille blanche, trace un cadre avec, à l'intérieur, des droites parallèles verticales et horizontales. Puis colorie en t'inspirant des œuvres de cet artiste.

d. L'artiste Vassily Kandinsky a aussi travaillé à partir de figures géométriques. Cite le nom de certaines de ses œuvres.

e. Recherche d'autres artistes ayant travaillé avec des figures géométriques.

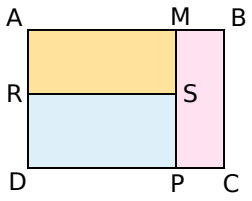
Périmètres et aires

12



Narration de recherche

Dans cette figure, le rectangle ABCD a pour dimensions : AB = 17 cm et BC = 12 cm.
Dans le rectangle ABCD, les points M, R, S et P déterminent trois rectangles.
Où peut-on placer les points M, R, S et P pour que les rectangles AMSR, DRSP et PMBC aient le même périmètre ? Aient la même aire ?



Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Aire ou périmètre

1. Au jardin

a. Sur un paquet de graines de gazon, il est écrit : « poids net 500 g pour environ 20 m^2 ». Que doit calculer Jean pour savoir combien de paquets de graines il doit acheter pour ensemencer son jardin rectangulaire de 25 m sur 30 m ?

b. Jean veut entourer son jardin d'une haie d'arbustes. Le vendeur lui dit que les plants devront être espacés de 1,60 m pour obtenir une haie uniforme. Que doit calculer le jardinier pour déterminer le nombre de plants à acheter ?

2. À la maison

Monsieur Louis veut poser un parquet dans la chambre de son fils. Le modèle de parquet choisi est vendu 45 CHF le m^2. Il souhaite poser, tout autour de la chambre, une plinthe vendue 9 CHF le mètre. Les dimensions de la chambre sont de 3 m sur 4 m.

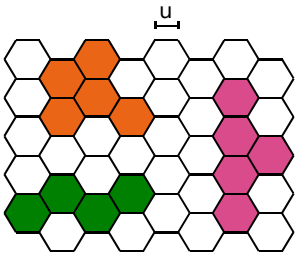
a. Que doit-il calculer pour déterminer le prix du parquet ?

b. Que doit-il calculer pour déterminer le prix des plinthes ?

3. Propose plusieurs situations faisant intervenir l'**aire** ou le **périmètre**.

Activité 2 : Comparaisons

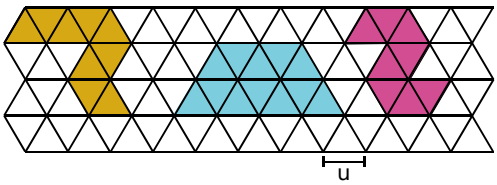
1. Quadrillage hexagonal



a. Détermine l'aire de chacune des figures colorées. Tu prendras  pour unité d'aire.

b. Détermine le périmètre de chaque figure colorée, l'unité de longueur sera le côté d'un hexagone.

2. Quadrillage triangulaire



Mêmes questions qu'au **1.**. L'unité d'aire est  et l'unité de longueur le côté d'un triangle.

3. Observe les résultats des questions **1.** et **2.** pour répondre aux questions.

a. Les figures ayant la plus grande aire ont-elles le plus grand périmètre ?

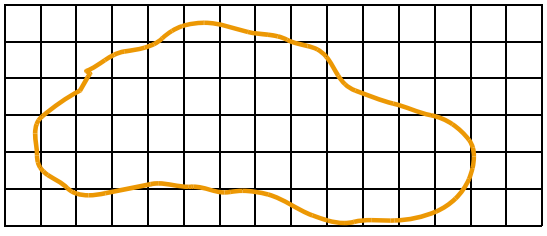
b. Les figures qui ont le plus petit périmètre ont-elles la plus petite aire ?

4. À toi de jouer

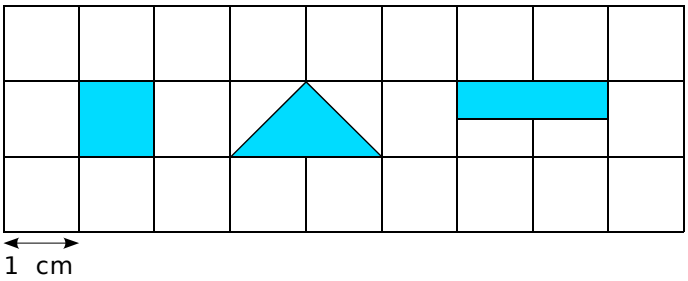
a. Sur du quadrillage, trace plusieurs figures de même aire et compare leurs périmètres.

b. Sur du quadrillage, trace plusieurs figures de même périmètre et compare leurs aires.

5. En t'aidant du quadrillage, détermine approximativement l'aire de la surface délimitée par la ligne orange.



Activité 3 : Unités d'aire



1. Que peux-tu dire de l'aire des trois figures bleues ?

2. L'aire de chacune de ces figures est la même que celle d'un carré de côté 1 cm. On dit que l'aire mesure 1 centimètre carré, on le note 1 cm^2.

a. Recopie et complète :

Un centimètre carré (cm^2) est la surface occupée par un carré de côté ... .

b. Définis de la même façon le mètre carré, le décimètre carré, le millimètre carré et le kilomètre carré.

3. Ordre de grandeur

a. Quel est l'**ordre de grandeur** de l'aire d'une page du livre ? Exprime-la à l'aide de l'unité d'aire la mieux adaptée.

b. Propose des objets dont l'aire est de l'ordre des unités d'aire les plus usuelles.

4. Sur une feuille de papier millimétré

a. Dessine en bleu plusieurs figures dont l'aire est un centimètre carré.

b. Dessine en rouge un carré d'aire un décimètre carré et en vert un carré d'aire un millimètre carré.

c. Combien y a-t-il de centimètres carrés dans un décimètre carré ?

d. Combien y a-t-il de millimètres carrés dans un centimètre carré ?

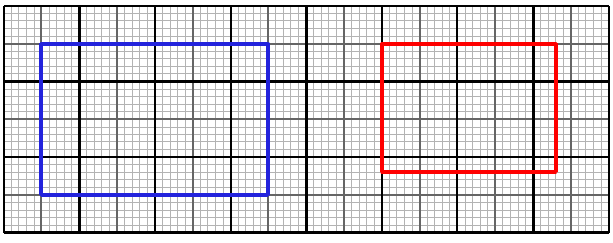
e. Combien y a-t-il de millimètres carrés dans un décimètre carré ?

5. Aire d'un rectangle

a. Détermine l'aire du rectangle bleu en centimètres carrés et en millimètres carrés.

b. Détermine l'aire du rectangle rouge en millimètres carrés.

c. Propose un moyen de déterminer l'aire du rectangle rouge en centimètres carrés.



6. La cour d'un collège est de forme rectangulaire de 75 m sur 35 m.

a. Calcule son aire en mètres carrés.

b. Calcule son aire en décamètres carrés.

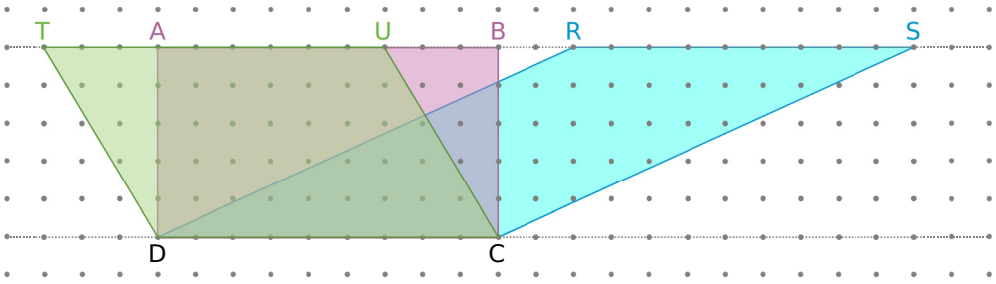
7. Recherche les dimensions d'un terrain de football, de basket-ball, de tennis et calcule leurs aires respectives en mètres carrés puis en décamètres carrés.

Activité 4 : Du rectangle au parallélogramme

1. Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle.

2. Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle fait en **1.** puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?

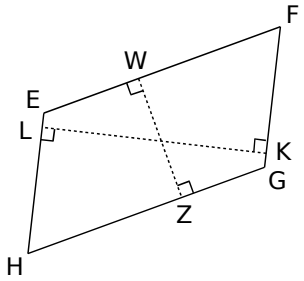
3. Nadir affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont la même aire. ». A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



4. Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.

5. À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-contre.

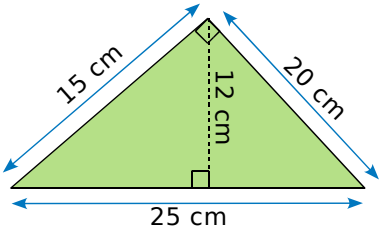
6. Rédige une phrase pour expliquer la formule de l'aire d'un parallélogramme.



Activité 5 : Perdre sa moitié

1. Pour un triangle rectangle

Le devant du chapeau de Jane est représenté par le croquis ci-contre.



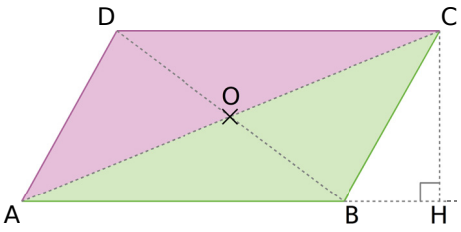
Jeanne veut recouvrir le devant de paillettes pour le carnaval. Sur le tube de paillettes de 5 g, il est écrit qu'il faut 5 g de paillettes pour 20 cm². Elle ne sait pas combien de tubes acheter. Elle téléphone à son amie Ipek et lui décrit la forme du chapeau.

Ipek lui répond : « *Pense à un rectangle dont l'aire est le double de ton chapeau.* »

Combien de tubes de paillettes devra acheter Jeanne ?

2. Pour un triangle quelconque

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme de centre O tel que AB = 6 cm et CH = 2,5 cm.

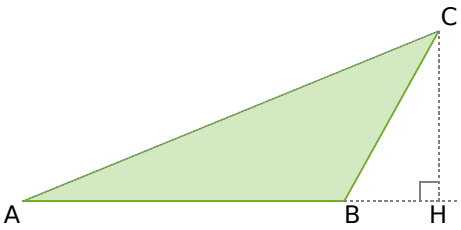


a. Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.

b. Que peux-tu observer entre les aires des triangles ADC et ABC ?

c. Déduis-en l'aire du triangle ADC.

Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que AB = 5 cm et CH = 3 cm.



d. Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté [AB] ?

e. En t'inspirant de la formule de l'aire du parallélogramme, donne une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.

f. Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

Activité 6 : En découpant...

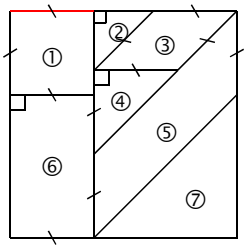
1. Trace un losange dont les diagonales mesurent 7,5 cm et 9,6 cm. Calcule son aire en le découpant de façon à obtenir une figure dont on sait calculer l'aire.

2. Halima a construit un trapèze rectangle de hauteur 4 cm et dont les deux côtés parallèles mesurent 5 cm et 8 cm. Aide-la à calculer l'aire de ce trapèze.

3. Propose une méthode pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque.

Activité 7 : Découpages

On considère un carré de côté 6 cm composé de sept polygones particuliers comme l'illustre la figure ci-contre. On sait que le segment rouge mesure 2,2 cm en vraie grandeur.

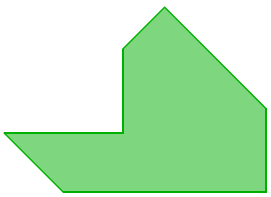


1. Précise la nature de chaque polygone puis détermine son aire.

2. Sur une feuille, construis en vraie grandeur le carré et découpe les sept pièces qui le constituent.

3. En assemblant plusieurs de ces pièces, reconstitue chacune des figures suivantes et calcule leur aire.

a.

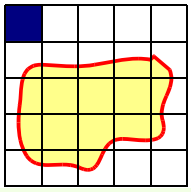


b.

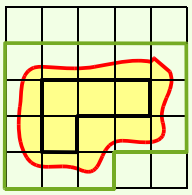


Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Évaluer une aire



Exemple : À l'aide du quadrillage, détermine un encadrement de l'aire de la surface jaune, en prenant pour unité un carreau bleu.

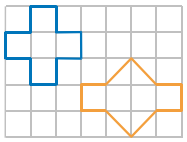


La surface délimitée en **vert** a une aire plus grande que celle délimitée par la courbe rouge. On compte le nombre de carreaux. Son aire est 18 carreaux.

La surface délimitée en **noir** a une aire plus petite que celle délimitée par la courbe rouge. On compte le nombre de carreaux. Son aire est quatre carreaux.

Donc l'aire de la figure jaune est comprise entre 4 et 18 carreaux.

Exercice « À toi de jouer »



1 Détermine l'aire, en nombre de carrés, des deux figures ci-contre.

Méthode 2 : Transformer des unités de longueurs et d'aires

À connaître : les longueurs

Les **facteurs** de multiplication des **m (mètres)** sont :

k (kilo) : 1 000	**h** (hecto) : 100	**da** (déca) : 10
d (déci) : 0,1	**c** (centi) : 0,01	**m** (milli) : 0,001

Exemple 1 : Transforme 0,5 km en m.

Les m (mètres) sont l'unité de mesure.

1 km = 1 000 m, donc 0,5 km = 0,5 • 1 000 m = 500 m

À connaître : les aires (***)

Les **facteurs** de multiplication des **m² (mètres carrés)** sont :

k (kilo) : 1 000 000	**h** (hecto) : 10 000	**da** (déca) : 100
d (déci) : 0,01	**c** (centi) : 0,000 1	**m** (milli) : 0,000 001

Exemple 2 : Transforme 3 hm^2 en m^2.

1 hm^2 = 10 000 m^2, donc 3 hm^2 = 3 • 10 000 m^2 = 30 000 m^2

Exercice « À toi de jouer »

2 Effectue les conversions d'unités de longueurs suivantes :

a. 50 cm en m ; **c.** 2,3 hm en m ; **e.** 23 dam en cm ;

b. 100 mm en m ; **d.** 0,03 dm en m ; **f.** 4 cm en hm.

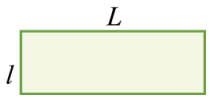
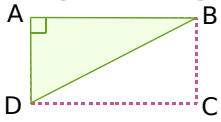
3 (***) Effectue les conversions d'unités d'aires suivantes :

a. 7 dm^2 en m^2 ; **c.** 3,2 hm^2 en m^2 ; **e.** 45 hm^2 en dm^2 ;

b. 200 cm^2 en m^2 ; **d.** 0,8 dm^2 en m ; **f.** 400 cm^2 en dam^2.

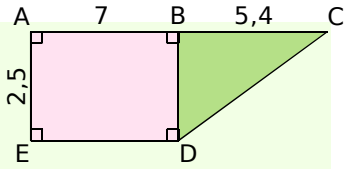
Méthode 3 Calculer des aires à l'aide d'une formule

À connaître

	Rectangle	Triangle rectangle
		
Formule	$A = L \cdot l$ L'aire du carré peut se calculer avec cette formule.	$A = \frac{AB \cdot AD}{2}$ L'aire de ABD est égale à la moitié de l'aire de ABCD.

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

Exemple : Calcule l'aire de la figure ABCDE ci-contre. (L'unité de longueur est le centimètre.)



- La figure est composée du rectangle ABDE et du triangle rectangle BCD. Son aire est donc égale à la somme de l'aire de ABDE et de l'aire de BCD.
- $\mathcal{A}_{ABDE} = AB \cdot AE = 7\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm} = 17{,}5\text{ cm}^2$.
- $\mathcal{A}_{BCD} = \frac{BC \cdot BD}{2} = \frac{5{,}4\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm}}{2} = \frac{13{,}5\text{ cm}^2}{2} = 6{,}75\text{ cm}^2$.
- $\mathcal{A}_{ABCDE} = 17{,}5\text{ cm}^2 + 6{,}75\text{ cm}^2 = 24{,}25\text{ cm}^2$.
- L'aire de la figure ABCDE est donc égale à $24{,}25\text{ cm}^2$.

Exercice « À toi de jouer »

4 Détermine l'aire d'un carré de côté 6 cm.

5 Détermine l'aire d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 22 mm.

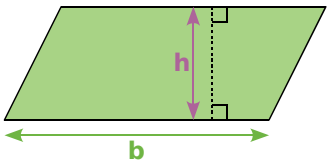
6 SON est un triangle rectangle en S, tel que SO = 8,04 dm et SN = 0,93 m. Détermine son aire.

Méthode 4 : Calculer l'aire d'un parallélogramme

À connaître

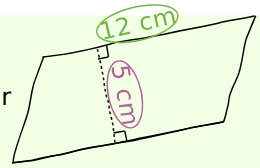
Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur** relative à ce côté :

$$A = b \cdot h$$



Exemple : Détermine l'aire du parallélogramme suivant :

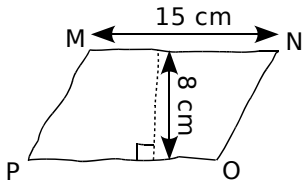
- On mesure la **longueur** d'un côté.
- On mresure la **hauteur** relative à ce côté.
- On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté :
- $A = 12 \cdot 5 = 60$
- L'aire du parallélogramme vaut 60 cm².



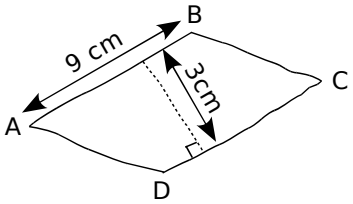
Exercice « À toi de jouer »

7 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-dessous :

a.



b.

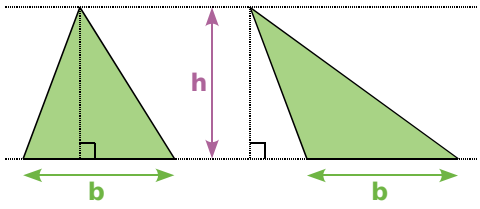


Méthode 5 : Calculer l'aire d'un triangle

À connaître

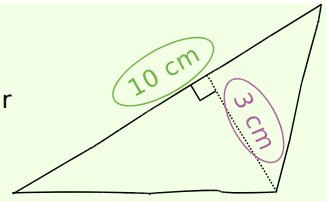
Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur** relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Exemple : Calcule l'aire du triangle suivant :

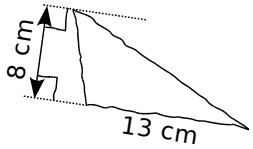
- On mesure la longueur d'un côté.
- On mesure la hauteur relative à ce côté.
- On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :
- $A = \frac{10 \cdot 3}{2} = \frac{30}{2} = 15$
- L'aire du triangle vaut 15 cm².



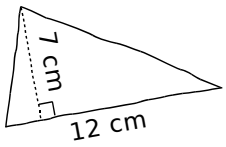
Exercice « À toi de jouer »

8 Calcule l'aire des triangles suivants :

a.



b.

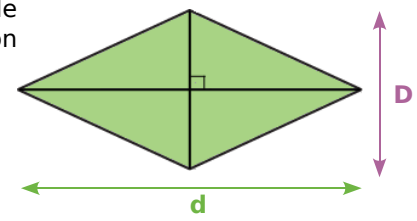


Méthode 6 : Calculer l'aire d'un losange

À connaître

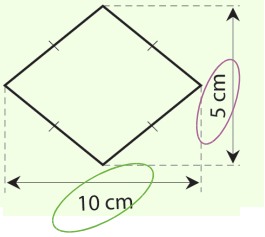
Pour calculer l'aire d'un losange, on effectue le produit des **longueurs des diagonales** puis on divise le résultat par 2 :

$$\mathbf{A = \frac{d \cdot D}{2}}$$



Exemple : Calcule l'aire du losange suivant :

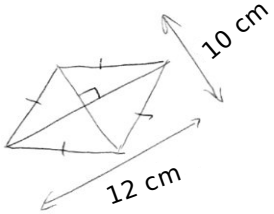
- On repère la longueur des diagonales.
- On calcule le produit des longueurs des diagonales puis on divise le résultat par 2 :
- $A = \frac{10 \cdot 5}{2} = \frac{50}{2} = 25$
- L'aire du losange vaut 25 cm².



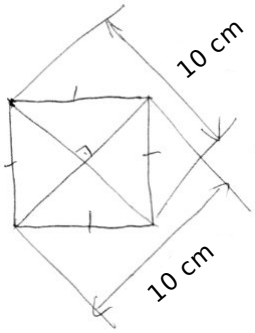
Exercice « À toi de jouer »

9 Calcule l'aire des losanges suivants :

a.



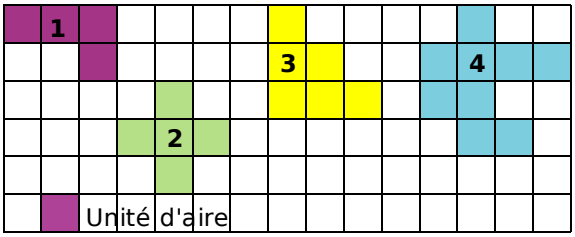
b.



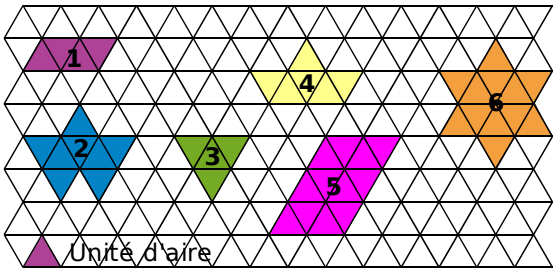
Exercices d'entraînement

Avec un quadrillage

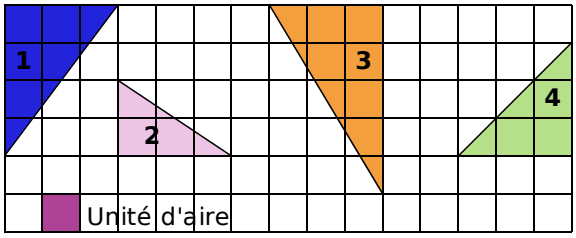
1 Détermine l'aire des figures suivantes.



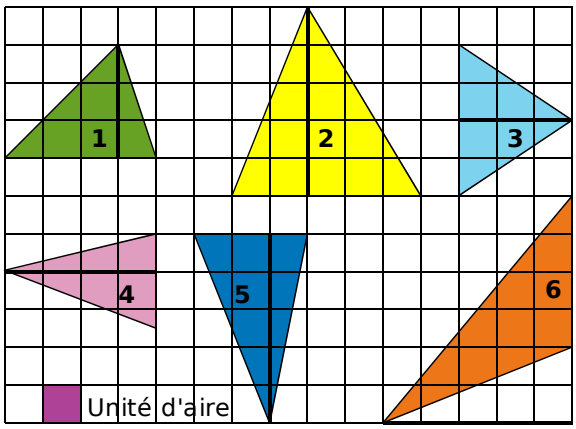
2 Détermine l'aire des figures suivantes.



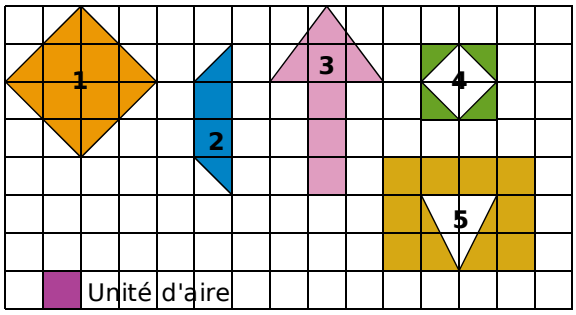
3 Détermine l'aire des triangles rectangles suivants.



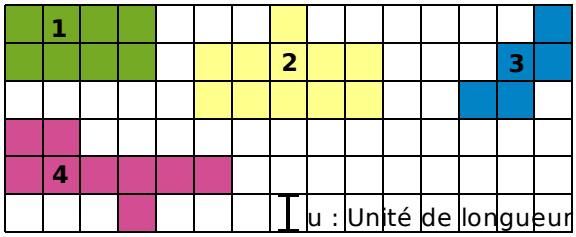
4 Détermine l'aire des triangles suivants.



5 Détermine l'aire des figures suivantes.



6 Détermine le périmètre des figures suivantes.



7 *Avec les carreaux de ton cahier*

a. En prenant comme unité d'aire un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes de cinq unités d'aire.

b. Ces figures ont-elles le même périmètre ?

8 *Avec les carreaux de ton cahier (bis)*

a. En prenant comme unité de longueur la longueur d'un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes qui ont un périmètre de douze unités.

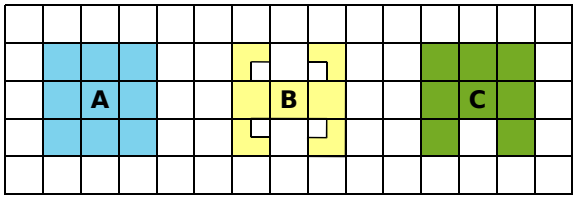
b. Ces figures ont-elles la même aire ?

9 *Comparaisons*

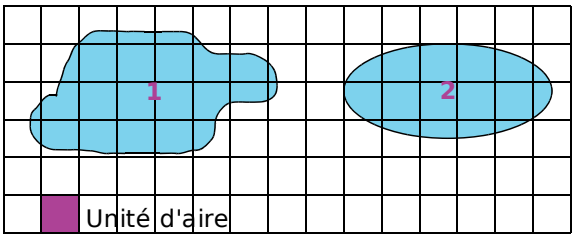
a. Classe ces figures dans l'ordre croissant de leurs aires. Justifie.

b. Classe ces figures dans l'ordre croissant de leurs périmètres.

c. La figure qui a la plus grande aire a-t-elle également le plus grand périmètre ?



10 *Aires approximatives*



Détermine un encadrement de l'aire de chacune des figures.

Avec des formules

11 *Périmètre et aire du carré*

Recopie et complète le tableau suivant où c est la longueur du côté du carré, P son périmètre et A son aire.

c	4 cm	7 cm	9 dm		
P				32 mm	
A					36 m²

12 *Calcul mental et rectangles*

Les mesures de cinq rectangles sont données en centimètres.

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
Longueur	3	5	8	9	8
Largeur	2	3	6	7	1,5

a. Calcule le périmètre de chaque rectangle.

b. Calcule l'aire de chaque rectangle.

13 *Calcul mental et triangles*

Les mesures des côtés de l'angle droit de cinq triangles rectangles sont données en centimètres.

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
1er côté	3	5	8	9	1,5
2ème côté	4	8	5	7	1,5

Calcule l'aire de chaque triangle.

14 *Aire de triangles rectangles*

Calcule l'aire des triangles rectangles suivants après en avoir fait un croquis.

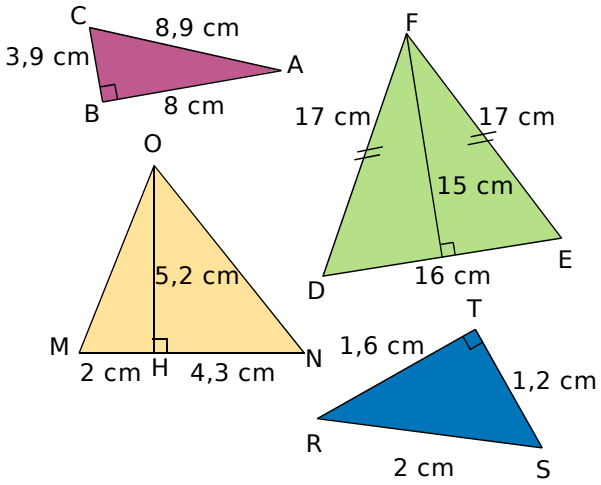
a. ABC rectangle en A tel que AB = 5 cm et AC = 7 cm.

b. DEF rectangle en E tel que DF = 13 cm, DE = 5 cm et EF = 12 cm.

c. MNO d'hypoténuse [MN] tel que MN = 20 mm, MO = 12 mm et ON = 16 mm.

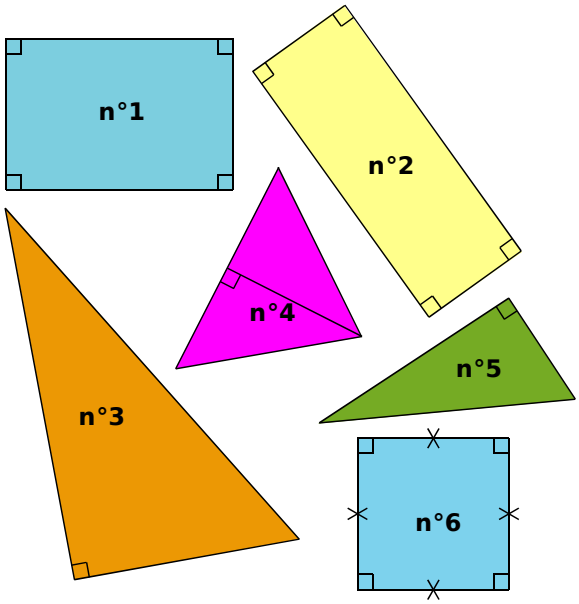
15 *Aire de triangles*

Calcule l'aire des différents triangles.



16 *Périmètre de figures*

En prenant les mesures nécessaires, compare les périmètres des 6 figures ci-dessous.



Exercices d'entraînement

17 (***) Recopie et complète.

a. 4 dam² = ... m²
b. 15 hm² = ... m²
c. 5,1 cm² = ... mm²
d. 1 350 mm² = ... cm²
e. 5,2 km² = ... m²
f. 0,7 m² = ... dam²
g. 320 a = ... m²
h. 2,5 ha = ...m²
i. 15 300 mm² = ... cm² = ... dm² = ... m²

18 (***) Convertis les aires suivantes en m².

a. 2 km²
b. 37 000 dm²
c. 45 300 mm²
d. 153,7 dam²
e. 28,9 cm²
f. 3,008 hm²
g. 52 a
h. 0,05 ha
i. 200 ha

19 (***) Convertis les aires suivantes en cm².

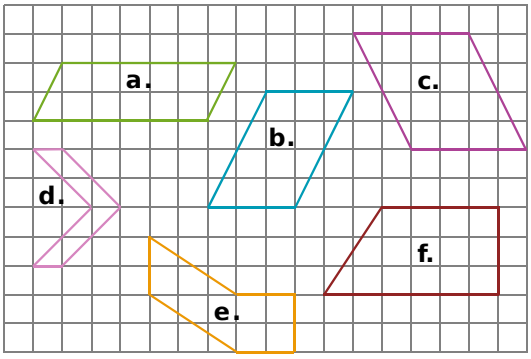
a. 15 mm²
b. 28 dm²
c. 17 300 mm²
d. 73,1 m²
e. 0,004 m²
f. 27,008 dam²
g. 0,08 mm²
h. 13 a
i. 0,0105 a

20 (***) Range les aires suivantes dans l'ordre croissant. Justifie.

5 m² ; 1 360 mm² ; 0,08 km² ; 91 dam² ; 15 cm²

21 *Avec un quadrillage*

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.

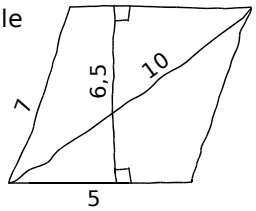


22 Pour chaque parallélogramme, calcule la longueur demandée :

a. L'aire du parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?

b. L'aire du parallélogramme est 15,12 cm² et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure la base relative à cette hauteur ?

23 Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



24 Dans le tableau suivant, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et A l'aire. Quelles sont les vlauers de E, F, G, H et I ? Justifie.

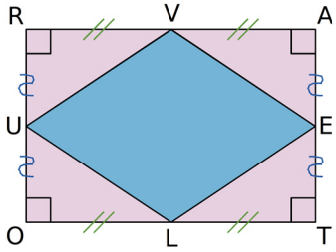
c	h	A
24 cm	8 cm	E
132 m	0,5 hm	F
16 mm	G	64 mm²
4,5 m	H	14,4 m²
I	250 cm	7,5 m²

25 Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de 18 cm². Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

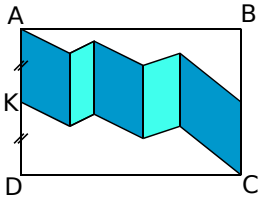
26 *L'un dans l'autre*

a. Calcule l'aire de RATO, sachant que RA = 8 cm et AT = 6 cm.

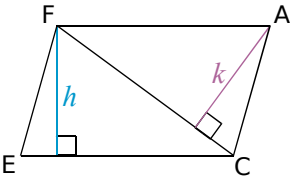
b. Calcule l'aire de VELU de deux façons.



27 Le quadrilatère ABCD est un rectangle tel que BC = 4 cm, AB = 6 cm et K est le milieu de [AD]. La surface colorée est formée de parallélogrammes accolés. Montre que l'aire de la surface colorée est la moitié de celle du rectangle.



28 *Pile ou Face ?*



Le parallélogramme FACE est tel que :

- EC = 150 mm ;
- h = 67 mm ;
- k = 53 mm.

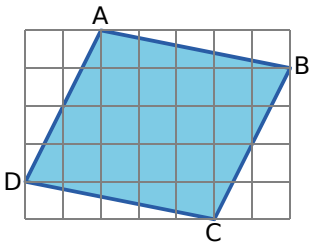
a. Calcule l'aire de FACE.

b. Calcule la longueur de la diagonale [FC].

Exercices d'entraînement

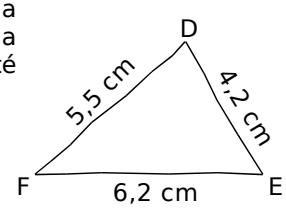
29 *Avec ou sans quadrillage ?*

a. Recopie la figure, et partage-là en quatre triangles et un carré. Quelle est alors l'aire du parallélogramme ABCD ?



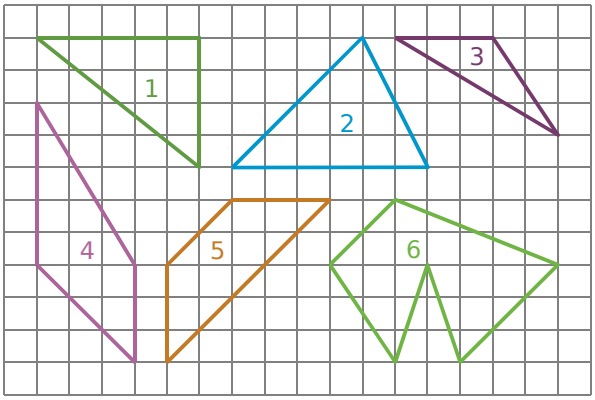
b. Pourrais-tu trouver l'aire du parallélogramme ABCD en utilisant seulement le quadrillage de côté 0,5 cm ?

30 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur [DH] et en vert la hauteur relative au côté [DE].



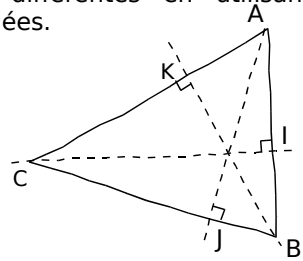
31 *Avec un quadrillage*

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.



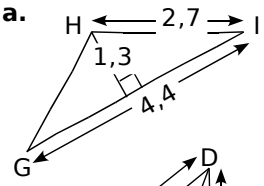
32 Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

AB = 12,5 cm
BC = 20 cm
AC = 19,5 cm
CI = 18,72 cm
AJ = 11,7 cm
BK = 12 cm

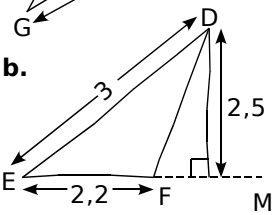


33 Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.

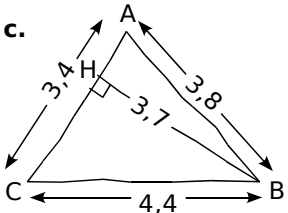
a.



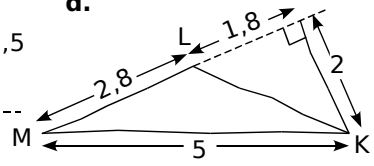
b.



c.

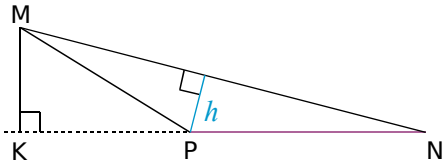


d.

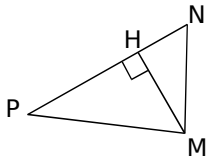


34 Un triangle a pour aire 16,25 cm² et l'un de ses côtés mesure 6,5 cm. Calcule la hauteur relative à ce côté.

35 Sur la figure suivante, le segment [MK] mesure 1,6 cm, le segment [MN] mesure 6,4 cm et l'aire du triangle MNP est égale à 5,12 cm². Trouve la longueur du segment [PN] et la longueur h



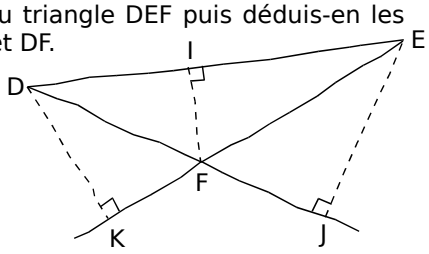
36 MNP est un triangle de hauteur [MH]. Quels sont les valeurs de A, B, C ? Justifie.



NP	MH	Aire du triangle MNP
7,2 cm	4,8 cm	A
B	3,5 m	5,6 m²
16 cm	C	0,5 dm²

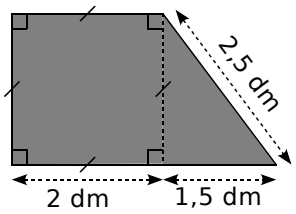
37 En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF.

DE = 8 cm
EF = 5 cm
IF = 2,1 cm
EJ = 4,2 cm

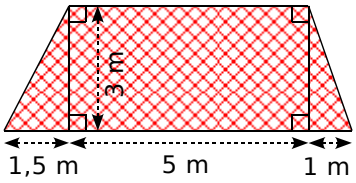


Exercices d'approfondissement

38 Calcule le périmètre et l'aire de la plaque métallique représentée ci-dessous.

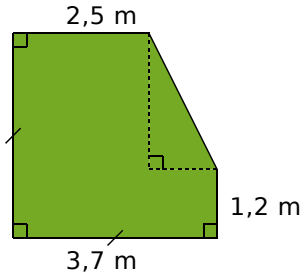


39 La figure suivante représente un morceau de tissu. Calcule son aire.



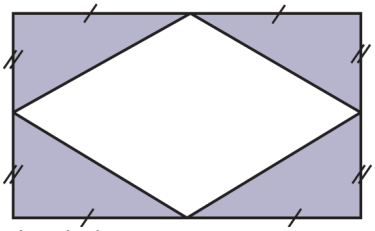
40 On souhaite entourer, avec du grillage, un jardin carré de 24 m de côté, en laissant une ouverture de 4 m de large. Le grillage choisi coûte 15 CHF le mètre. Quel sera le prix à payer ?

41 M. Albert vend un terrain représenté ci-dessous au prix de 18 CHF le m^2.



Quel est le prix de vente de ce terrain ?

42 Dans une pièce de bois rectangulaire de dimensions 10,2 cm sur 6,6 cm, un menuisier découpe un losange dont les sommets se trouvent au milieu de chaque côté du rectangle.



Calcule l'aire du losange.

43 Sur le mur d'une salle de bains, on a posé 10 rangées de 14 carreaux de côté 12 cm. Quelle est, en m^2, l'aire de la surface carrelée ?

44 Un rectangle a pour longueur 12,3 dm et pour largeur 48,5 cm.

a. Calcule le périmètre de ce rectangle en cm puis en dm.

b. Calcule l'aire de ce rectangle en cm^2 puis en dm^2.

45 *Agrandissement*

Un rectangle a pour dimensions 4,3 m et 7,8 m.

a. Calcule son périmètre et son aire.

On double sa largeur et sa longueur.

b. Calcule de nouveau son périmètre et son aire.

c. Que constates-tu ?

46 *Même aire*

Construis un carré, un rectangle (non carré) et un triangle rectangle ayant chacun pour aire 16 cm^2.

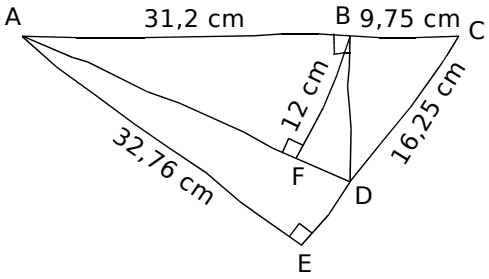
47 *Du rectangle au carré*

a. Construis un rectangle de dimensions 5,1 cm et 3,3 cm.

b. Construis un carré ayant le même périmètre que ce rectangle.

c. Le rectangle et le carré ont-ils la même aire ? Explique.

48 On considère la figure suivante :



a. Quelle est la hauteur relative au côté [CD] pour le triangle ACD ?

b. Calcule l'aire du triangle ACD et la longueur [BD].

c. Calcule [AD].

Exercices d'approfondissement

49 *Des rectangles*

Les rectangles R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 ont tous un périmètre de 20 cm mais des tailles différentes.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
Longueur d'un côté (en cm)	1	2	3	4	5
Longueur de l'autre côté (en cm)					
Aire (en cm²)					

a. Reproduis et complète le tableau ci-dessus.

b. Construis chacun de ces rectangles. Y en a-t-il un particulier ? Lequel et pourquoi ?

c. Dans un tableur, reproduis un tableau similaire à celui-ci. Fais effectuer les calculs jusqu'au rectangle R_9 en allant de 0,5 cm en 0,5 cm pour la longueur d'un côté. Tu pourras afficher une représentation graphique de ce tableau.

Quel rectangle semble avoir la plus grande aire ?

50 *Quadrilatères inconnus*

Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes :

a. Je suis un rectangle. Mes côtés ont des mesures entières. Mon aire est de 18 cm² et mon périmètre est supérieur à 20 cm.

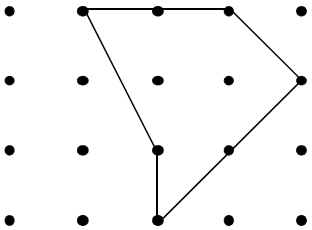
b. Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 24 cm² et mon périmètre 22 cm. Mes côtés ont des mesures entières.

c. Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm². Mes diagonales ont des mesures entières et se coupent au quart de la plus grande diagonale.

Travail de recherche

La formule de Pick

On va s'intéresser au théorème de Pick qui permet de calculer l'aire d'un polygone construit sur du papier pointé et dont les sommets sont des points du papier. Voici, par exemple, un tel polygone :



1re Partie : Georg Alexander Pick

Par groupe, en vous documentant, répondez aux questions suivantes.

a. Où et à quelle époque, Georg Alexander Pick a-t-il vécu ?

b. Quels sont les domaines dans lesquels Georg Alexander Pick a travaillé ?

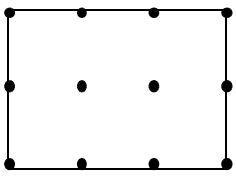
c. Faites la synthèse des réponses de chaque groupe.

2e Partie : Formule de Pick

Pour un polygone construit sur du papier pointé et dont les sommets sont des points du papier, on appelle N le nombre de points situés sur son contour et P le nombre de points situés à l'intérieur. Le théorème de Pick donne la formule pour calculer l'aire A de ce polygone :

$A = 0{,}5 \cdot N + P - 1$; l'unité est le carreau.

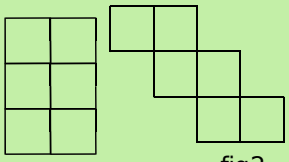
d. Chaque groupe calcule l'aire du rectangle ci-dessous en utilisant la formule habituelle puis en utilisant la formule de Pick. Comparez avec les réponses des autres groupes.



e. Chaque groupe construit cinq polygones sur du papier pointé, avec chaque sommet placé sur un point.

f. Échangez ensuite avec un autre groupe les polygones. Calculez l'aire de chacun des polygones reçus.

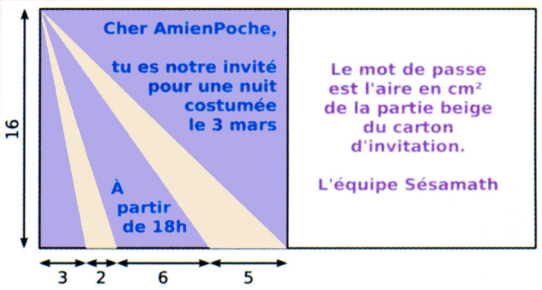
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	 fig1 fig2	Ces deux figures ont la même aire	Ces deux figures ont le même périmètre	Le périmètre de la figure 2 est plus grand que celui de la figure 1	L'aire de la figure 2 est plus grande que l'aire de la figure 1
2	Mon aire est de 4 cm² et mon périmètre est de 8 cm. Qui puis-je être ?	Je suis un carré de côté 2 cm	Je suis un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 1 cm	Je suis un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 1 cm	Je suis un carré de côté 4 cm
3	Quelle(s) phrase(s) te semble(nt) raisonnable(s) ?	Mesurer la taille d'une fourmi en kilomètres	Mesurer la distance entre deux astres en années-lumière	Mesurer la longueur d'un fleuve en kilomètres	Mesurer la longueur d'une rue en kilomètres
(***) 4	814 cm² est égal à...	81,4 dm²	8 140 mm²	0,0814 m²	8,14 dm²
5	Une unité adaptée pour exprimer l'aire du terrain d'une maison est...	le km²	l'are	le m²	le mm²
6	Pour calculer l'aire d'un triangle rectangle...	On multiplie ensemble les deux côtés de l'angle droit	On additionne les longueurs des trois côtés	On divise par 2 le produit des côtés de l'angle droit	On utilise la longueur du plus grand côté
7	Quelle(s) est (sont) la (les) phrase(s) vraie(s) ?	Si on double le périmètre d'une figure alors on double aussi son aire	L'aire d'un carré de côté c est plus grande que celle d'un disque de diamètre c	Si on double l'aire d'une figure alors on double aussi son périmètre	Si on augmente le périmètre d'une figure alors son aire augmente

Récréation mathématique

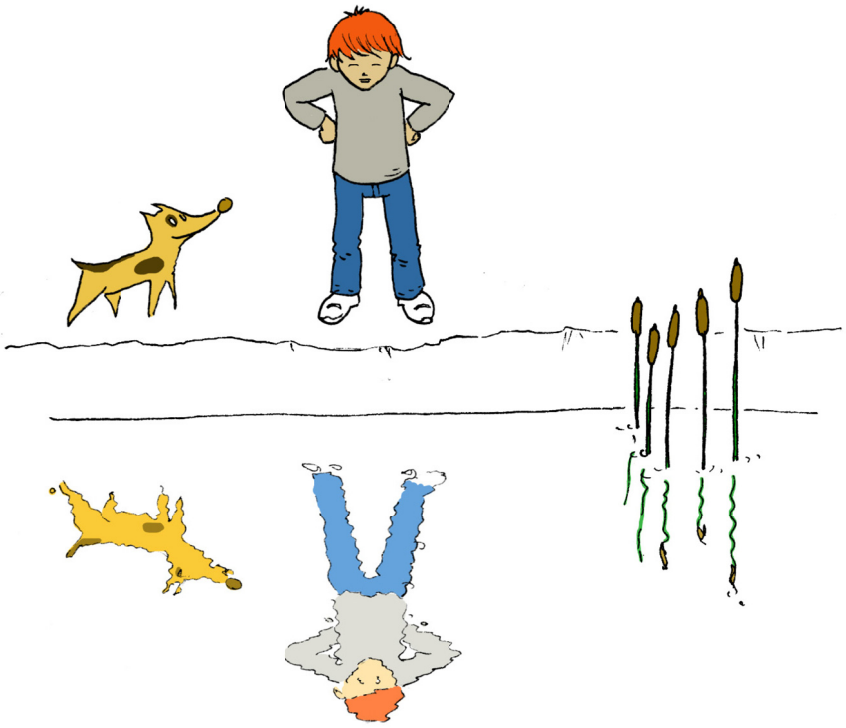
Invitation au bal

Sur le carton d'invitation rectangulaire ci-contre, toutes les longueurs sont données en centimètres. Quel est le mot de passe ?

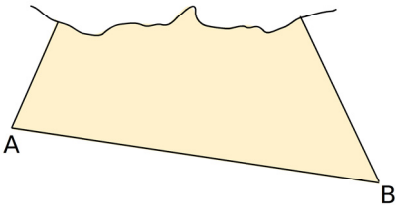


Symétrie axiale et centrale

13

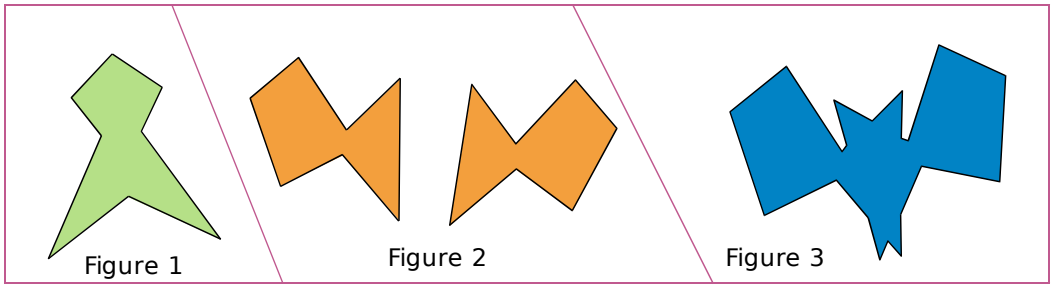


Narration de recherche



Un triangle ABC a été tracé sur une feuille qui a été déchirée. Tu dois trouver comment construire le point d'intersection des trois hauteurs du triangle ABC sans effectuer de tracés en dehors de la feuille. Il pourra être utile de tracer auparavant les trois hauteurs d'un autre triangle qui, lui, sera complet.

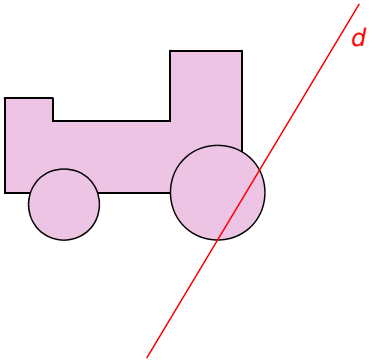
Activité 1 : Miroir, mon beau miroir



1. Observe les trois figures ci-dessus.

a. Quel est leur point commun ?
Comment peux-tu le mettre en évidence ?

b. Dans des publicités ou des magazines, trouve des images ou des logos qui ont la même propriété.



2. À l'aide de papier calque, complète la figure ci-contre avec un minimum de tracés pour que la droite *d* soit son **axe de symétrie**.

Activité 2 : Le symétrique dans l'œil

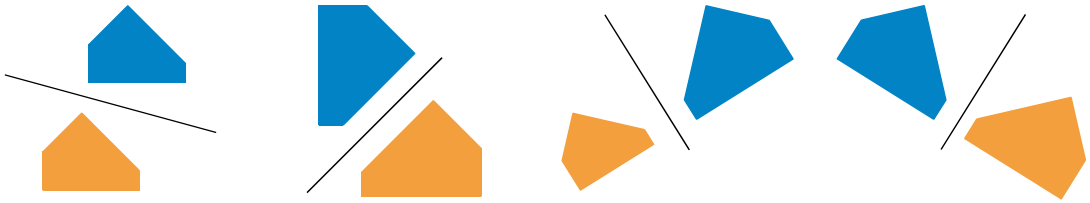
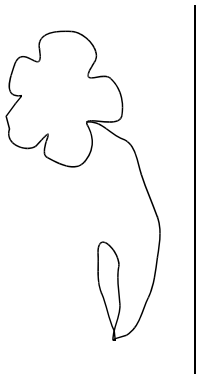
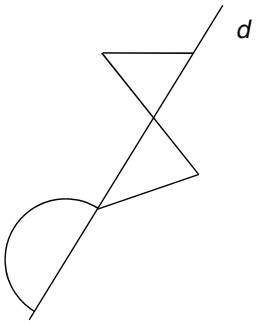


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

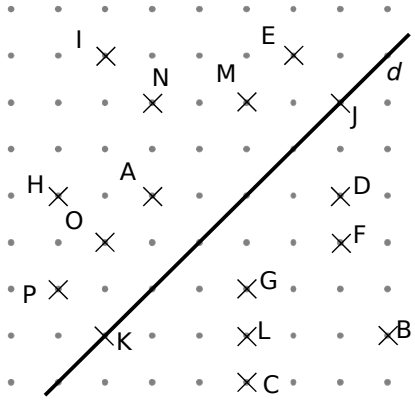
1. Observe les figures ci-dessus. La figure bleue est-elle toujours symétrique à la figure orange par rapport à la droite tracée ? Justifie ta réponse en écrivant une phrase.

2. Reproduis les figures ci-dessous. Complète-les à main levée en respectant la symétrie par rapport à la droite *d* et en tenant compte des remarques faites à la question **1.**.





Activité 3 : Une droite bien connue



1. Sur la figure ci-contre, quel est le symétrique du point A par rapport à l'axe *d* ?

Trouve les paires de points symétriques par rapport à la droite *d*. Décalque-les ainsi que la droite *d*.

2. Quel est le symétrique du point J par rapport à l'axe *d* ? Y a-t-il un autre point qui a la même particularité ?

3. Sur ton calque, relie les points qui sont symétriques. Que peux-tu dire de la droite *d* pour ces segments ?

4. Trace le cercle de centre J passant par A et celui de centre K passant par A. Que remarques-tu ? Trace un autre cercle passant par A et G. Où doit se situer son centre ?

5. Sur ton calque, place un point T qui n'est pas sur la droite *d*. Propose deux façons de construire son symétrique T' par rapport à *d* sans plier le calque.

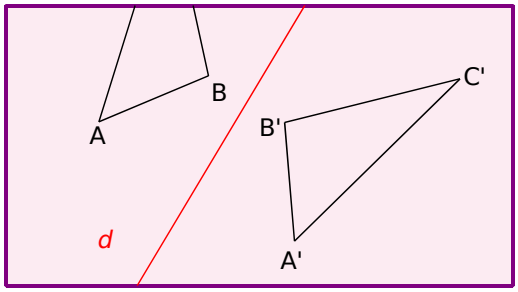
Activité 4 : Un peu de mesure

1. Symétrique d'un segment

a. Trace une droite *d* et un segment [AB]. Construis le symétrique du segment [AB] par rapport à la droite *d*.

b. Compare les mesures des deux segments. Tes camarades obtiennent-ils la même remarque ?

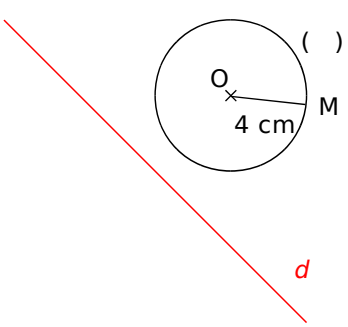
c. Romain avait construit le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport à l'axe *d*. Malheureusement, sa feuille s'est déchirée et il ne reste que la figure ci-contre. Romain doit déterminer le périmètre du triangle ABC. Explique comment il peut faire en utilisant uniquement la règle graduée et sans tracé supplémentaire.



2. Symétrique d'un cercle

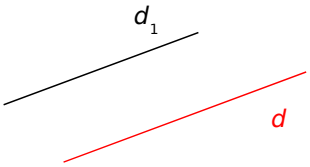
a. Reproduis la figure ci-contre, place un point M sur le cercle ( ) puis construis les points O' et M' symétriques respectifs de O et de M par rapport à *d*. Quelle est la longueur de [O'M'] ? Justifie ta réponse.

b. Construis le symétrique du cercle ( ) par rapport à la droite *d*.



Activité 5 : Symétrique d'une droite (***)

1. Droite parallèle à l'axe

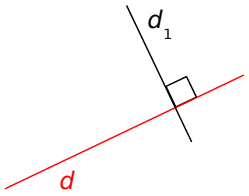


a. Trace deux droites parallèles d et d_1.

b. Construis la droite d_2 symétrique de la droite d_1 par rapport à l'axe d.

c. Que peux-tu dire des droites d_1 et d_2 ? Justifie ta réponse.

2. Droite perpendiculaire à l'axe



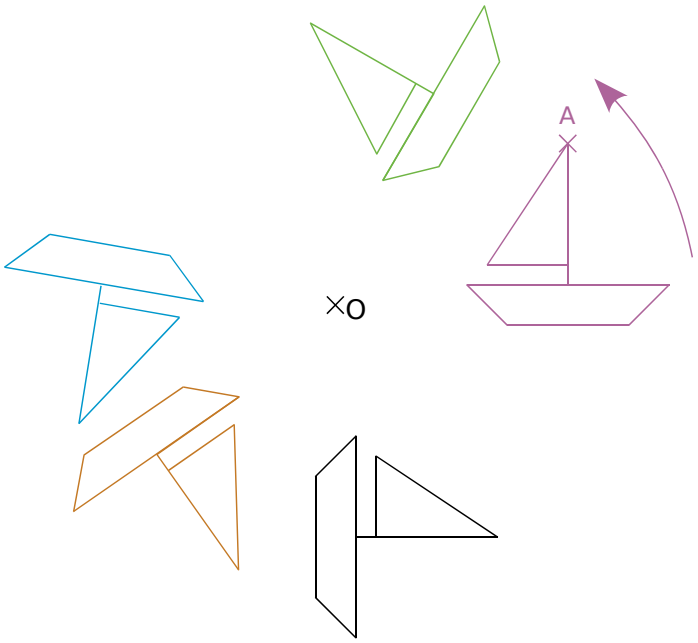
a. Construis deux droites d et d_1 perpendiculaires.

b. Place un point A sur la droite d_1 et construis son symétrique A' par rapport à l'axe d. Justifie la position du point A'.

Que peux-tu dire alors de la droite d_2 symétrique de la droite d_1 par rapport à l'axe d ?

Activité 6 : Calque et demi-tour

Mathieu a décalqué le bateau rose puis il l'a fait tourner autour du point O dans le sens de la flèche. Il a dessiné quatre bateaux de couleurs différentes.



1. Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ. Peux-tu préciser lesquels ?

2. Reproduis, sur ton cahier, le bateau rose et le point O. À l'aide d'un morceau de papier calque, place un bateau qui soit à moins d'un demi-tour et un autre qui soit à plus d'un demi-tour du bateau de départ.

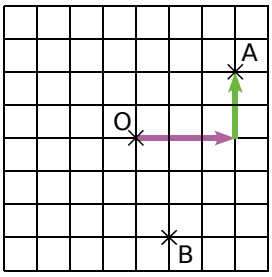
3. Mathieu remarque que lorsqu'il fait tourner le bateau rose autour du point O, le point A, tout en haut du mât, décrit une ligne qu'il connaît bien. Quelle est cette ligne ? Construis-la sur ton dessin.

4. Mathieu aimerait bien construire un bateau qui soit exactement à un demi-tour du bateau rose. Pour savoir où s'arrêter de tourner, Mathieu se dit qu'il faudrait connaître la position exacte du point A après un demi-tour. Construis ce point.

Le demi-tour autour du point O est encore appelé symétrie de centre O.

5. En t'aidant des questions **3.** et **4.**, construis le symétrique du bateau de départ par la symétrie de centre O.

Activité 7 : Dans un quadrillage



1. Reproduis la figure ci-contre sur ton cahier.

Pour aller de O à A, on suit la flèche rose puis la verte.

2. En utilisant du papier calque, construis le symétrique de chaque flèche par rapport à O puis complète les phrases suivantes :

- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de trois carreaux vers la droite est une flèche ... .
- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de deux carreaux vers le haut est ... .

3. À l'aide des symétriques des flèches rose et verte, place le point A', symétrique du point A par rapport à O.

4. En utilisant uniquement le quadrillage et en t'inspirant de la méthode découverte ci-dessus, place le point B' symétrique du point B par rapport à O.

Activité 8 : Centre de symétrie (***)

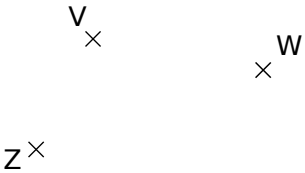
1. Construis un segment [RS] de 5 cm de longueur. Quel est son centre de symétrie ?

2. Construis un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Quel est son centre de symétrie ?

3. Construis une droite *d*. Combien admet-elle de centres de symétrie ?

4. Est-il possible de construire un triangle non aplati qui a un centre de symétrie ?

5. Place trois points non alignés A, B et O. Construis les points C et D pour que le quadrilatère ABCD ait le point O comme centre de symétrie.



6. Sur ton cahier, place trois points Z, V et W comme sur la figure ci-contre. Comment construire le point M pour que le quadrilatère ZVWM ait un centre de symétrie ?

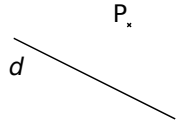
7. Construis un hexagone EFGHIJ qui admet un centre de symétrie.

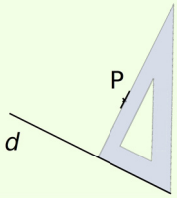
Méthode 1 : Construire le symétrique d'un point à l'équerre

À connaître

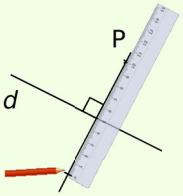
Le **symétrique d'un point** P par rapport à une droite *d* est le point S tel que la droite *d* soit la médiatrice du segment [PS].

Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite *d*, en utilisant l'équerre.

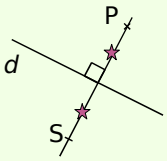




On construit la droite perpendiculaire à la droite *d* passant par le point P.



On reporte la distance de P à (d) de l'autre côté de *d* sur cette perpendiculaire.



On obtient ainsi le point S tel que *d* soit la médiatrice de [PS].

Exercice « À toi de jouer »

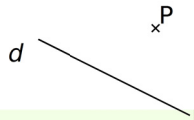
1 Trace deux droites sécantes *d*' et *d*'' puis place un point A qui n'appartient ni à *d*', ni à *d*''. Construis les symétriques A' et A'' de A par rapport à *d*' et à *d*''.

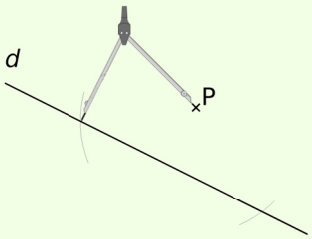
Méthode 2 : Construire le symétrique d'un point au compas

À connaître

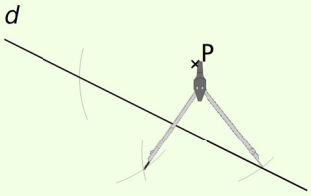
Si A et B sont symétriques par rapport à une droite *d* alors chaque point de la droite *d* est **équidistant** de A et de B.

Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite *d*, au compas seul.

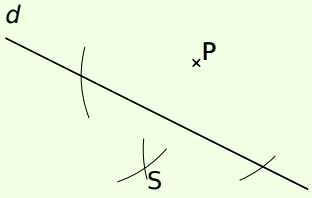




On trace un arc de cercle de centre P qui coupe l'axe en deux points.



De l'autre côté de la droite *d*, on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les deux points précédents.



Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S, symétrique de P par rapport à *d*.

Exercice « À toi de jouer »

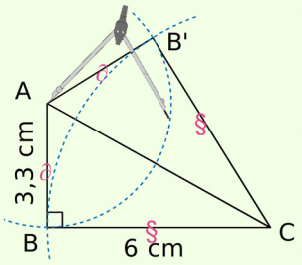
2 Construis un triangle ABC. Construis le point D, symétrique de B par rapport à (AC).

Méthode 3 : Utiliser les propriétés de la symétrie axiale (***)

À connaître

La symétrie axiale conserve les **longueurs, l'alignement, les angles et les aires**.

Exemple : Soit un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 3,3 cm et BC = 6 cm. Quelle est la nature du triangle A'B'C' symétrique de ABC par rapport à la droite (AC) ? Justifie.



- A et C appartiennent à l'axe de symétrie, ils sont donc chacun leur propre symétrique. On appelle B' le symétrique de B par rapport à (AC).
- ABC est rectangle en B donc $\widehat{ABC} = 90°$. Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles donc $\widehat{A'B'C'} = 90°$. A'B'C' est un triangle rectangle en B'.
- La symétrie axiale conserve les longueurs donc AB = AB' = 3,3 cm et CB = CB' = 6 cm.

Exercice « À toi de jouer »

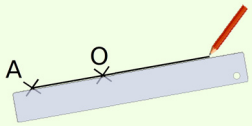
3 Trace une droite *d* et un point F qui n'est pas sur *d*. Trace le cercle de centre F et de rayon 5 cm. Trace son symétrique par rapport à *d*.

Méthode 4 : Construire le symétrique d'un point

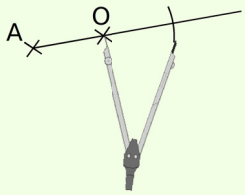
À connaître

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment [AA'].

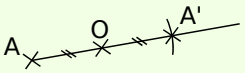
Exemple : Trace le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O.



On trace la demi-droite [AO].



On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite [AO] en un point.



On place le point A' à l'intersection de la demi-droite [AO] et de l'arc de cercle. On code la figure.

Exercice « À toi de jouer »

4 Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.

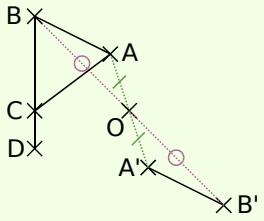
5 Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur, puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

Méthode 5 : Construire le symétrique d'une figure

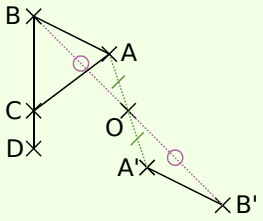
À connaître

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables après un demi-tour autour de ce point.

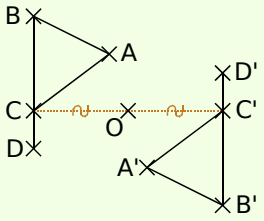
Exemple : Construis le symétrique de la figure ABCD par rapport au point O.



On construit les points A' et B', symétriques des points A et B par rapport à O. On trace le segment [A'B'].



On construit le point D', symétrique du point D par rapport à O. On trace le segment [B'D'].



On construit le point C', symétrique du point C par rapport à O. On trace le segment [A'C'].

Exercice « À toi de jouer »

6 Trace un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et BC = 2,5 cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

Méthode 6 : Utiliser les propriétés de la symétrie centrale (***)

À connaître

Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors **ils ont la même longueur**.
Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors **ils ont la même mesure.**
La symétrie centrale **conserve le périmètre et l'aire**.

Exemple : Un triangle PIC a un périmètre de 16,4 cm. Quel est le périmètre du triangle PI'C' image de PIC par la symétrie de centre P ? Justifie ta réponse.

Les triangles PIC et PI'C' sont symétriques par rapport à un point : ils ont donc le même périmètre, c'est à dire 16,4 cm.

Exercice « À toi de jouer »

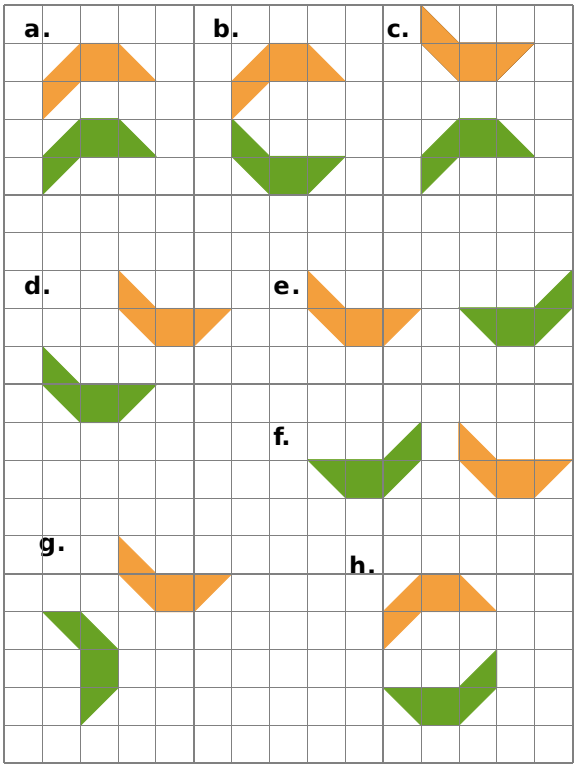
7 Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$, dont les mesures respectives sont 54° et 55°, sont-ils symétriques par rapport au point O ? Justifie ta réponse.

8 ESV est un triangle rectangle en E. Quelle est la nature du triangle E'S'V' image de ESV par une symétrie centrale ? Justifie ta réponse.

Symétrie axiale

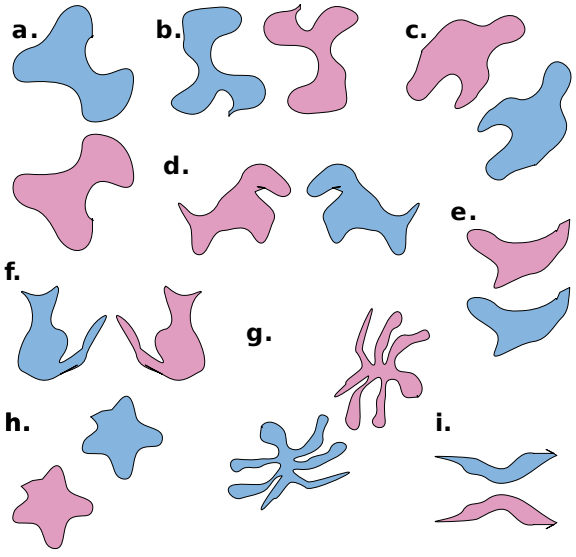
1 *Figures symétriques ?*

Dans chaque cas, indique si les figures verte et orange sont symétriques par rapport à une droite.



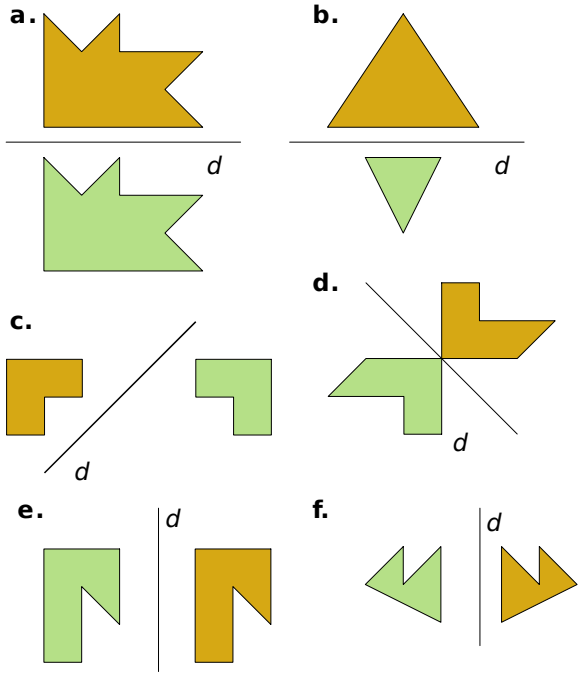
2 *Figures symétriques ? (bis)*

Dans chaque cas, indique si les figures mauve et bleue sont symétriques par rapport à une droite.



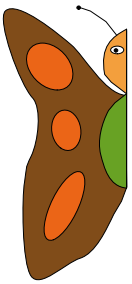
3 *Erreurs à trouver*

Pourquoi les figures ocre et verte ne sont-elles pas symétriques par rapport à la droite *d* ?



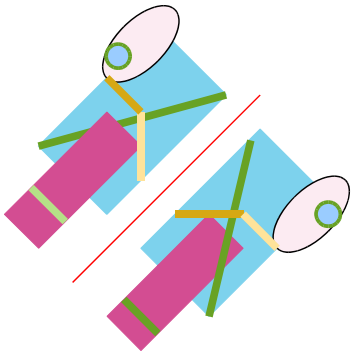
4 *Figure à plier*

Sur du papier calque, trace une droite rouge. Cette droite partage ton calque en deux. Dessine un motif en t'inspirant du dessin ci-contre sur la première moitié du calque, puis plie ton calque et complète ton dessin pour que ta figure soit symétrique par rapport à l'axe rouge.



5 *Jeu des différences*

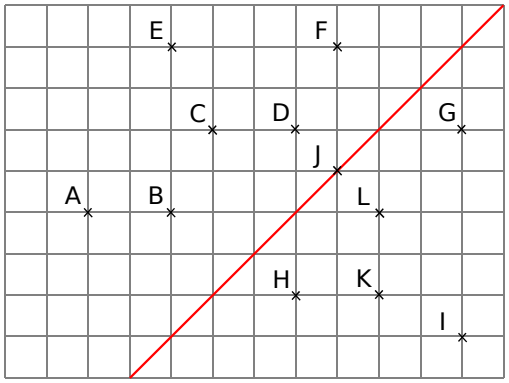
Retrouve les erreurs qui se sont glissées sur ces deux figures pour qu'elles soient parfaitement symétriques par rapport à la droite rouge.



Exercices d'entraînement

6 *Points symétriques*

a. Sur la figure ci-dessous, cite les couples de points qui sont symétriques par rapport à l'axe rouge.



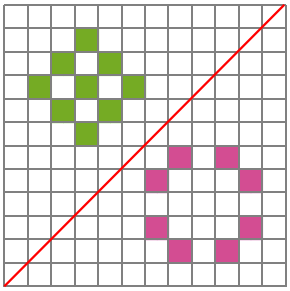
b. Fais trois phrases du type : « L'axe rouge est l'axe de symétrie du segment... ».

c. Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

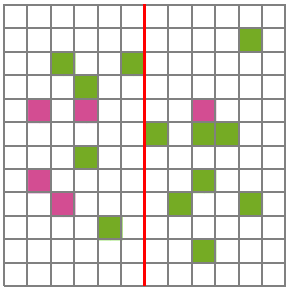
7 *Cases croisées*

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que l'axe rouge soit un axe de symétrie.

a.

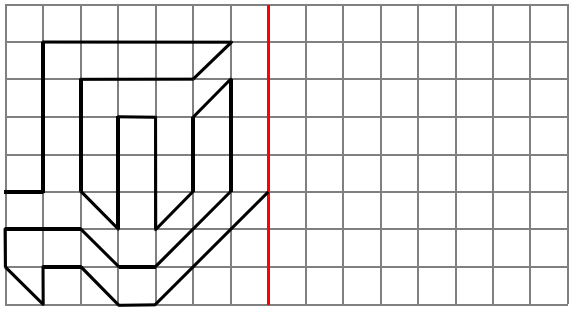


b.



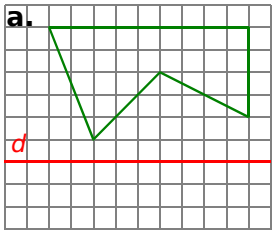
8 *Frise*

Reproduis la figure ci-dessous puis trace son symétrique par rapport à l'axe rouge.

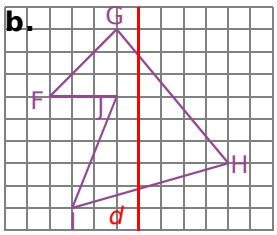


9 Reproduis puis trace le symétrique de chaque figure par rapport à *d*.

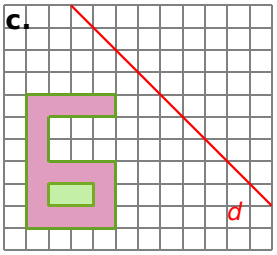
a.



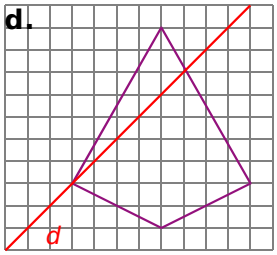
b.



c.



d.

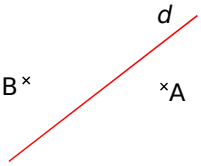


10 *Symétrique d'un point*

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis le symétrique par rapport à *d* du point :

- A à la règle et l'équerre ;
- B au compas.

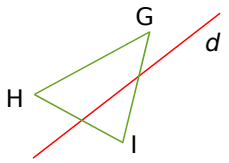


c. Soit H le point d'intersection de (AB) avec *d*. Que dire de son symétrique par rapport à *d* ?

11 *Symétrique d'un triangle*

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis au compas le symétrique du triangle GHI par rapport à *d*.



12 *Symétrique d'un cercle*

a. Trace un cercle de centre G et de rayon 5 cm. Place deux points A et B sur ce cercle non diamétralement opposés.

b. Trace le symétrique de par rapport à (AB).

c. Par quels points passent les deux cercles ? Justifie.

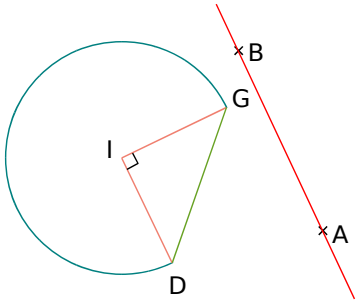
d. Que se passe-t-il si A et B sont diamétralement opposés ?

Exercices d'entraînement

13 *Symétrique d'une figure*

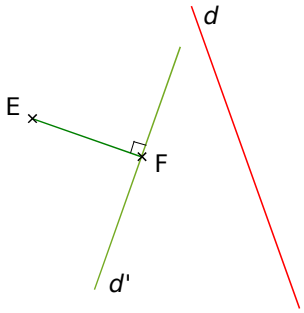
a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. À l'aide d'une règle et d'une équerre, trace le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB).



14 *À propos des distances*

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.



b. Trace le symétrique de [EF] par rapport à *d*. On le note [E'F']. Que peux-tu dire de la longueur de [E'F'] ? Justifie.

c. Que peux-tu dire du symétrique de *d*' par rapport à *d* ? Trace alors ce symétrique.

d. Que peux-tu dire du symétrique du cercle de diamètre [EF] par rapport à *d* ? Justifie.

15 *À propos de l'alignement*

a. Trace une droite *d*. Place trois points A, B et C alignés qui n'appartiennent pas à *d*.

b. Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à *d*.

c. Que dire des points A', B' et C' ? Justifie.

16 *À propos des milieux*

a. Effectue le programme de construction.

- Trace un segment [KL] de longueur 7 cm.
- Place le point M sur [KL] tel que LM = 2 cm.
- Place le milieu I de [ML].
- Place le milieu J de [MK].
- Trace la droite (d), passant par M et perpendiculaire à (KL).
- Trace le symétrique I' de I par rapport à (d) et le symétrique J' de J par rapport à (d).

b. Calcule, en justifiant, la longueur du segment [I'J'].

17 *À propos du périmètre*

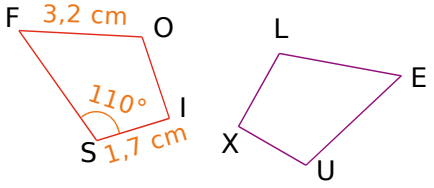
a. Trace un triangle ABC tel que AB = 5 cm, AC = 6 cm et BC = 9 cm sur une feuille blanche. Trace une droite *d* parallèle à (BC).

b. Trace au compas le symétrique du triangle ABC par rapport à *d*. On le note A'B'C'.

c. (***) Quel est le périmètre du triangle A'B'C' ?

18 *Sans axe*

Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite.



a. Reproduis et complète le tableau suivant.

Points	F	O	I	S
Symétriques				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. (***) Quelle est la longueur du segment [LE] ?

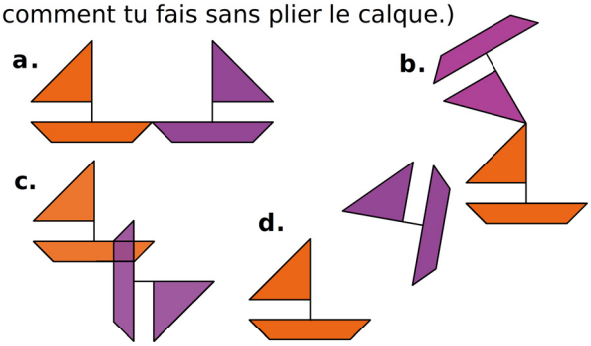
c. (***) Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

d. (***) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{XUE}$?

e. (***) Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

19 *À la recherche de l'axe*

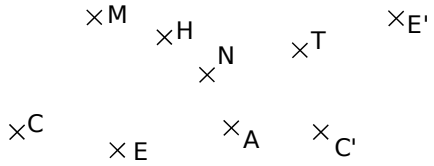
Dans chaque cas, décalque les deux figures puis trace l'axe de symétrie. (Tu expliqueras comment tu fais sans plier le calque.)



Exercices d'entraînement

Symétrie centrale

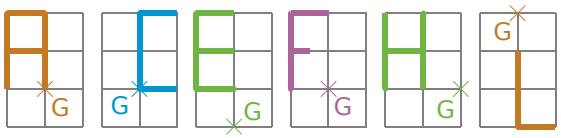
20 À l'aide de la règle graduée, retrouve, sur la figure ci-dessous, toutes les paires de points qui semblent symétriques par rapport au point N :



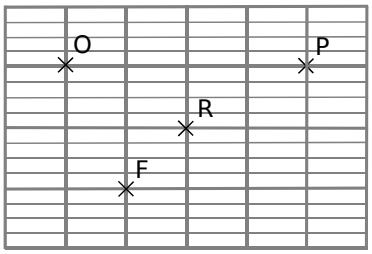
21 Reforme des phrases correctes en associant les bonnes cases et recopie-les sur ton cahier :

A' est le symétrique du point A par rapport au point O donc ...	A' est le milieu du segment [OA].
O est l'image du point A par la symétrie de centre A' donc ...	A est le milieu du segment [OA'].
Le point A' se transforme en O par la symétrie de centre A donc ...	O est le milieu du segment [AA'].

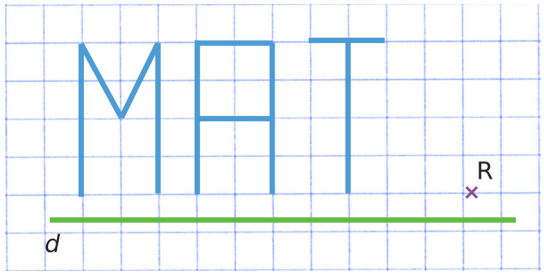
22 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G :



23 Sur ton cahier, reproduis la figure ci-dessous et construis les symétriques des points P, R et O par rapport au point F :

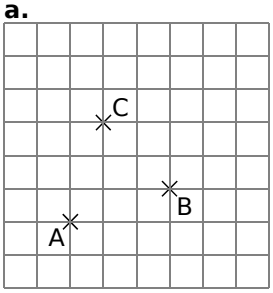


24 Sur ton cahier, reproduis la figure et construis le symétrique du mot MAT par rapport au point R puis le symétrique du mot obtenu par rapport à la droite *d* :

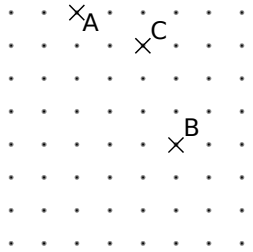


25 Dans chaque cas, reproduis la figure et construis le point D, symétrique du point A par rapport au point C puis le point E, symétrique du point C par rapport au point B :

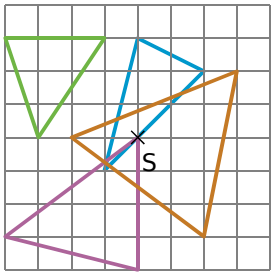
a.



b.

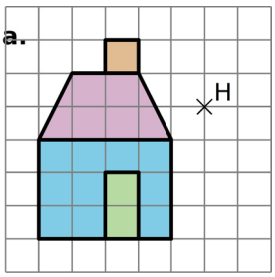


26 Reproduis séparément chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S :

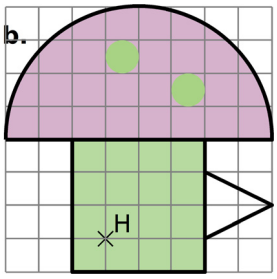


27 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H :

a.

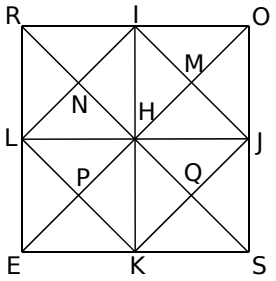


b.



Exercices d'entraînement

28 Sur la figure ci-contre, ROSE est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].



a. Reproduis la figure en prenant RO = 8 cm.

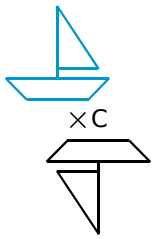
b. Colorie en jaune le triangle RNI.

c. Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (IK) puis en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (LJ).

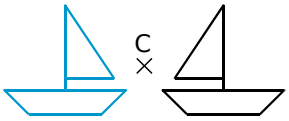
d. Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport au point N puis en vert le symétrique du triangle RNI par rapport au point H.

29 Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point C. Les tracés sont-ils exacts ? Explique pourquoi.

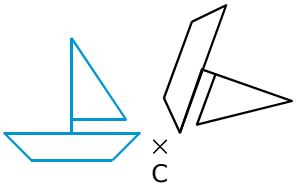
a.



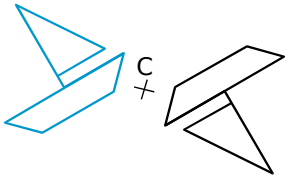
c.



b.

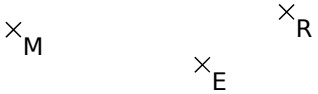


d.



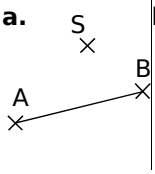
30 Place trois points A, B et C non alignés tels que AB = 5 cm et AC = 3 cm. Construis, avec seulement la règle graduée, les points B' et C' symétriques respectifs des points B et C par rapport au point A.

31 Reproduis la figure ci-dessous et construis, avec la règle non graduée et le compas, les symétriques des points M et R par rapport au point E :

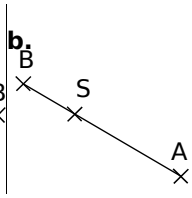


32 Reproduis chaque figure et construis le symétrique du segment [AB] par rapport au point S :

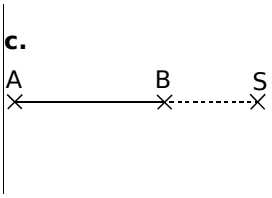
a.



b.

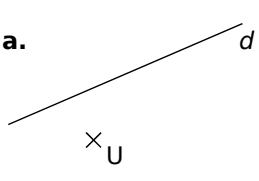


c.

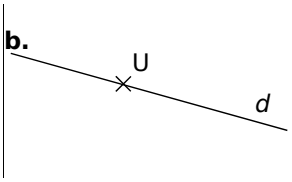


33 Reproduis chaque figure et construis le symétrique de la droite *d* par rapport au point U :

a.

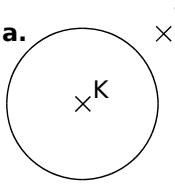


b.

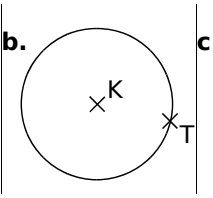


34 Reproduis chaque figure en prenant 5 cm pour le rayon du cercle puis construis le symétrique du cercle par rapport au point T :

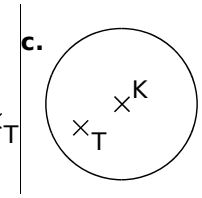
a.



b.



c.



35 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que EF = 3 cm et EG = 5 cm.

a. Place le point M milieu du segment [EF] puis construis les points E_1, F_1 et G_1 symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point M.

b. Construis les points E_2, F_2 et G_2 images respectives des points E_1, F_1 et G_1 par la symétrie de centre E.

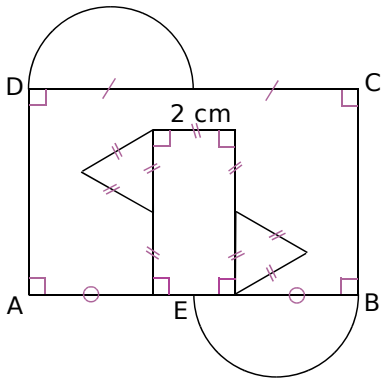
c. Place le point K milieu du segment [FG] puis construis les points E_3, F_3 et G_3 symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point K.

d. Les points E_3, F_3 et G_3 sont les images respectives des points E_2, F_2 et G_2 par la symétrie de centre O. Quelle semble être la position de ce point O ? Place-le sur ta figure.

Exercices d'entraînement

36 *Figures complexes*

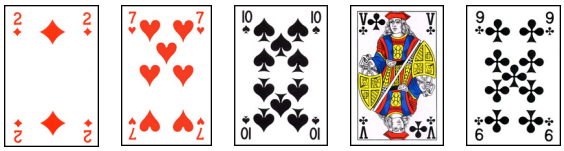
a. Reproduis la figure ci-dessous, en haut à gauche avec AB = 8 cm et AD = 5 cm. Le point E est le milieu du segment [AB].



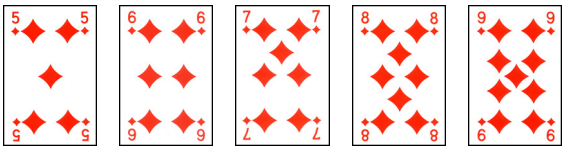
b. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point B.

37 Construis un rectangle MATH tel que MA = 5 cm et AT = 7 cm puis place le point E sur le côté [AT] tel que AE = 2 cm. Construis en rouge le symétrique du rectangle MATH par rapport au point E.

38 Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?



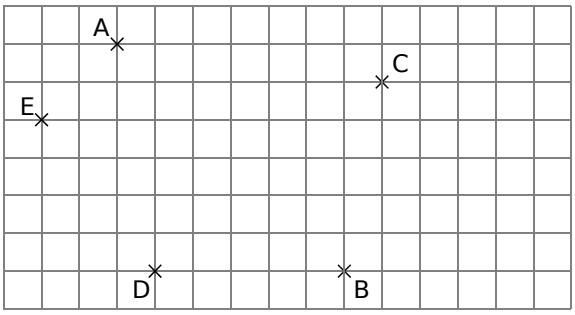
39 Marine affirme que toutes les cartes ci-dessous possèdent un centre de symétrie. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.



40 Reproduis les lettres ci-dessous puis, trace en vert l'axe (ou les axes) de symétrie et en rouge le centre de symétrie de chaque lettre lorsqu'il(s) existe(nt).



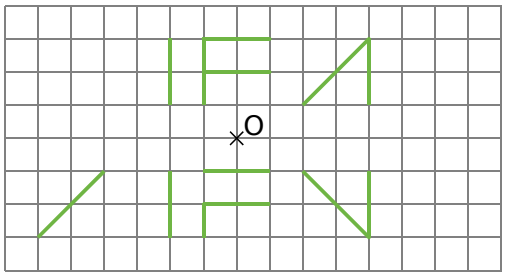
41 Sur la figure ci-dessous, le point B est le symétrique du point A par rapport à O.



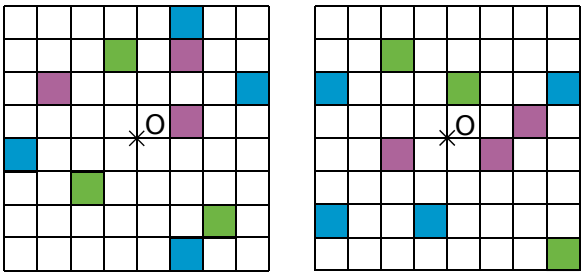
a. Reproduis la figure ci-dessus puis place le point O.

b. En t'aidant du quadrillage, place les points C', D' et E' symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à O.

42 Reproduis puis complète la figure ci-contre pour que O soit un centre de symétrie de celle-ci.

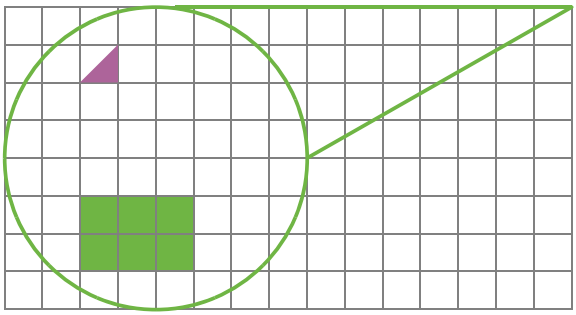


43 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



Exercices d'entraînement

44 Reproduis la figure ci-dessous et complète-la de telle sorte que le centre du rectangle vert soit le centre de symétrie de la figure.



45 *Nombres et centre de symétrie*

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :



a. Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. ». A-t-il raison ?

b. Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie. Écris ce nombre et place le centre de symétrie.

46 Soit un angle $\widehat{BAD}$ mesurant 120° tel que AB = 4 cm et AD = 5 cm. Soit C un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

a. Trace une figure à main levée.

b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

c. Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

47 (***) Éric a commencé la phrase suivante :

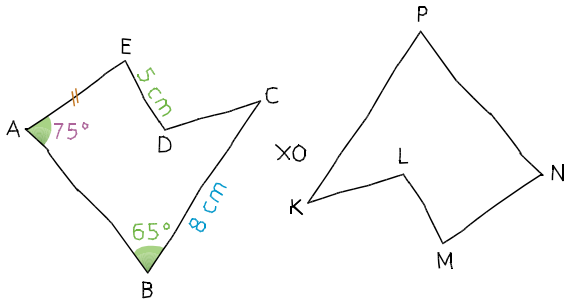
« Le symétrique par rapport à O d'un triangle isocèle est ... . ».

a. Peux-tu compléter sa phrase ?

b. Éric a oublié de justifier sa phrase. Fais-le pour lui.

c. Écris deux autres phrases du même type en n'oubliant pas de justifier.

48 (***) On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.



a. Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCDE.

b. Donne la longueur du segment [PK]. Justifie ta réponse.

c. Donne la mesure de l'angle $\widehat{NPK}$. Justifie ta réponse.

d. De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?

49 *Histoire d'angles (***)*

a. Construis un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 74° puis place un point A sur [Ox) et un point B sur [Oy).

b. Construis les points C et D symétriques respectifs de B et de O par rapport à A.

c. Sans utiliser le rapporteur, mais en justifiant les réponses, donne la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$ et compare les mesures des angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{DAC}$.

d. Que peut-on dire des droites (BD) et (CO) ? Justifie ta réponse.

50 *Symétrie et périmètre (***)*

a. Trace un triangle ABC, isocèle en A tel que AB = 6 cm et BC = 3 cm. Place le point I, milieu du segment [BC].

b. Construis le point D symétrique du point A par rapport à I.

c. Donne les longueurs DB et DC puis le périmètre de ABDC.

d. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifie ta réponse.

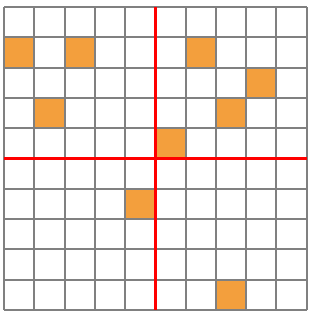
51 (***) ABC est un triangle tel que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm. I désigne le milieu de [AB] et D le symétrique de C par rapport à I.

a. Construis la figure.

b. Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

52 *Coloriage*

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que la figure obtenue soit symétrique par rapport aux deux axes rouges.



53 *Une nouvelle construction*

a. Trace à main levée une droite *d* puis place deux points M et N sur *d* et un point B n'appartenant pas à *d*.

b. Place, toujours à main levée, le point B' symétrique de B par rapport à *d*.

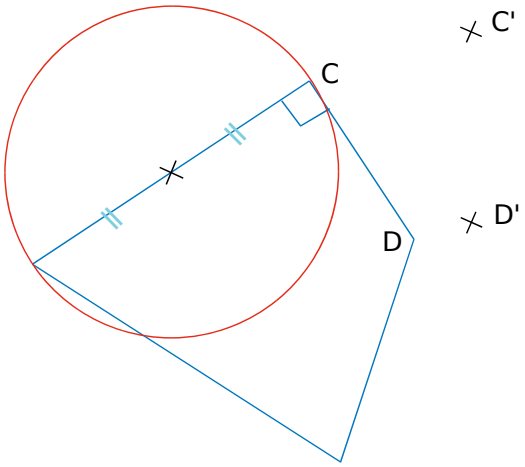
c. Que peux-tu dire de MB et MB' ? Justifie ta réponse et code la figure.

d. Que peux-tu dire de NB et NB' ? Justifie ta réponse et code la figure.

e. Déduis-en une méthode de construction du point B' avec tes instruments de géométrie.

f. Trace la figure avec tes instruments de géométrie.

54 *L'axe invisible*



Reproduis la figure ci-dessus. Les points C' et D' sont les symétriques respectifs des points C et D par rapport à un axe invisible.

Construis les symétriques du cercle orange et du quadrilatère bleu par rapport à cet axe invisible.

55 *Mandala*

a. Dessine un cercle de rayon 6 cm et deux de ses diamètres perpendiculaires. Tu obtiens quatre points sur le cercle. Trace tous les axes de symétrie de cette nouvelle figure. Tu obtiens de nouveaux points sur le cercle.

b. Quel polygone obtiens-tu en reliant tous ces points ? Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Trace-les tous.

c. Poursuis en traçant un cercle de rayon 3 cm de même centre que celui de 6 cm. Reproduis le motif comme indiqué sur la figure 1 puis termine la construction et le coloriage en faisant des symétries successives par rapport aux axes (voir figure 2).

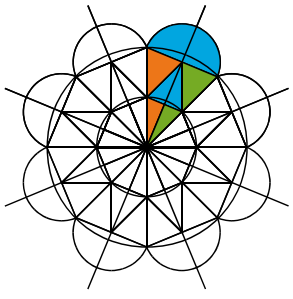


figure 1

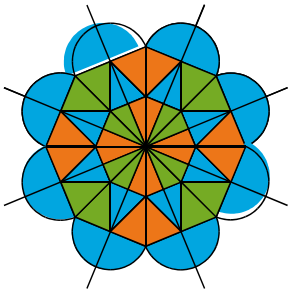


figure 2

56 *Sans figure*

Melinda a réalisé une superbe figure et son symétrique. Malheureusement, elle a perdu sa feuille, mais sur son cahier, elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant :

Points	E	T	R	S	A	C
Symétriques	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on peut obtenir des indications sans avoir besoin de la figure.

a. Quel est le centre de la symétrie ?

b. (***) On sait que ET = 3,4 cm et ZD = 5,1 cm. Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.

c. (***) RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.

d. (***) On sait que VJ = JI. Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

57 *Symétrie et repère*

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Place les points : I (1 ; 0) ; A (2 ; 3) ; B (6 ; – 1) ; C (7 ; 3) ; D (– 1 ; 1) ; E (3 ; 0).

c. Construis les points F, G, H et K, symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.

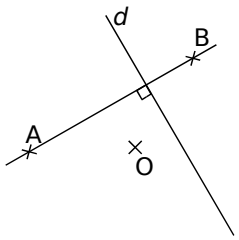
d. Donne les coordonnées de F, G, H et K. Que remarques-tu ?

e. Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points T (4 ; – 5) et U (5 ; 0) sans les placer dans le repère.

f. Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.

g. Donne les coordonnées de M, N, P et R. La propriété de la question **d.** se vérifie-t-elle ici ? À quelle condition fonctionne-t-elle ?

58 Reproduis la figure ci-contre.



a. Construis les points E et F, symétriques respectifs de A et B par rapport à O.

b. (***) Que peut-on dire des droites (AB) et (EF) ? Justifie ta réponse.

c. (***) Démontre que les droites *d* et (EF) sont perpendiculaires.

59 *(≥**) Médiatrice et symétrie*

a. Trace trois droites d_1, d_2 et d_3, concourantes en un point O puis place :

- sur d_1, A et A' tels que OA = OA' = 3 cm ;
- sur d_2, B et B' tels que OB = OB' = 4 cm ;
- sur d_3, C et C' tels que OC = OC' = 5 cm.

b. Démontre que (B'C') et (BC) sont parallèles.

c. Construis la médiatrice *d* du segment [BC].

d. Démontre que *d* est perpendiculaire à (B'C').

60 *Pentagone et hexagone*

PARTIE A

a. Sur un cercle de centre O et de rayon 4 cm, place un point A puis quatre autres points distincts : B, C, D et E dans cet ordre tels que les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ et $\widehat{EOA}$ mesurent tous 72°.

b. Trace le pentagone ABCDE. Que penses-tu des longueurs des côtés de ce pentagone ? Ce pentagone est appelé un pentagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ?

PARTIE B

c. Sur un autre cercle de centre O et de rayon 4 cm, place six points distincts A, B, C, D, E et F dans cet ordre tels que les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOF}$ et $\widehat{FOA}$ mesurent tous 60°.

d. Trace l'hexagone ABCDEF. Que penses-tu des longueurs des côtés de cet hexagone ? Cet hexagone est appelé un hexagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ?

e. Trace les triangles ACE et BDF. Colorie avec plusieurs couleurs la figure en respectant la symétrie.

Travail de recherche

1 Plusieurs symétries de suite...

Que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à une figure plusieurs symétries axiales, l'une à la suite de l'autre ?

Par exemple, on construit d'abord le symétrique d'une figure par rapport à un axe *d*. On obtient une nouvelle figure, et on construit le symétrique de cette nouvelle figure par rapport à une autre droite *d*'.

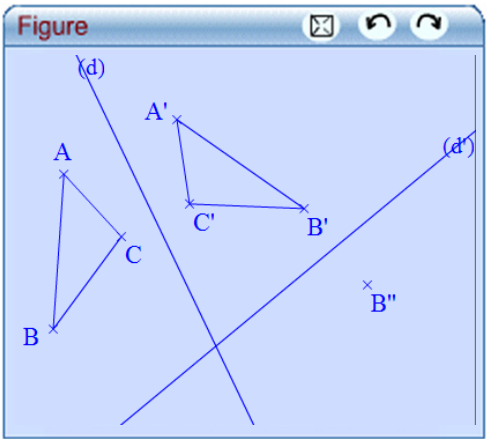
Pour répondre à cette question, répartissez votre groupe en deux sous-groupes. Le premier travaillera avec papier, crayon et instruments de géométrie. L'autre utilisera un logiciel de géométrie dynamique comme TracenPoche.

L'objectif de ce travail est de pouvoir répondre plus précisément aux questions suivantes.

a. Que se passe-t-il si *d* et *d*' sont parallèles ?

b. Que se passe-t-il si *d* et *d*' sont sécantes et non perpendiculaires en un point O ?

c. Que se passe-t-il si *d* et *d*' sont perpendiculaires ?

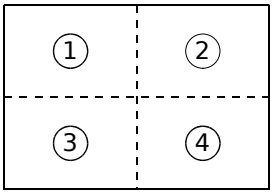


2 Pavage rectangulaire

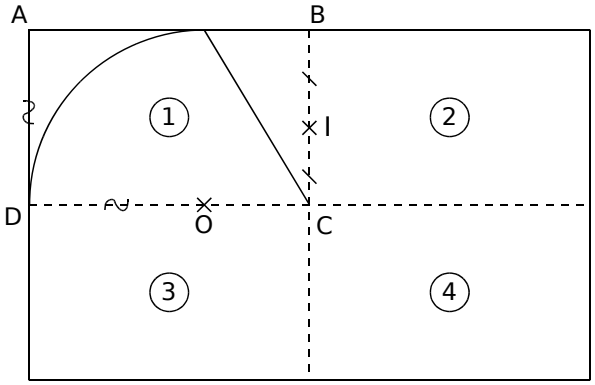
Un pavage est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni débordement.

1re Partie : Un pavage imposé

a. À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-contre.



b. Sur votre feuille, construisez dans le rectangle ①, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle) : (AD = DO et BI = IC)



c. Construisez le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle ①. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

d. Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties ① et ② .

Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

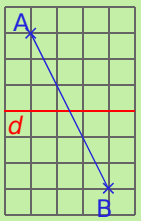
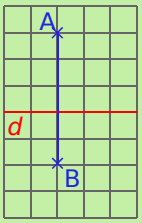
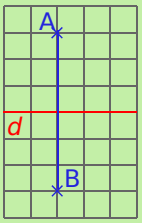
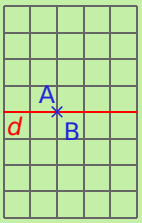
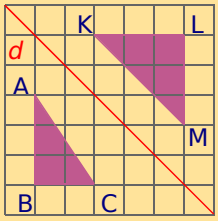
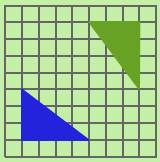
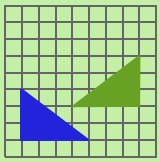
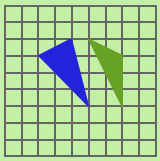
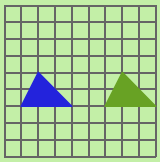
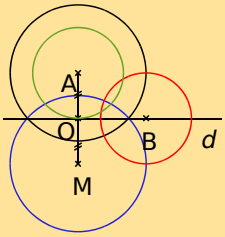
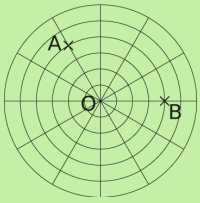
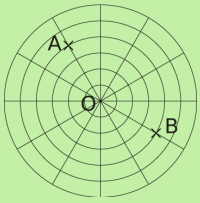
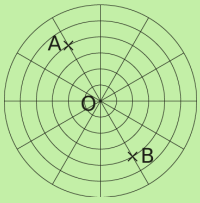
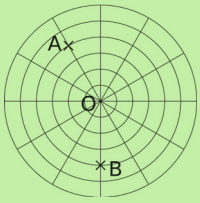
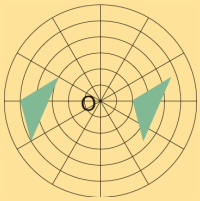
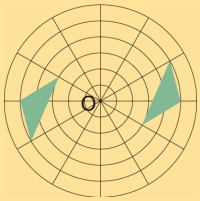
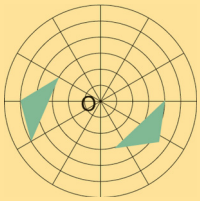
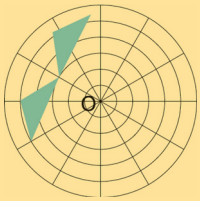
2e Partie : Un pavage libre

À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle ①, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

De la même façon qu'auparavant construisez l'image, par la symétrie de centre I, de la figure tracée dans le rectangle ① puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles ① et ②.

En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

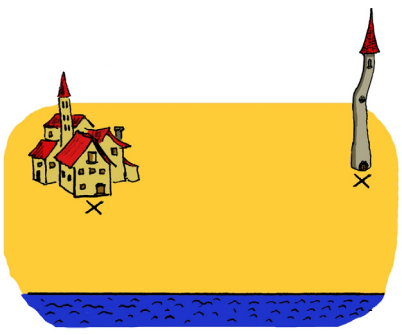
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à *d* ?				
2		A et K sont symétriques par rapport à *d*	C est le symétrique de M par rapport à *d*	ABC et KLM sont symétriques par rapport à *d*	KL = AB
3	Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport à un axe ?				
4		Les cercles noir et rouge sont symétriques par rapport à *d*	Le cercle rouge est son propre symétrique par rapport à *d*	Les cercles vert et rouge sont symétriques par rapport à *d*	Les cercles bleu et noir sont symétriques par rapport à *d*
5	Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à O ?				
6	Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport au centre O ?				

Récréation mathématique

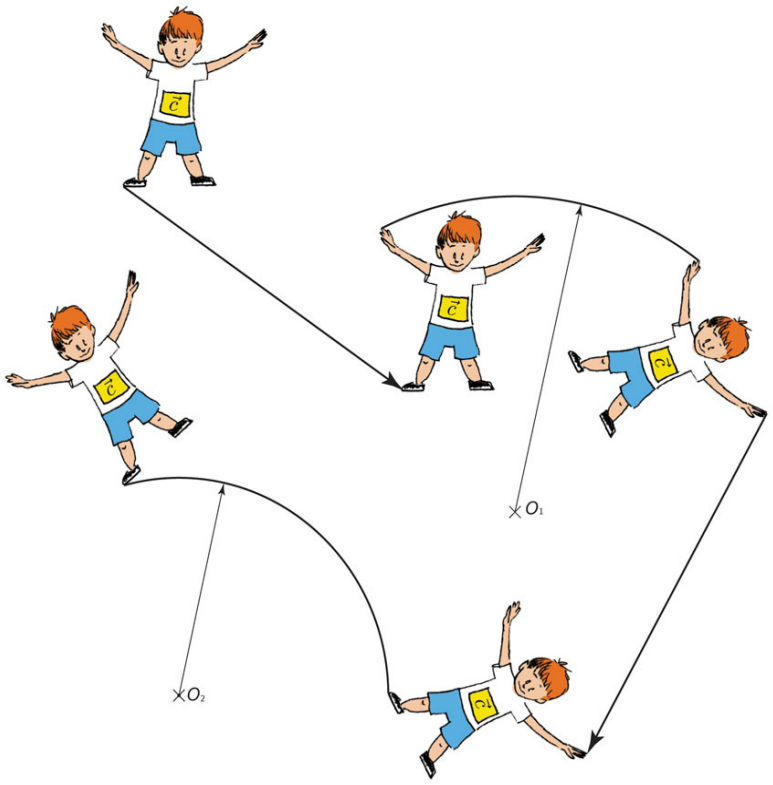
Optimisation de trajectoire

Dans un jeu vidéo, tu dois diriger ton héros mais les déplacements sont très longs. Ta mission est de partir de la ville V, de passer remplir ta gourde à la rivière et ensuite de rejoindre l'entrée du donjon D. Trace le trajet le plus court pour effectuer ta mission. (Indication : la distance la plus courte entre deux points reste la ligne droite.)
Ci-contre : la carte qui t'est donnée.



Translations et rotations

14



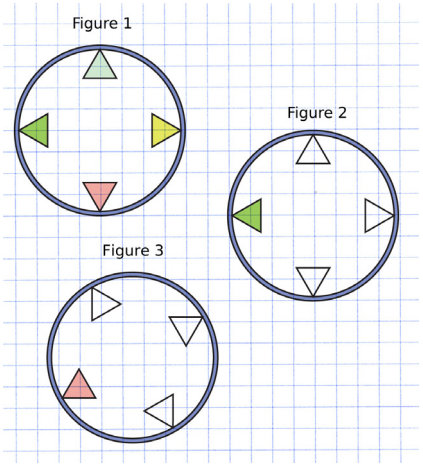
Narration de recherche

Voici trois fois la même figure.

À l'aide des carreaux recopie les trois figures et trouve les couleurs manquantes dans les triangles. Le sens des couleurs n'a pas été inversé.

Décris précisémment la transformation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

Décris la transformation qui permet de passer de la figure 2 à la figure 3.



Activité 1 : Un pas de côté

Cinq élèves ont construit une image du danseur, en effectuant chacun une translation différente.

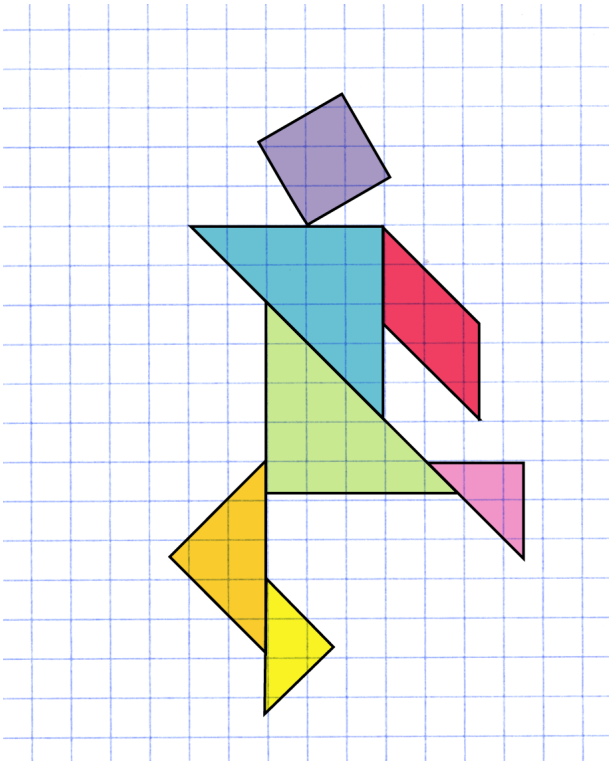
a. Sarah, de 5 cm dans la direction de *d ;*

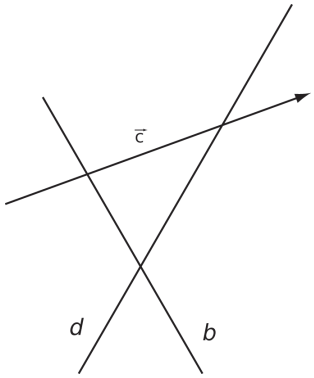
b. Vincent, horizontalement, vers la droite ;

c. Mélanie, selon le vecteur $\vec{c}$;

d. Juan, en la glissant de 3 cm ;

e. Madina, en la déplaçant de 4 cm, vers la gauche et dans la direction de *b.*

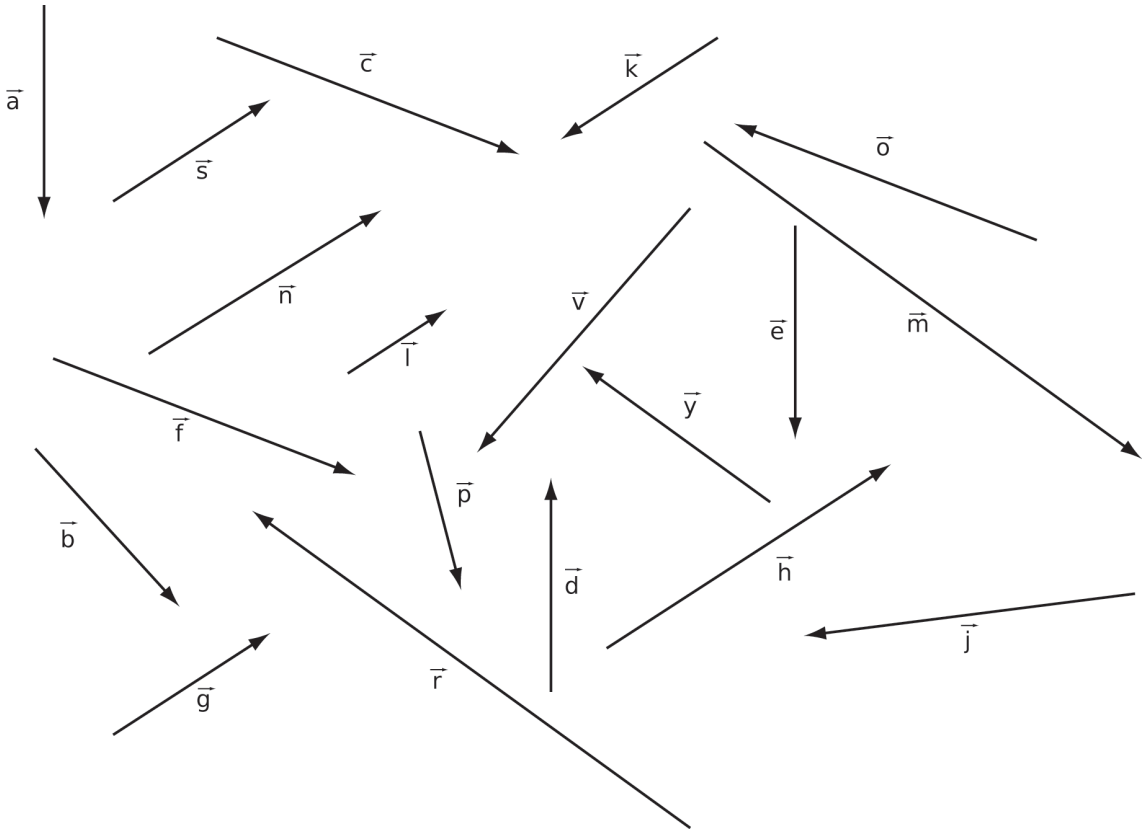




À l'aide des carreaux, construis ces cinq figures et compare tes résultats avec ceux de tes camarades.

Activité 2 : Avoir du bons sens

Voici une vingtaine de flèches représentant des vecteurs.



1. Classification

Recopie puis complète le tableau en donnant tous les vecteurs possibles pour chaque question. Arrondis au dixième le plus proche tes mesures.

Vecteur	Même longueur que le vecteur	Même direction que le vecteur	Égal au vecteur
$\vec{a}$			
$\vec{c}$			
$\vec{g}$			
$\vec{r}$			

2. Qu'en penses-tu ?

Détermine si les affirmations des élèves sont correctes ou non.

a. Aline dit que le vecteur $\vec{c}$ est égal à deux fois le vecteur $\vec{a}$.

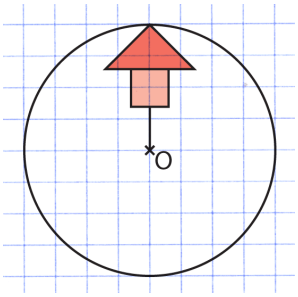
b. Simon dit que le vecteur $\vec{d}$ est l'opposé du vecteur $\vec{e}$.

c. Justine prétend que le vecteur $\vec{b}$ et $\vec{f}$ ont la même direction.

d. Mohamed dit que les vecteurs $\vec{c}$ et $\vec{j}$ ont la même intensité.

Activité 3 : Tourner dans tous les sens

1. Dans quel sens

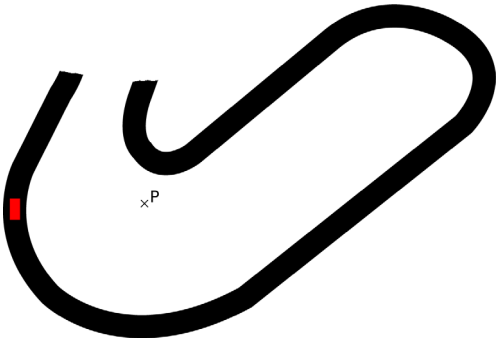


La figure ci-contre illustre une montre possédant qu'une seule aiguille.

a. Reproduis le dessin puis dessine l'aiguille quand elle aura tourné de 90° par rapport au centre O.

b. Dessine l'aiguille quand elle aura tourné de − 120° par rapport au centre O.

2. Le virage

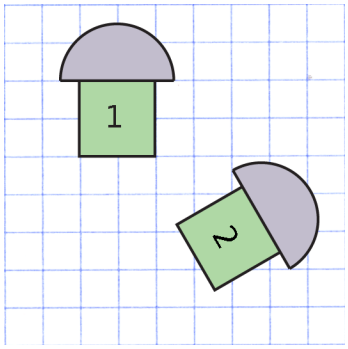


Ci-contre une partie du circuit de Catalogne où la formule 1 vient d'entamer son virage.

a. À l'aide d'un papier calque reproduit cette figure et dessine la voiture après qu'elle ait effectué une rotation de 80° par rapport au centre P.

b. Peut-on effectuer tout le virage en gardant le même rayon de rotation ?

3. Trouver le centre (≥**)



Alice sait que la figure 2 a été obtenue après une rotation de la figure 1.

Pascal aimerait savoir où se trouve le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation.

Aline propose de tracer les médiatrices des segments reliant les sommets de la figure 1 aux sommets correspondants de la figure 2.

a. Recopie la figure puis effectue ce qu'Aline propose.

b. Que remarques-tu ?

c. Détermine où se trouve le centre ainsi que l'angle de la rotation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

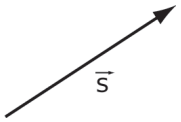
Méthode 1 : La translation

À connaître

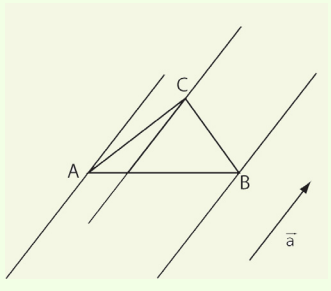
Une **translation** consiste à faire glisser une figure selon un **vecteur** donné.

Un **vecteur** est donné par

- une direction (c'est la direction de la droite)
- un sens, (c'est le sens de la flèche)
- une longueur (c'est la longueur du segment)

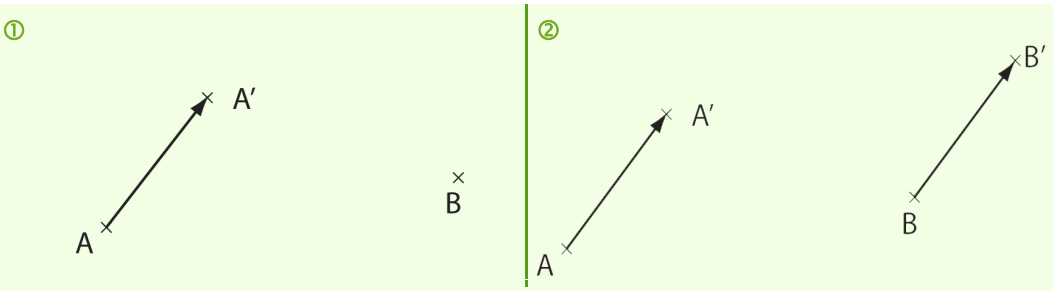


Exemple 1 : Construis l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\vec{a}$.



① On trace des droites parallèles au vecteur $\vec{a}$ passant par les sommets de la figure.
② On reporte sur les droites le vecteur $\vec{a}$ en respectant le sens donné par la flèche.
③ On relie les sommets entre eux.

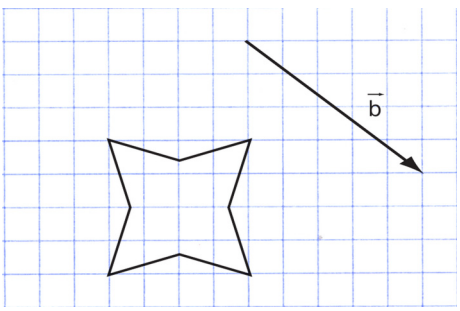
Exemple 2 : A' est l'image de A par une translation. Construis l'image de B' par cette translation.



① On trace le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
② On construis l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Exercice « À toi de jouer »

1 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la translation de vecteur $\vec{b}$.



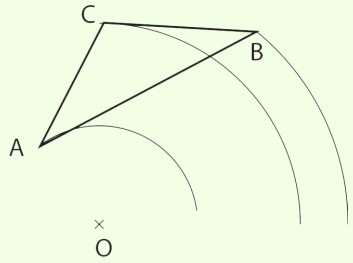
Méthode 2 : La rotation

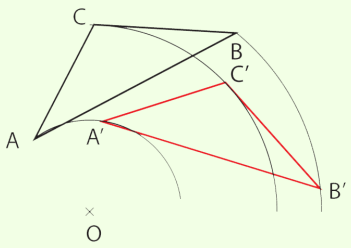
À connaître

Une **rotation** est définie par son **centre** et son **angle**.
L'angle de rotation est **positif** si la rotation s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et **négatif** sinon.

Remarque : La rotation de centre O et d'angle α est notée : R(O ; α).

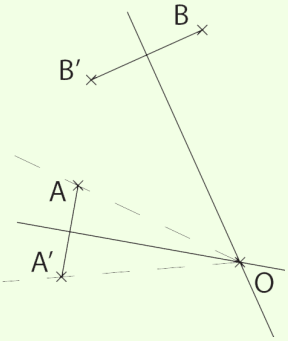
Exemple 1 : Construis l'image du triangle ABC par la rotation R(O ; − 45°)

① 

② 

① La rotation s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre. On trace des arcs de cercles de centre O passant par les sommets A, B et C.
② On reporte l'angle de rotation sur tous les arcs de cercles ($\widehat{AOA'} = 45°$) et on relie les sommets entre eux.

Exemple 2 : (≥**) A' et B' sont l'image de A et B par une rotation. Détermine le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation.

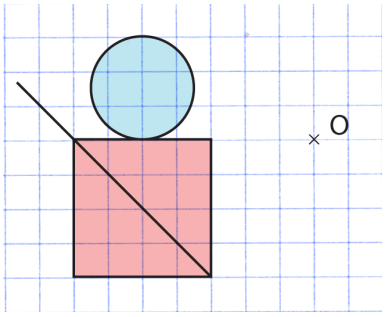


On trace les médiatrices de [AA'] et [BB']. L'intersection des médiatrices donne le centre de la rotation O.

La rotation s'effectue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre alors l'angle est positif. L'angle $\widehat{AOA'} = 30°$ donc l'angle de rotation est + 30°

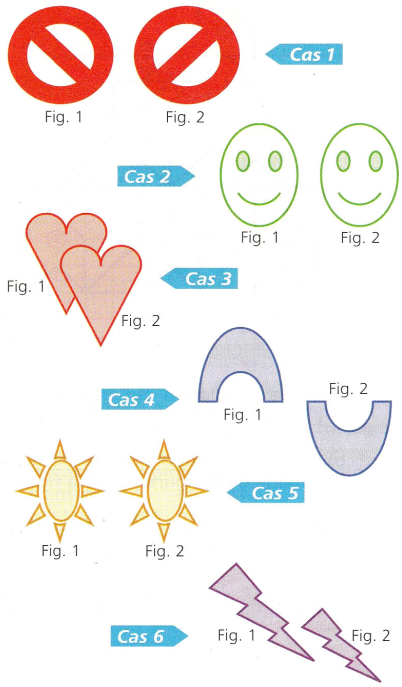
Exercice « À toi de jouer »

2 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la rotation R(O ; 60°).

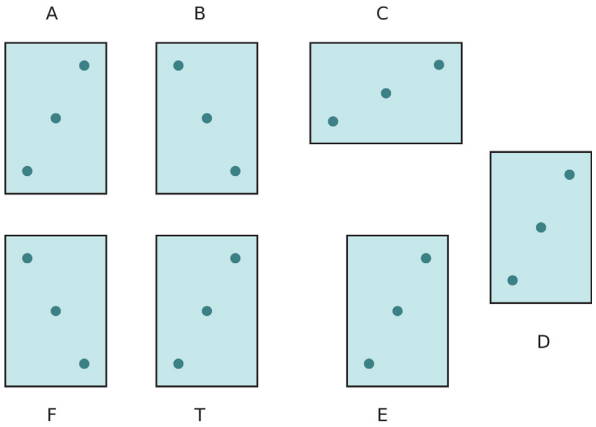


Translation

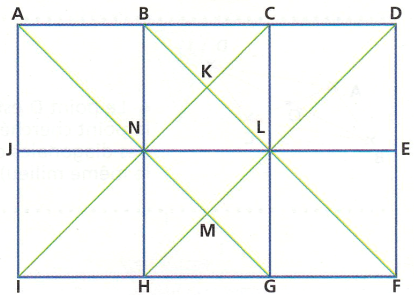
1 Donne les cas où la transformation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2 est une translation.



2 Quelles sont les cartes images de la carte T par une translation ?



3 Recopie et complète :



a. L'image du point L par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est ....

b. L'image du point ... par la translation de vecteur $\overrightarrow{BK}$ est L.

c. L'image du point J par la translation de vecteur ..... est L.

d. La translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$, transforme K en ....

e. La translation qui transforme ... en H, transforme N en G.

f. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AJ}$, le triangle BKN a pour image ...

g. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{JN}$, le triangle NLH a pour image ...

4 Observe la figure ci-après puis recopie et complète dans ton cahier :

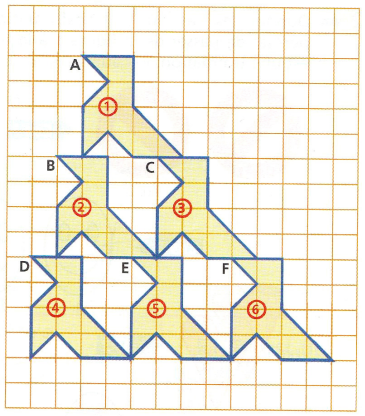
a. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, l'image de la figure ② est la figure ...

b. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$, l'image de la figure ... est la figure ②.

c. Par la translation qui transforme ... en C, l'image de la figure ⑤ est la figure ⑥.

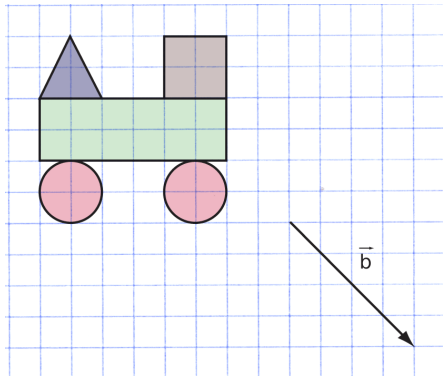
d. La figure ③ est l'image de la figure ... par la translation de vecteur $\overrightarrow{CF}$.

e. Dans la translation qui transforme E en ..., l'image de la figure ③ est la figure ②.

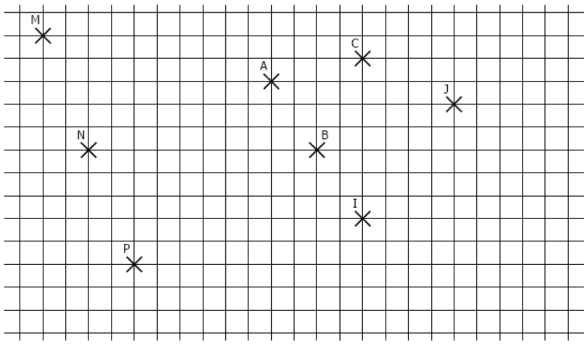


Exercices d'entraînement

5 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue la translation de vecteur $\vec{b}$.



6 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue les translations.



a. Construis le point M_1, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Construis le point N_1, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c. Construis le point P_1, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

d. Construis le point M_2, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

e. Construis le point N_2, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

f. Construis le point P_2, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

g. Construis le point I_3, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

h. Construis le point J_3, image de J par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

i. Construis le point A_4, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

j. Construis le point B_4, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

7 (***) [CD] est-il l'image de [AB] par une translation ? Justifie ta réponse.



8 *Dans un repère*

Dans ton cahier trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants :

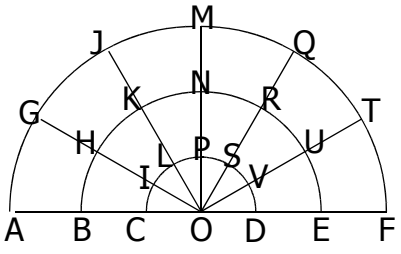
A(+ 3 ; + 2)	D(+ 1 ; – 3)
B(– 4 ; + 3)	O(0 ; 0)
C(– 2 ; – 1)	T(+ 2 ; – 3)

On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{OT}$. Quelles sont les coordonnées des points A', B', C', D', images des points A, B, C, D par cette translation.

Rotation

9 Détermine sur la figure ci-dessous quels sont les points qui correspondent aux rotations :

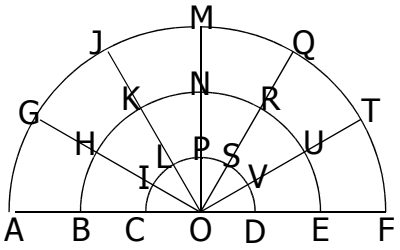
a. R(G ; + 30°)	**d.** R(I ; – 60°)	**g.** R(E; + 120°)
b. R(T ; + 60°)	**e.** R(F ; + 90°)	**h.** R(O ; + 60°)
c. R(M ; – 30°)	**f.** R(G ; – 120°)	**i.** R(E ; + 180°)



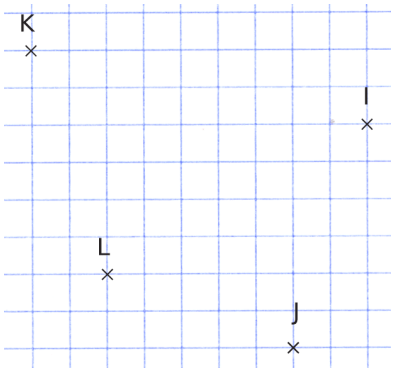
Exercices d'entraînement

10 Détermine sur la figure ci-dessous, l'angle de la rotation de centre O telle que l'image de ...

a. M donne J ;
b. U donne N ;
c. K donne N ;
d. P donne V ;
e. D donne I ;
f. H donne U ;
g. B donne U ;
h. F donne A ;
i. I donne S ;



11 En t'aidant du quadrillage de ton cahier reporte ces points.



Dans chaque cas construis le point :

a. J_1 image de J par la rotation de centre I et d'angle + 90°.

b. K_1 image de K par la rotation de centre I et d'angle – 90°.

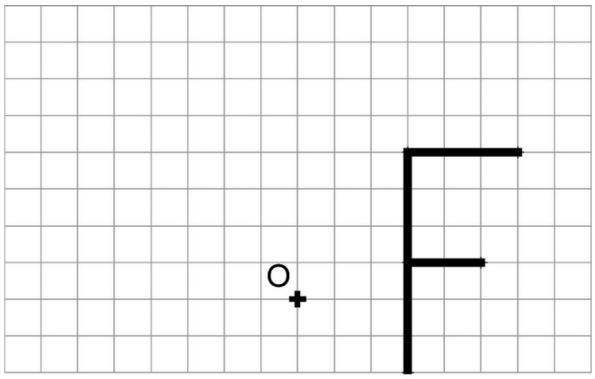
c. L_1 image de L par la rotation de centre I et d'angle + 90°.

d. I_2 image de I par la rotation de centre K et d'angle – 45°.

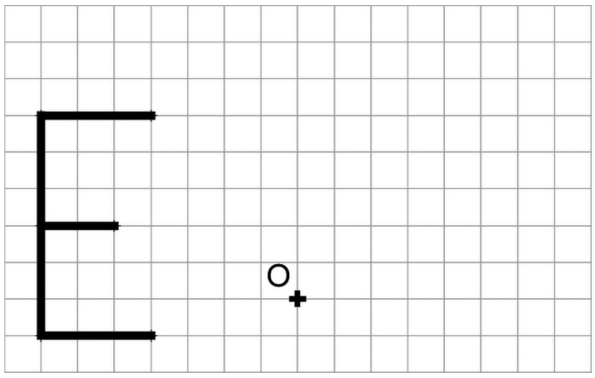
e. J_2 image de J par la rotation de centre K et d'angle + 45°.

f. L_2 image de L par la rotation de centre K et d'angle – 45°.

12 Reproduis la lettre F dans ton cahier. construis l'image la lettre F par la rotation de centre O, d'angle + 90°.



13 Reproduis la lettre E dans ton cahier. construis l'image de lettre E par la rotation de centre O, d'angle – 45°



14 Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC}$ mesure 60°; [AB] mesure 4cm et [AC] mesure 3cm. Soit O un point extérieur au triangle ABC.

a. Faire une figure sur une feuille blanche.

b. Construire le triangle A'B'C' image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle + 40°.

15 Soit A et B deux point distincts. Soit E l'image de B par la rotation de centre A, d'angle + 30°. Soit F l'image de B par la rotation de centre A, d'angle – 60°.

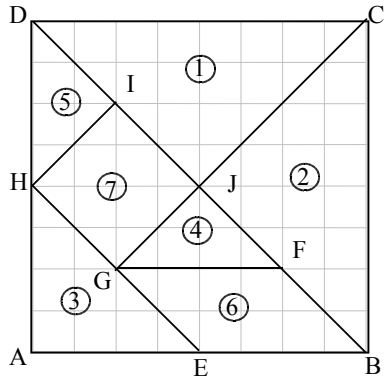
a. Trace la figure.

b. Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercices d'approfondissement

16 *Tangram*

Le Tangram est découpé dans un carré. Il est formé de 5 triangles rectangles isocèles, les pièces ①, ②, ③, ④, ⑤, d'un parallélogramme ⑥ et d'un carré ⑦.



En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions suivantes.

a. Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{FB}$?

b. Quelle est l'image de I par la rotation de centre J, d'angle 90° ?

c. Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{GF}$ suivie de la translation $\overrightarrow{BF}$?

d. Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?

e. Quelle est l'image de A par la symétrie d'axe (BD) ?

f. Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G suivie de la symétrie de centre H ?

17 *En repérage*

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, on effectue une translation donnée par le point A(2 ; 5) et son image A'(5 ; 8).

a. Quelles sont les coordonnées des images des points B(5 ; – 1), C(– 4 ; – 2) et D(– 4 ; 2) ?

b. Quelles sont les coordonnées des points dont les images sont E'(– 2 ; – 3), F'(3 ; 5) et G'(0 ; 0) ?

18 *Doublé gagnant*

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, l'image du triangle ABC par la translation $\overrightarrow{T_1}$ est le triangle A'B'C'. L'image du triangle A'B'C' par la translation $\overrightarrow{T_2}$ est le triangle A''B''C''.

Construis les trois triangles ABC, A'B'C' et A''B''C'' connaissant les points A(6 ; 4), C(16 ; 2), B'(– 8 ; – 3), C'(– 8 ; – 6),et B''(6 ; – 8).

19 *(***) À Condition*

a. Soit [AB] et [A'B'] deux segments isométriques. À quelle(s) condition(s) existe-t-il une translation qui associe [AB] à [A'B'] ?

b. À quelle(s) condition(s) deux cercles C et C' sont-ils images l'un de l'autre par une translation ?

Travail de recherche

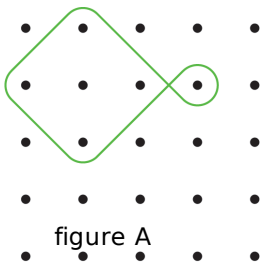
Figure de Kolam

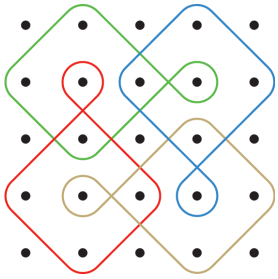
Dans l'État du Tamil Nadu, dans le sud-est de l'Inde, les mères enseignent à leurs filles l'art de dessiner avec de la poudre de riz des figures de Kolam qui décorent le seuil des habitations.

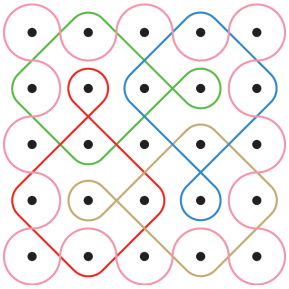
a. Sur une feuille blanche, reproduisez la figure A

b. Complétez la figure A afin d'obtenir la figure B en effectuant des rotations. Trouvez le centre des rotations.

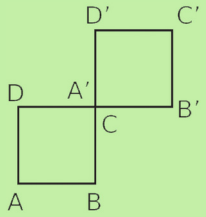
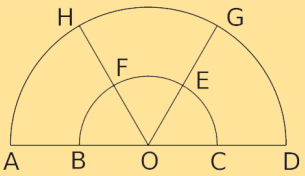
c. Complétez la figure pour obtenir la figure C.


figure A





Se tester avec le QCM !

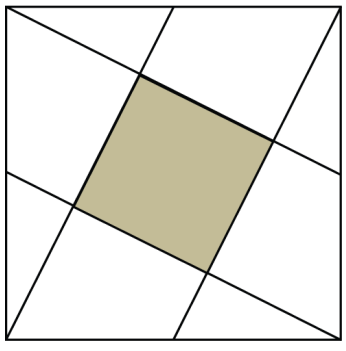
		R1	R2	R3	R4
1	 Le carré A'B'C'D' est l'image du carré ABCD par la translation de vecteur ...	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{BD}$
2	 E est l'image de F par la rotation de centre O et d'angle ...	+ 30°	– 30°	+ 60°	– 60°
3	Sur l'image ci-dessus, l'image de D par une rotation de centre O et d'angle – 120° est ...	A	H	G	O

Récréation mathématique

La dalle (d'après le GVJM)

Dans un jardin carré de 10 m de côté, Maurice tend une corde entre chaque coin et le milieu du côté opposé, comme indiqué sur la figure. Les quatre cordes ainsi tendues délimitent une surface à l'intérieur de laquelle des ouvriers coulent une dalle en ciment (partie ombrée). Quelle est l'aire de cette dalle ?

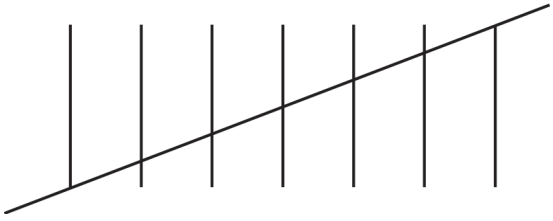
Indice : fais pivoter certains triangles



La disparition (d'après le GVJM)

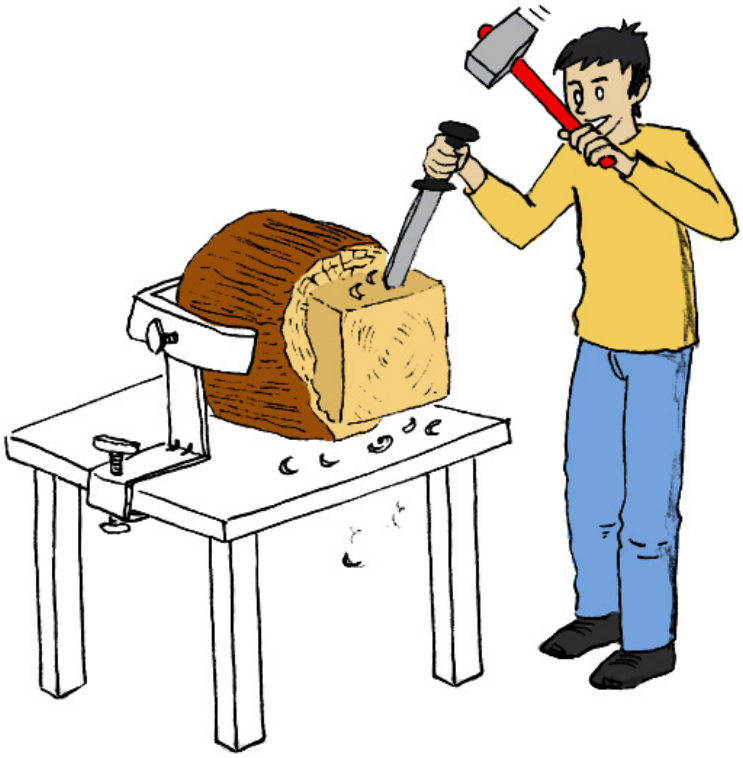
Construis 7 bâtonnets de 2 cm de hauteur et distants chacun de 1 cm, selon le croquis ci-dessous. Trace une ligne comme indiqué, du bas du premier bâtonnet au haut du dernier. Coupe ta figure en deux, le long de la ligne tracée. En translatant la partie du haut contre la partie du bas le long de la ligne de coupe, tu peux faire disparaître un bâtonnet.

Comment expliques-tu ce tour de magie ?

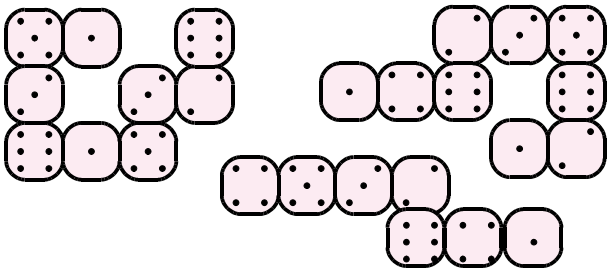


Solides

15



Narration de recherche

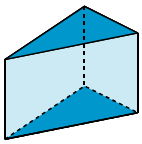


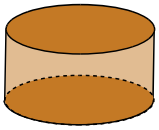
Voici trois traces de dés à six faces qui roulent sans glisser en imprimant sur le papier les nombres écrits sur leurs faces. Deux de ces traces ne sont pas celles d'un dé à jouer normal (c'est-à-dire dont la somme des valeurs des faces opposées vaut toujours 7). Retrouve-les !

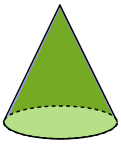
Prérequis et activités de découverte

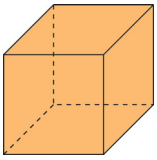
Activité 1 : Un p'tit tour dans l'Espace !

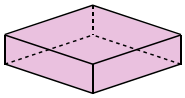
1. Quelques représentations


objet 1


objet 2


objet 3


objet 4


objet 5

a. À quels objets de la vie courante te font penser les objets ci-dessus ?

b. Pourquoi y a-t-il des traits en pointillés ?

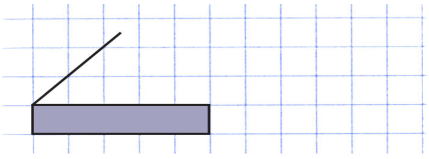
c. Pour les *objets 1, 4* et *5*, indique le nombre de **faces**, d'**arêtes** et de **sommets**.

d. Pour chaque objet, dessine à main levée une représentation possible de la vue de dessus.

e. Dans la réalité, les faces de l'*objet 5* sont des rectangles. Qu'en est-il dans sa représentation ci-dessus ?

2. Perspective cavalière

a. Plusieurs perspectives existent. Celle de l'*objet 5* est appelée perspective dimétrique. On veut le représenter en **perspective cavalière** dont une particularité est d'avoir une face en vraie grandeur. On a commencé son tracé. Reproduis-le et complète-le en utilisant le quadrillage.



b. Représente maintenant un cube en perspective cavalière en prenant cinq carreaux pour côté du carré en vraie grandeur.

Activité 2 : De l'enveloppe au cube

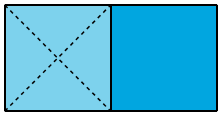
1. Préparation de l'enveloppe

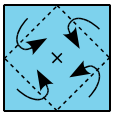
a. Cachète une enveloppe standard de format 11 cm × 22 cm et plie-la en deux de façon à obtenir un carré (figure 1).

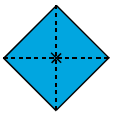
b. Repère le centre d'un carré au crayon (figure 2).

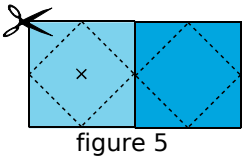
c. Ramène les sommets du carré vers le centre en marquant bien les plis des deux côtés (figures 3 et 4). Déplie, tu dois obtenir la figure 5.


figure 1


figure 2


figure 3


figure 4


figure 5

2. Abracadabra !

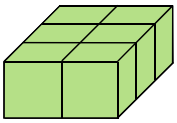
Découpe le haut de l'enveloppe pour l'ouvrir (figure 5). En ouvrant l'enveloppe, tu dois voir apparaître un cube !

Colle cette enveloppe dans une double page de ton cahier de façon à ce que le cube se reforme quand tu ouvres ton cahier au niveau de cette double page.

Activité 3 : La chasse aux cubes

1. Pour commencer...

Julien dispose d'un jeu de cubes tels que celui-ci : 

En assemblant six de ces cubes, il obtient un nouveau solide : 

a. Comment s'appelle ce solide ?

b. Combien a-t-il de faces ? Donne la nature de chaque face. Combien y en a-t-il de différentes tailles ? Dessine chacune d'elles en vraie grandeur sachant que l'arête du petit cube est 1 cm.

c. Dessine ce solide en perspective cavalière et colorie deux de ses faces parallèles. Au total, combien y a-t-il de paires de faces parallèles ?

2. Un peu plus dur...

a. Avec huit cubes, combien peut-on construire de **pavés droits** différents ?

b. Dessine en perspective cavalière et à main levée tous les solides obtenus. (Tu pourras t'aider de papier pointé.) Est-ce que certains sont « plus particuliers » que d'autres ?

c. Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande arête ? La plus petite arête ?

d. Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande face ? La plus petite face ?

e. Ont-ils tous le même nombre de sommets ?

Activité 4 : Patron du pavé droit

1. Dimensions de la boîte

Gilles a sous les yeux une boîte qu'il voudrait reconstruire à l'identique, en papier. Cette boîte a la forme d'un pavé droit.

a. Il mesure les côtés d'une face et trouve 2,5 cm et 3,5 cm. Reproduis cette face en grandeur réelle sur ton cahier.

b. Il mesure une autre face et constate qu'elle a la même largeur que la première et qu'elle est deux fois plus longue. Reproduis cette seconde face.

c. Malheureusement, il n'a pas le temps de prendre d'autres mesures et doit rentrer chez lui. Avec ce qu'il a pu mesurer, a-t-il toutes les informations pour reconstruire la boîte ? Si oui, donne les dimensions de la troisième face et reproduis-la.

2. Vers le patron

a. Construis un **patron** possible de ce pavé droit. Y a-t-il plusieurs possibilités ?

b. Découpe et assemble le patron.

3. Emballer c'est peser

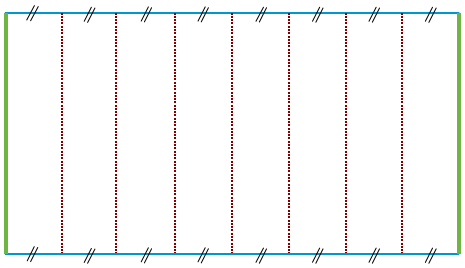
a. On utilise du ruban pour ficeler cette boîte. Sachant qu'il en faut 9 cm pour le nœud, quelle est la longueur de ruban nécessaire ?

b. Il y a deux autres façons de la ficeler. Pour chacune, fais un schéma et calcule la longueur de ruban nécessaire.

c. Quelle est la méthode qui nécessite le moins de ruban ?



Activité 5 : La machine à prismes



1. Prends une feuille de papier A4 puis réalise les pliages nécessaires pour obtenir les marques en pointillés de la figure ci-contre :

2. Repasse en rouge les marques de pliage, en vert les deux largueurs de la feuille et en bleu ses deux longueurs.

3. Fais coïncider les bords verts de la feuille. On obtient ainsi un solide sans « fond » ni « couvercle ». Quelle est la forme de ces deux faces de contour bleu appelées « bases » ?

4. Observe ton solide puis réponds aux questions suivantes :

a. Combien de faces comporte ton solide (y compris les bases) ?

b. Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?

c. Combien de sommets comporte ton solide ?

d. Si tu poses ton solide sur une des deux bases, que dire des arêtes rouges par rapport aux bases ?

5. Un élève donne une définition d'un prisme droit mais il a oublié des mots : « Un prisme droit est un solide composé de deux ... qui sont ... et ... et de faces ... qui sont des ... .». Complète sa phrase avec les mots suivants : latérales, parallèles, rectangles, bases, superposables.

6. Quels objets de la vie courante ont la forme d'un prisme droit ?

7. En procédant de la même façon, utilise une feuille de papier A4 pour matérialiser :

a. un prisme droit à base carrée. Quel est l'autre nom de ce solide ?

b. un prisme droit dont une base est un triangle équilatéral ;

c. un prisme à base pentagonale.

8. Que dire de la forme des bases si on fait coïncider les bords verts de la feuille mais qu'on ne la plie pas ?

Activité 6 : Solides de révolution (≥**)

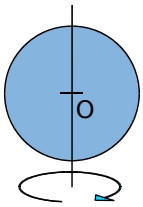
1. On fait tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés et un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.



Quels sont les solides engendrés par ces deux rotations ? Donne leurs caractéristiques.

2. **La sphère, la boule**

Dans du papier épais, découpe un disque de centre O et de rayon 4 cm. Colle une ficelle le long d'un diamètre et fais tourner le disque autour de la ficelle.

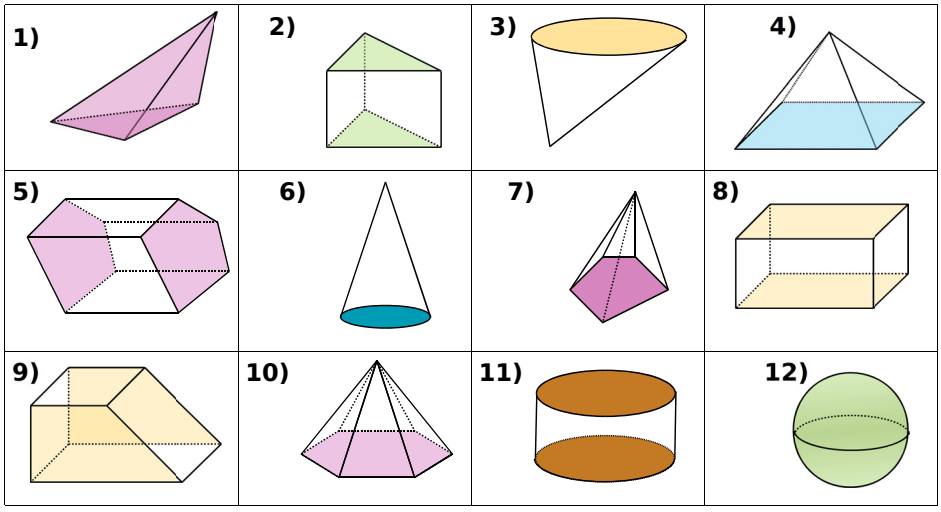


a. Les solides engendrés par le disque ou par le cercle de rayon 4 cm sont-ils identiques ? Si non, donne les ressemblances et les différences entre ces deux solides.

b. Quelle autre figure pourrait-on faire tourner pour engendrer ces mêmes solides ?

Activité 7 : De l'ancien vers le nouveau

On a représenté, ci-dessous, des solides en perspective cavalière.



1. Les solides 1, 4, 7 et 10 sont des pyramides. Quels sont leurs caractères communs ?

2. As-tu déjà rencontré des pyramides dans une autre matière ? Laquelle des pyramides ci-dessus leur ressemble le plus ? Quelle est la nature de sa base ? De ses faces latérales ?

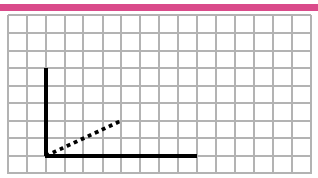
3. Les solides 3 et 6 sont des cônes. Donne des exemples de solides ayant la forme de cônes dans la vie courante.

Méthode 1 : Représenter en perspective cavalière

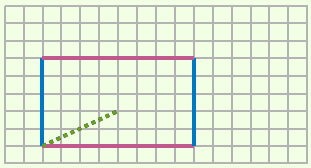
À connaître :

Lorsqu'on représente un solide en **perspective cavalière** :
- la face avant est représentée en vraie grandeur ;
- les arêtes parallèles sont représentées par des segments parallèles ;
- les arêtes cachées sont dessinées en pointillés.

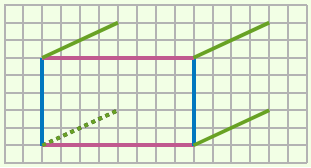
Exemple 1 : Complète la représentation en perspective cavalière du pavé droit ci-contre.



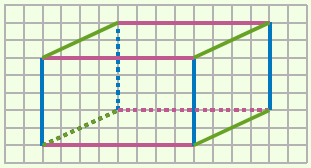
On commence par la face avant, en vraie grandeur.



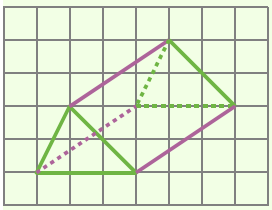
On trace les arêtes transversales, parallèles et de même longueur, mais pas en vraie grandeur.



On finit par la face arrière, en vraie grandeur.



Exemple 2 : Trace un prisme droit à base triangulaire en perspective cavalière.



Les **bases** de ce prisme droit sont des triangles parallèles et superposables. On les représente en vraie grandeur.

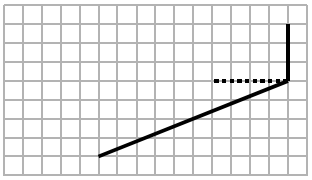
Les **arêtes latérales** de ce prisme sont parallèles et de même longueur. On les représente par des segments parallèles de même longueur.

On trace en pointillés les arêtes cachées.

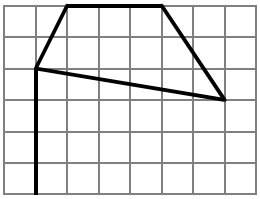
Exercice « À toi de jouer »

1 Complète les représentations en perspective cavalière des deux pavés ci-dessous.





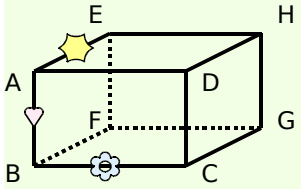
2 Reproduis puis complète le tracé en perspective cavalière du prisme droit ci-dessous.



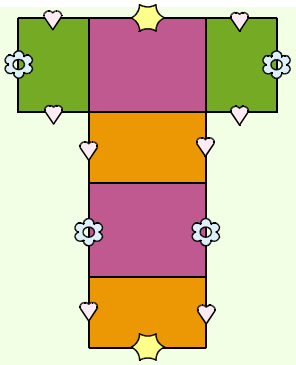
Méthode 2 : Construire un patron

Exemple 1 : Construis un patron d'un pavé droit ABCDEFGH tel que AB = 3 cm, AD = 4 cm et AE = 5 cm.

Un pavé droit comprend trois paires de faces rectangulaires parallèles et de mêmes dimensions.

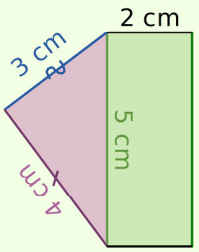


- Les faces **ABCD** et **EFGH** mesurent 3 cm par 4 cm ;
- Les faces **AEHD** et **BFGC** mesurent 4 cm par 5 cm ;
- Les faces **ABFE** et **DCGH** mesurent 3 cm par 5 cm.

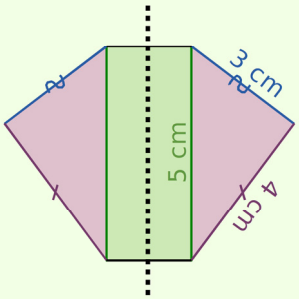


Pour obtenir le patron, on peut les disposer « en T ».

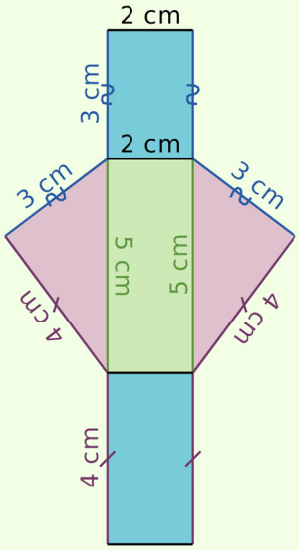
Exemple 2 : Dessine le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est 2 cm.



On construit une des **bases**, qui est un triangle, puis on trace une **face latérale** qui est un rectangle dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.



On trace la seconde **base**, qui est un triangle symétrique au premier par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.



On complète le patron en traçant les deux dernières **faces latérales** du prisme droit, qui sont des rectangles.

Exercices « À toi de jouer »

3 Construis un patron d'un pavé droit de dimensions 4,5 cm ; 6,2 cm et 3 cm.

4 Construis un patron d'un cube de côté 6,5 cm.

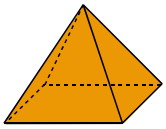
5 Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm et AC = 4 cm.

Exercices d'entraînement

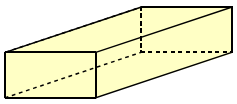
Perspective cavalière

1 *Solides en vrac*

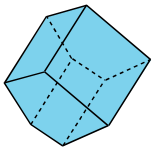
a.



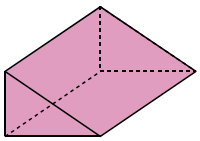
b.



c.



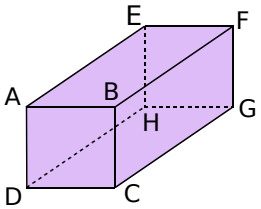
d.



Pour chacun des solides, donne le nombre de sommets, d'arêtes et de faces.

2 *Parallélépipède rectangle*

Voici la représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.



a. Donne deux autres noms possibles pour ce pavé droit.

b. Combien a-t-il de sommets ? Nomme-les.

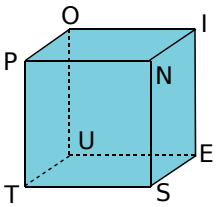
c. Donne le nombre de faces puis nomme-les.

d. Combien d'arêtes a-t-il ? Nomme-les.

e. Nomme les arêtes qui ne sont pas visibles.

3 *Avec un cube*

Soit le cube POINTUES représenté ci-dessous.



a. Donne le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces de ce cube.

b. Quelle est la nature de la face PNST ?

c. Quelle est la nature de la face POIN ?

d. Quelles sont les faces cachées du cube ?

4 *Avec un cube (bis)*

La représentation en perspective cavalière du cube POINTUES est à l'exercice 3.

a. Nomme la (ou les) face(s) parallèle(s) à la face POIN.

b. Nomme la (ou les) face(s) perpendiculaire(s) à la face PNST.

c. Cite toutes les arêtes de même longueur que l'arête [PO].

d. Combien d'arêtes ne sont pas visibles ? Nomme-les.

e. Si on pose ce cube sur la face NIES, les faces POIN et OUEI étant visibles, quelles sont alors les faces cachées de ce cube ?

5 *Longueurs*

Soit le pavé droit ABRICOTS tel que AB = 3cm, BR = 4 cm et AC = 6 cm.

a. Fais, à main levée, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit. Code les arêtes de même longueur sur ton dessin.

b. Recopie et complète le tableau.

Arêtes	[IR]	[BO]	[CS]	[RT]	[CO]	[OT]
Longueur (en cm)						

c. Trace en vraie grandeur les faces ABRI et ABOC.

d. En utilisant la figure précédente, donne une valeur approchée de la longueur BC.

6 *Vrai / Faux*

On considère le pavé droit de l'exercice 2. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse.

a. Les faces ABCD et EFGH sont parallèles.

b. La face ABCD est un carré.

c. L'angle $\widehat{GHD}$ mesure 120° environ.

d. ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.

e. L'angle $\widehat{BEF}$ mesure moins de 90°.

f. L'angle $\widehat{ABF}$ est un angle droit.

g. Les arêtes [AB] et [BF] sont parallèles.

h. Les arêtes [EH] et [BF] sont sécantes.

i. Les arêtes [CG] et [FG] ne sont pas perpendiculaires.

j. La face ADHE est un rectangle.

Exercices d'entraînement

7 *Perspective et pavé droit*

Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 2 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm.

a. Réalise à main levée une représentation possible de ce pavé droit en perspective cavalière puis code ton dessin.

b. Construis, à l'aide des instruments de géométrie, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit.

8 *Perspective et cube*

Un cube a une arête de 5 cm.

a. À main levée, dessine ce cube en perspective cavalière puis code ton dessin.

b. Construis, sur papier quadrillé, une représentation en perspective cavalière de ce cube.

9

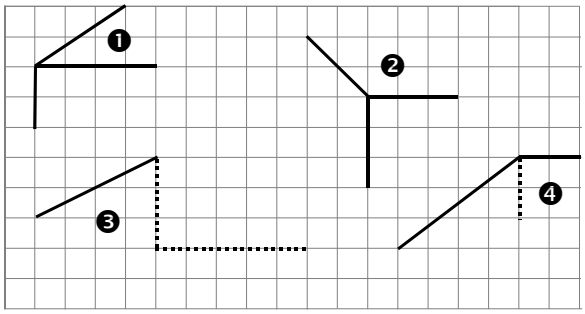
On empile deux cubes identiques d'arête 2 cm l'un sur l'autre.

a. Décris le solide obtenu et donne ses dimensions.

b. Représente ce solide en perspective cavalière sur papier quadrillé.

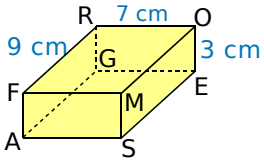
10 *Perspective sur quadrillage*

Reproduis puis complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un pavé droit.



11 *Araignée*

Une araignée part du sommet F pour aller au sommet E. Elle ne marche que sur les arêtes de ce pavé droit.

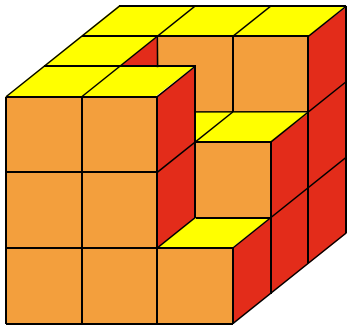


a. Quel est le chemin le plus court ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Si oui, donne-les toutes.

b. Calcule la longueur de ce chemin.

12 *Empilements*

Le solide ci-dessous est composé de cubes ayant pour arête 3 cm. La face du bas, la face arrière et la face de gauche sont des carrés.



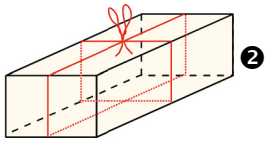
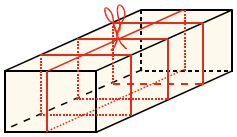
a. Combien de cubes faudrait-il ajouter pour obtenir un cube d'arête 9 cm ?

b. Combien de cubes contient ce solide ?

c. Dessine en vraie grandeur la face de dessus et la face de droite.

13 *Paquets*

Mandy veut ficeler des paquets de dimensions 20 cm, 15 cm et 50 cm. Elle a besoin de 25 cm par paquet pour faire le nœud. Mandy possède deux pelotes de ficelle de 95 m chacune.

❶  ❷ 

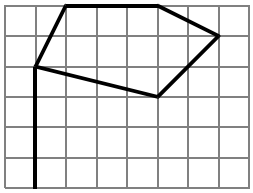
a. Pour chaque paquet, donne la longueur en mètres de ficelle utilisée par Mandy.

b. Combien de paquets ❶ pourra-t-elle ficeler avec une pelote ?

c. Combien de paquets ❷ pourra-t-elle ficeler avec deux pelotes ?

14

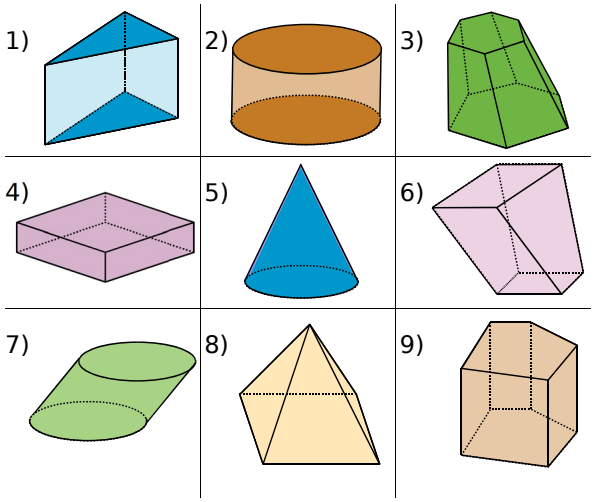
Reproduis la figure suivante sur ton cahier puis complète-la pour obtenir une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit.



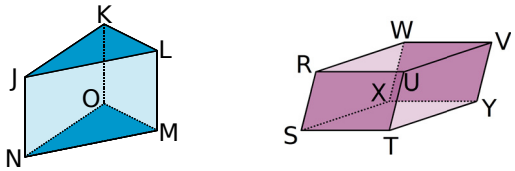
Exercices d'entraînement

15 *Reconnaître des solides*

Parmi les solides suivants, quels sont ceux qui sont des prismes droits (précise alors la nature des bases) ? Explique tes réponses.



16 *Décrire des solides*



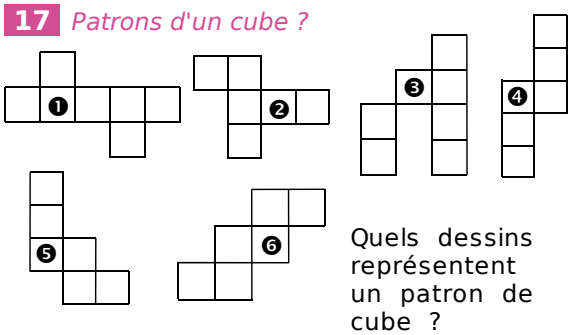
a. Observe les solides ci-dessus puis recopie et complète la phrase suivante avec les mots : sommet, base, arête, face latérale.

Pour le prisme droit JKLMNO, KJL est ... , [LM] est ... , KLMO est ... et L est ... .

b. Pour le prisme droit RSTUVWXY, indique les arêtes de même longueur et décris la nature des faces.

Patrons

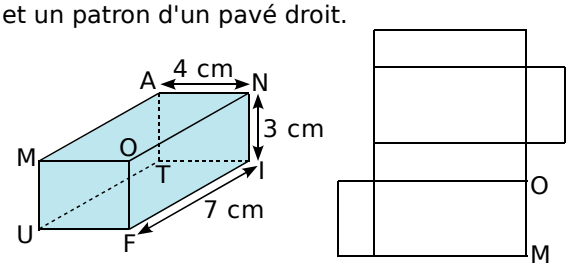
17 *Patrons d'un cube ?*



Quels dessins représentent un patron de cube ?

18 *Patron et pavé*

Soit une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit.

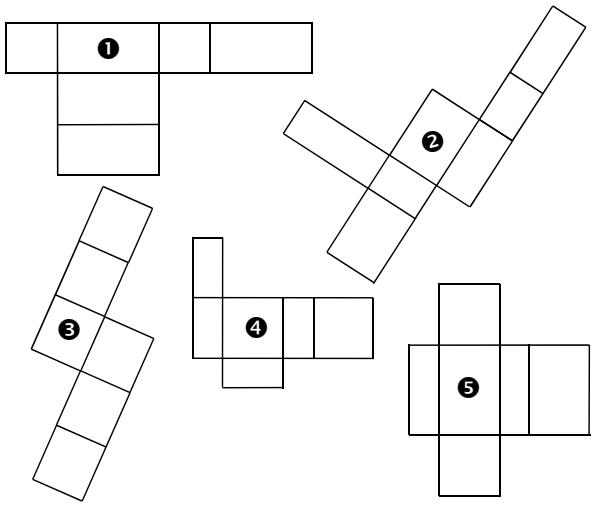


a. Reproduis, à main levée, le patron du pavé droit ; complète le nom des sommets et code les égalités de longueurs.

b. Trace ce patron en vraie grandeur.

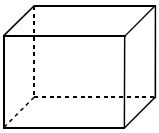
19 *Patrons d'un pavé ?*

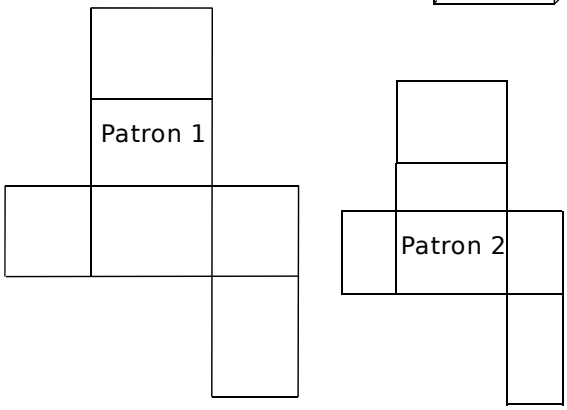
Quels dessins représentent un patron de pavé droit ? Justifie.



20 *Au choix*

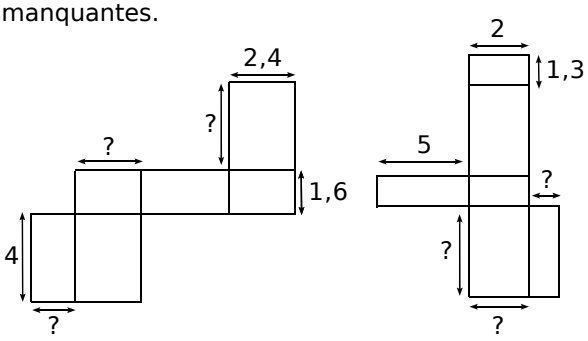
Associe ce pavé droit à son patron. Justifie.





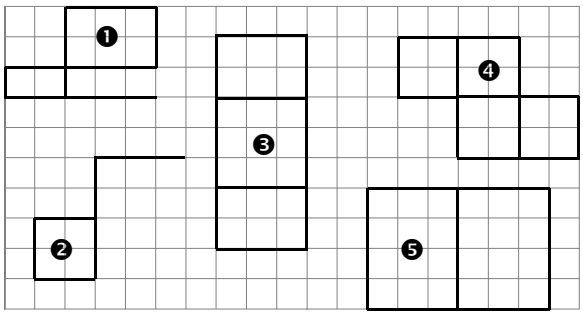
Exercices d'entraînement

21 Reproduis, à main levée, chaque patron de pavé droit en complétant les longueurs manquantes.



22 *Patrons en vrac*

Recopie puis complète chaque patron de pavé droit.



23 Trace un patron des solides dont les dimensions sont dans les tableaux ci-dessous.

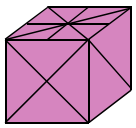
a.

Pavé droit	Longueur	Largeur	Hauteur
❶	4,5 cm	2 cm	6 cm
❷	27 mm	1,5 cm	42 mm
❸	5,3 cm	25 mm	74 mm

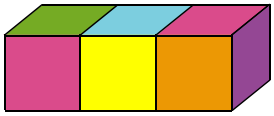
b.

Cube	Longueur de l'arête
❹	4,5 cm
❺	56 mm

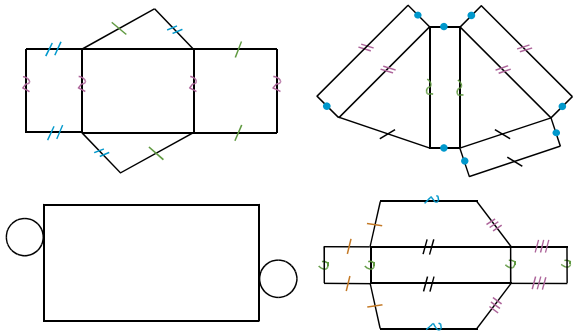
24 Réalise un patron de ce cube d'arête 3,6 cm sachant que les motifs sur deux faces opposées sont identiques.



25 Réalise un patron de ce pavé droit composé de trois cubes identiques d'arête 2 cm, en respectant les couleurs.



26 Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits ? Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.



27 Un prisme droit ayant pour base un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 4 cm a une hauteur de 2 cm.

a. Donne la nature de chacune des faces de ce prisme puis dessine chacune d'elles en vraie grandeur.

b. Construis trois patrons non superposables de ce prisme.

c. Dessine trois représentations en perspective cavalière de ce prisme avec la face avant différente pour chacune.

d. Sur la première représentation, repasse d'une même couleur les arêtes parallèles. Sur la deuxième représentation, repasse en rouge deux arêtes perpendiculaires. Sur la troisième représentation, colorie en vert deux faces parallèles.

28 Pour chacune des questions suivantes, trace un prisme droit en perspective cavalière, décris précisément ses faces puis trace un patron :

a. Il a cinq faces dont une est un rectangle de 6 cm sur 4 cm et une autre est un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

b. Il a six faces dont une est un parallélogramme de côtés 5 cm et 7 cm, et dont une autre est un carré de 5 cm de côté.

c. Il a huit faces dont six d'entre elles sont des rectangles de 3 cm sur 4 cm et un côté de la base mesure 3 cm.

29 *Visible ou caché ?*

La figure ci-contre représente les huit sommets d'un pavé droit. Reproduis deux figures similaires puis complète-les de façon à ce que les quatre points marqués en rouge forment :

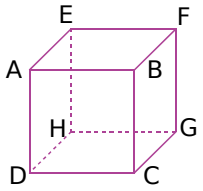


a. la face de devant sur la première figure ;

b. la face de derrière sur la deuxième figure.

30 *Triangles particuliers*

On a représenté ci-contre un cube d'arête 4,5 cm.



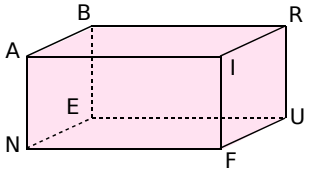
a. Quelle est dans la réalité la nature du triangle BFG ? Justifie.

b. Quelle est dans la réalité la nature du triangle GBD ? Justifie.

c. Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

31 *Triangles particuliers (bis)*

ABRINEUF est un pavé droit représenté ci-après en perspective cavalière. On donne BR = 7 cm et AN = AB = 4 cm.



a. Quelle est dans la réalité la nature :

- du triangle ABI ?
- du triangle BIN ?

Justifie tes réponses.

b. Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

32 *Se méfier des apparences*

On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice **31**.

a. Nomme deux arêtes qui sont perpendiculaires dans la réalité, mais pas sur le dessin.

b. Peux-tu répondre à la même question en remplaçant le mot « perpendiculaires » par « parallèles » ?

33 *Vrai ou faux ?*

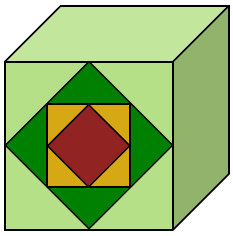
On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice **31**.

a. Que peux-tu dire :

- des droites (AN) et (AI) ?
- des droites (AB) et (AI) ?

b. Que penses-tu alors de l'affirmation : « *Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.* » ?

34 *Belle perspective*

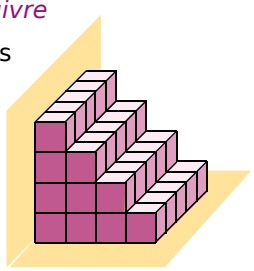


a. Reproduis le cube ci-contre en perspective cavalière sur papier quadrillé.

b. Reproduis sur chaque face visible le motif figurant sur la face de devant.

35 *La bonne marche à suivre*

En collant des blocs cubiques identiques de 40 cm d'arête, on a construit un escalier comprenant quatre marches. Cet escalier doit ensuite être verni.



a. Combien de cubes constituent l'escalier ?

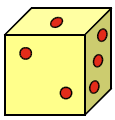
b. Combien de faces carrées vont être vernies, sachant qu'on ne vernit pas la partie en contact avec le sol ou avec le mur ?

c. Un pot de 1 L de vernis couvre 15 m^2. Combien faudra-t-il de pots pour passer deux couches sur l'escalier ?

d. Calcule le nombre de cubes nécessaires à la fabrication d'un escalier semblable mais comprenant 100 marches.

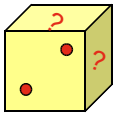
36 *Des dés*

Sur un dé à jouer, la somme des nombres de points inscrits sur deux faces opposées est égale à 7.



a. Construis un patron du dé ci-dessus puis marque les points sur chaque face.

b. Sachant que le dé est à présent posé sur la face à trois points, combien de points comporte la face du dessus ? Et la face de droite ?



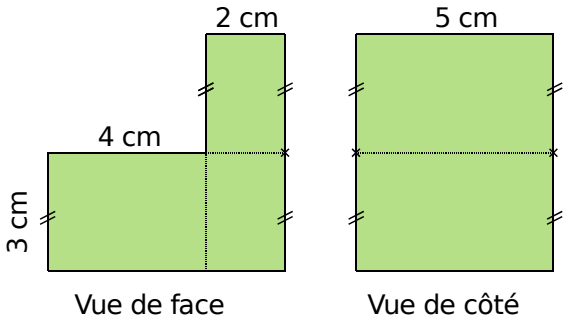
Exercices d'approfondissement

37 *Patron*

On donne ci-dessous la vue de face et la vue de côté d'un solide composé de deux parallélépipèdes rectangles accolés.

a. Donne les dimensions de chaque parallélépipède rectangle.

b. Fais un patron de chacun d'entre eux.



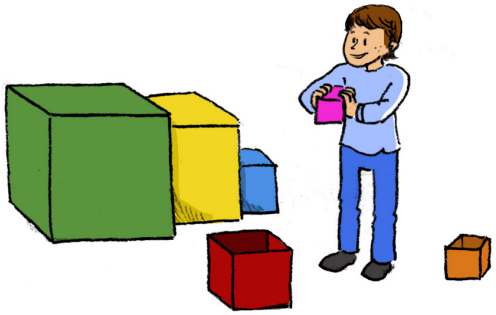
38 *Un solide peut en cacher un autre*

On considère un cube de 5 cm d'arête.

a. Sur papier quadrillé, trace une représentation en perspective cavalière de ce cube puis marque les milieux des arêtes de la face de « dessus » et de la face de « dessous ».

b. Décris le solide obtenu en reliant les huit points que tu as marqués. Fais-en un patron.

c. Que se passe-t-il si on recommence le processus ?



Travail de recherche

Solides de Platon

1er Partie : Recherche

a. Recherchez dans un dictionnaire, une encyclopédie ou sur internet, des informations sur les solides de Platon.

b. Quelles sont leurs caractéristiques (nombre de sommets, d'arêtes et de faces) ?

c. Quels éléments essentiels représentent-ils ?

d. Trouvez les patrons de ces solides.

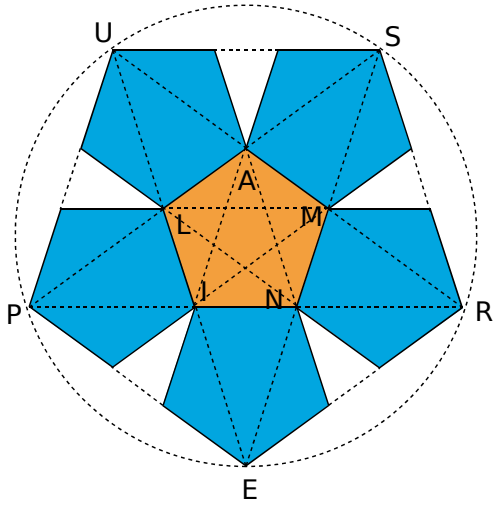
2e Partie : Dodécaèdre

e. Sur du papier assez épais (papier à dessin par exemple), chacun trace un pentagone régulier SUPER.

f. Tracez l'étoile à cinq branches SPRUE.

g. Au centre de l'étoile, on voit apparaître un petit pentagone, appelez-le MALIN.

h. Tracez ses diagonales et prolongez-les jusqu'à ce qu'elles coupent les côtés du pentagone SUPER. Vous obtenez un demi-patron de dodécaèdre. Assemblez-en deux pour former un dodécaèdre entier.

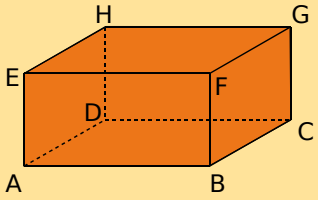
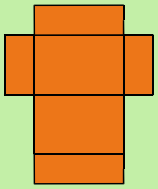
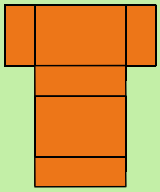
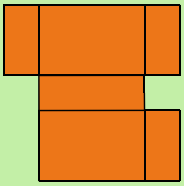
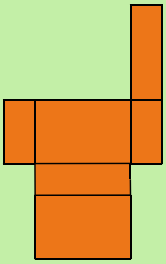


3e Partie : Autres solides

i. Répartissez-vous le travail dans le groupe pour réaliser les patrons des autres solides de Platon.

j. Préparez avec toutes ces informations un panneau ou un diaporama.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	 ABCDEFGH est un pavé droit.	[HD] est une arête	[EF] est une arête	[BG] est une arête	[AG] est une arête
2		La longueur EA sur la figure est en vraie grandeur	La longueur FG sur la figure est en vraie grandeur	La longueur FC sur la figure est en vraie grandeur	La longueur HC sur la figure est en vraie grandeur
3		Les faces ABCD et AEFB sont parallèles	Les faces ABCD et EFGH sont parallèles	Les faces EADH et FBCG sont parallèles	Les faces EADH et EFGH sont parallèles
4		AB = EF = HG	FG = EF	EH = AD = HG	HD = EA = FB
5		(AD) est perpendiculaire à (AB)	(AD) et (BC) sont parallèles	(AD) et (DC) sont parallèles	(AD) est perpendiculaire à (HD)
6		FBC est équilatéral	FHE est isocèle en F	BCD est quelconque	FBC est rectangle en B
7	ABCDEFGH a pour patron(s) possible(s)...				
8	Trouve les affirmations vraies.	Un cube est un pavé particulier	Un pavé est un cube particulier	Toutes les arêtes du cube ont la même longueur	Les pavés ont autant de sommets que de faces
9	Trouve les affirmations vraies.	Toutes les faces d'un prisme droit sont toujours des rectangles	Toutes les faces latérales d'un prisme droit sont toujours des rectangles	Les bases d'un prisme droit sont parallèles et peuvent être différentes	Les bases d'un prisme droit sont identiques et parallèles

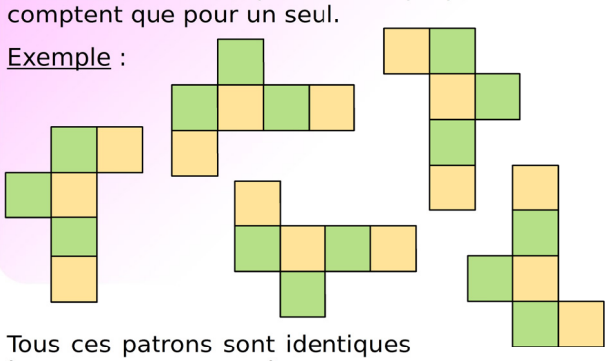
Récréation mathématique

Patrons du cube

Dessine tous les différents patrons d'un cube. Combien y en a-t-il ?

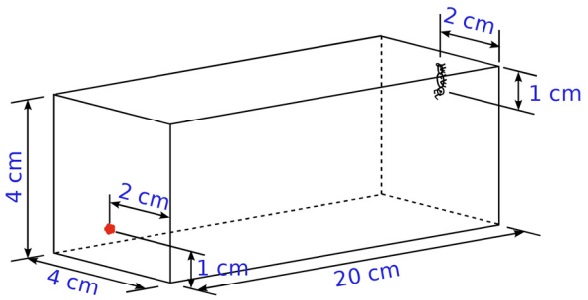
Attention : Deux patrons superposables ne comptent que pour un seul.

Exemple :



Tous ces patrons sont identiques à un retournement près.

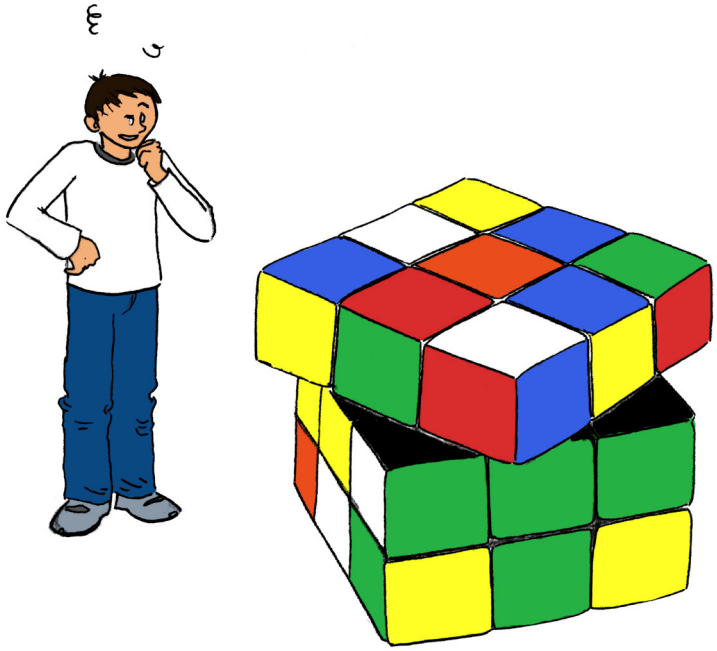
La fourmi gourmande



Une fourmi se trouve sur une face carrée d'une boîte qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Une goutte de confiture se trouve sur la face carrée opposée. La fourmi veut manger la confiture. Aide-la à trouver le plus court chemin (inférieur à 24 cm).

Volumes

16



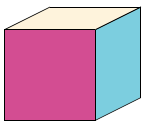
Narration de recherche

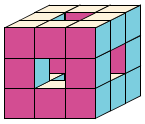
À la première étape, on considère un grand cube d'arête 9 cm formé de petits cubes de volume 1 cm³.

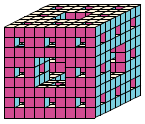
À la deuxième étape, on enlève tous les cubes moyens situés au centre des faces et à l'intérieur comme sur la 2e figure ci-contre.

À la troisième étape, on recommence en enlevant les petits cubes situés au centre des faces et à l'intérieur de chaque cube moyen restant, comme sur la 3e figure.

Calculer en cm³ le volume de l'objet aux étapes 1, 2 et 3.

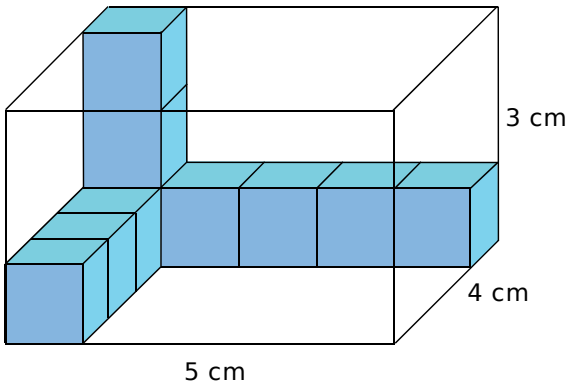






Activité 1 : Volume d'un parallélépipède rectangle

1. On souhaite remplir la boîte ci-dessous en forme de **parallélépipède rectangle** avec des cubes d'un centimètre d'arête. On rappelle qu'un cube de 1 cm d'arête a un **volume** de 1 cm^3.



a. Combien de cubes faut-il pour remplir le fond de la boîte ?

b. En comptant les cubes déjà dans la boîte, combien de couches faut-il pour remplir toute la boîte ?

c. En comptant les cubes déjà dans la boîte, combien de cubes faut-il au total pour remplir toute la boîte ?

d. Déduis-en le volume de cette boîte.

2. Reprends les questions précédentes avec une boîte de dimensions 9 cm, 10 cm, 12 cm.

3. Quelles dimensions doit-on connaître pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle ? Déduis-en une formule permettant de le calculer.

Activité 2 : Conversions

1. Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 4 cm, 6 cm et 8 cm.

a. Quel est son volume en cm^3 ?

b. Combien faut-il de cubes de 1 mm d'arête pour le remplir ?

c. Quel est son volume en mm^3 ?

d. Quelle opération doit-on effectuer pour passer du volume d'un solide en cm^3 à son volume en mm^3 ?



2. **Une petite expérience**

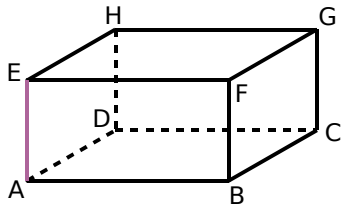
a. Trouve un récipient de forme parallélépipédique. Mesure ses dimensions et calcule son volume en dm^3.

b. Quelle est la **capacité** de ce récipient en litres ? (Si elle n'est pas indiquée sur le récipient, tu pourras le remplir d'eau puis mesurer sa capacité à l'aide d'une éprouvette graduée.)

c. Déduis-en alors la correspondance entre un volume en dm^3 et une capacité en litres.

Activité 3 : Remplir un prisme... (≥**)

1. Pour un parallélépipède rectangle



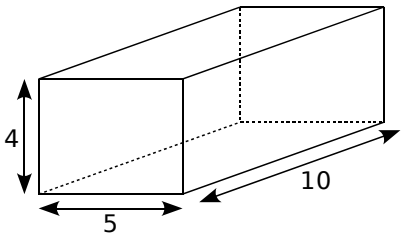
a. ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 10 cm, BC = 7 cm et AE = 5 cm. Calcule le volume de ce pavé.

b. Lorsqu'on regarde ce pavé droit comme un prisme ayant pour hauteur le segment [AE], cite les bases du prisme et calcule l'aire de l'une d'entre elles.

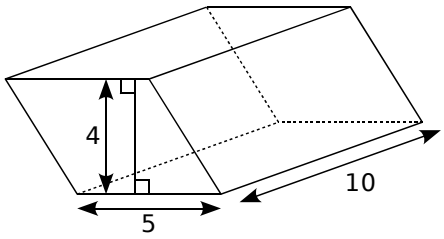
c. Dans ce cas, que représente le produit de l'aire d'une des bases par la hauteur ?

2. Pour un prisme droit

Les deux prismes droits suivants ont le même volume. Explique pourquoi. Propose alors une formule qui donne le volume d'un prisme droit ayant pour base un parallélogramme en utilisant l'expression « aire de la base ».



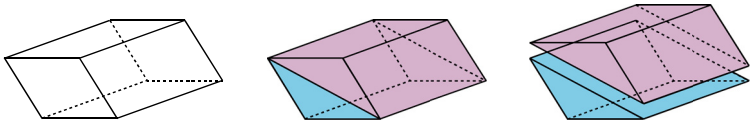
Pavé droit



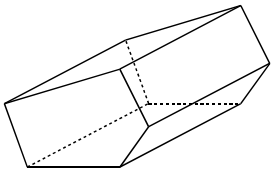
Prisme droit
ayant pour base un parallélogramme

3. À base triangulaire

Observe l'illustration ci-dessous réalisée à partir d'un prisme droit ayant pour base un parallélogramme, puis explique pourquoi la formule vue au **2.** est encore valable pour un prisme à base triangulaire.



4. Pour finir ...

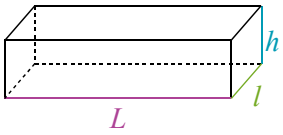


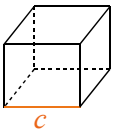
a. En t'inspirant de la question **3.**, dessine ce prisme droit à base pentagonale et découpe-le en prismes droits à bases triangulaires. La formule vue au **2.** est-elle encore valable ? Pourquoi ?

b. Sachant que l'aire du pentagone est de 15 cm² et que la hauteur de ce prisme est de 3 cm, quel est son volume ?

Méthode 1 : Calculer le volume d'un cube et d'un parallélépipède rectangle

À connaître





Volume du parallélépipède rectangle	Volume du cube
$V = L \cdot l \cdot h$	$V = c \cdot c \cdot c$

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

Remarque : Un parallélépipède rectangle peut également s'appeler un **pavé droit**.

Exemple : Calcule le volume d'un pavé droit de 32 mm de longueur, 2,5 cm de largeur et 0,4 dm de hauteur.

$V = L \cdot l \cdot h$ → On écrit la formule.

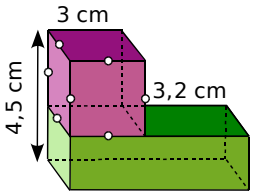
$V = 3{,}2 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}.$
$V = 32 \text{ cm}^3.$ → On remplace par les données numériques exprimées dans la même unité : 32 mm = 3,2 cm et 0,4 dm = 4 cm.

Le volume du pavé droit est de 32 cm^3.

Exercices « À toi de jouer »

1 Calcule le volume d'un cube de 6,1 dm de côté.

2 Calcule le volume du solide ci-contre.



Méthode 2 : Calculer l'aire latérale d'un prisme droit

À connaître

Pour calculer **l'aire latérale d'un prisme droit**, on multiplie le périmètre d'une base par la hauteur : $\mathbf{A_{latérale} = P_{base} \cdot h}$.

Exemple : Détermine l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 10 cm ayant pour base un parallélogramme ABCD tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm.

On calcule le périmètre du parallélogramme ABCD qui est une base du prisme droit :

$$P_{base} = 2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}.$$

On multiplie le périmètre d'une base par la hauteur :

$$A_{latérale} = P_{base} \cdot h = 16 \cdot 10 = 160 \text{ cm}^2.$$

L'aire latérale de ce prisme droit vaut 160 cm^2.

Exercices « À toi de jouer »

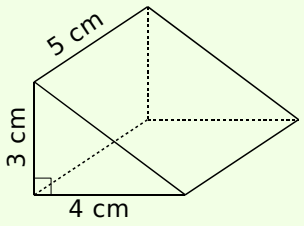
3 Calcule l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 9 cm ayant pour base un carré de côté 3 cm.

Méthode 3 : Calculer le volume d'un prisme droit (≥**)

À connaître

Pour calculer **le volume d'un prisme droit**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur : $\mathbf{V = A_{base} \cdot h}$.

Exemple : Détermine le volume du prisme droit suivant :



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$A_{base} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm².

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$V = A_{base} \cdot h = 6 \cdot 5 = 30$ cm³.

Le volume de ce prisme droit vaut 30 cm³.

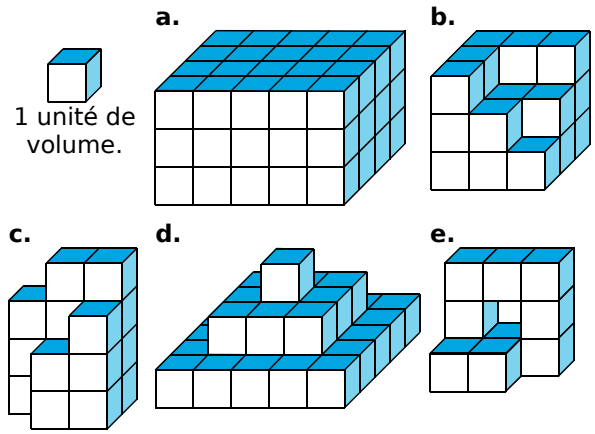
Exercices « À toi de jouer »

4 Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.

Exercices d'entraînement

Calculer des volumes

1 *Volume par comptage*



Donne le volume de chaque solide en unités de volume. Les volumes sont supposés pleins.

2 *Volume de pavés*

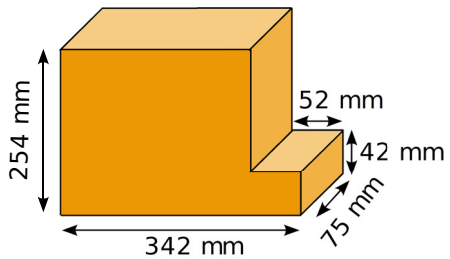
Recopie le tableau et calcule les valeurs de a, b, c, d, e et f.

	Longueur	Largeur	Hauteur	Volume
P_1	3 cm	1 cm	2 cm	a
P_2	3,5 mm	2 mm	1 mm	b
P_3	2,2 dm	8 cm	3 dm	c
P_4	6 dm	5 dm	d	120 dm^3
P_5	e	4 m	3,2 m	74,24 m^3
P_6	2,5 hm	2,7 dam	f	81 dam^3

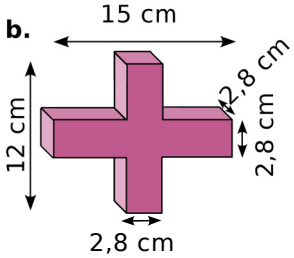
3 *Des solides*

Calcule le volume de chaque solide constitués de parallélépipèdes rectangles.

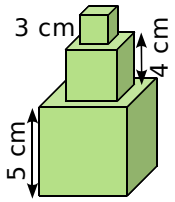
a.



b.

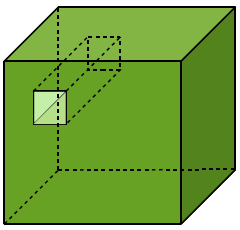


c. Pile de cubes

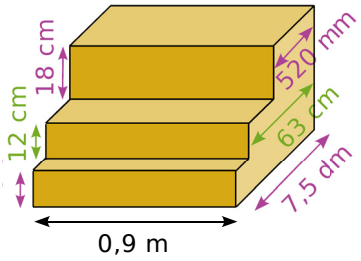


4 *Attention aux unités*

a. Un cube de côté 1,2 m est percé de part en part par un trou fait à partir d'un carré de côté 12 cm. Calcule le volume du solide obtenu.

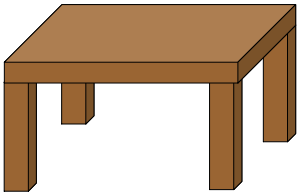


b. Calcule en cm^3 le volume de ce solide.



5 *Des tables*

Une table est composée d'un plateau rectangulaire de 3 cm d'épaisseur qui mesure 1,3 m de long et 0,8 m de large. Les pieds ont une base carrée de 9 cm de côté et une hauteur de 72 cm.



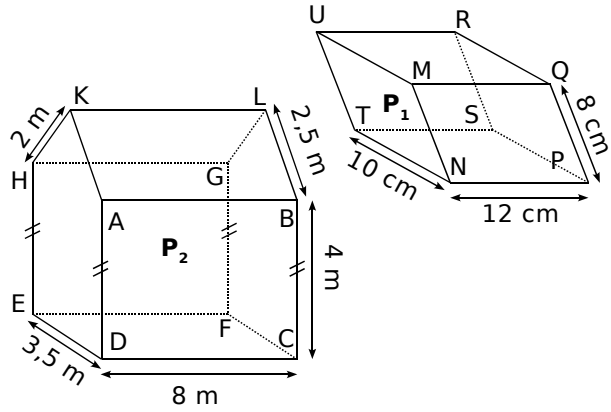
a. Calcule le volume de bois nécessaire pour fabriquer cette table.

b. Le chêne qui constitue cette table a une densité d'environ 0,7, ce qui signifie qu'un mètre cube de chêne pèse 700 kg. Combien pèse cette table si on la construit en chêne ?

c. Une autre table construite en ébène (densité = 1,10) a une masse de 60,5 kg. Quel est le volume de cette table ?

Aires latérales

6 *Reconnaître la base*



P_1 et P_2 sont des prismes droits. Pour chacun détermine une base et calcule son périmètre.

7 Calcule le périmètre des bases puis l'aire latérale des prismes droits suivants :

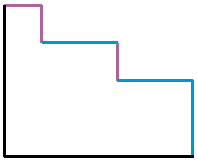
Solide	base	hauteur
Prisme 1	Carré de côté 6 cm	12 cm
Prisme 2	Rectangle de 8 m sur 2,5 m	1,5 m
Prisme 3	Triangle équilatéral de côté 6 cm	20,5 cm

8 *Ne pas se fier à la taille ni à la forme*

P_1 est un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un pentagone dont tous les côtés mesurent 14,4 cm. P_2 est un prisme droit de hauteur 6 cm ayant pour base un triangle équilatéral de côté 32 cm. Compare les aires latérales de ces deux prismes.

9 *Plan d'une surface*

Sur le schéma ci-contre, les segments roses mesurent 0,5 cm, les bleus mesurent 1 cm et tous les angles sont droits.



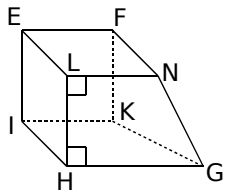
Représente la surface latérale d'un prisme droit qui a ce polygone pour base et une hauteur de 9 cm, puis calcule son aire et son volume.

Prismes droits (≥**)

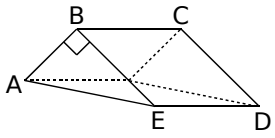
10 *Bien observer*

On a représenté ci-dessous des prismes droits. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.

a.



b.



11 *Appliquer les formules*

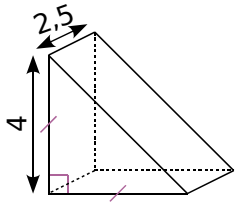
Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4 cm². Calcule son volume.

12 Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle (l'unité est le centimètre).

a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

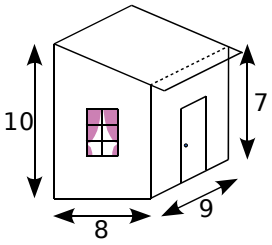
b. Calcule l'aire d'une base.

c. Calcule le volume du prisme.



13 *Choix d'un poêle*

On veut chauffer la maison représentée ci-contre à l'aide d'un poêle à bois (l'unité est le mètre).



Les caractéristiques de ce poêle à bois sont :

- puissance : 10 000 W ;
- Capacité de chauffage : 420 m³ ;

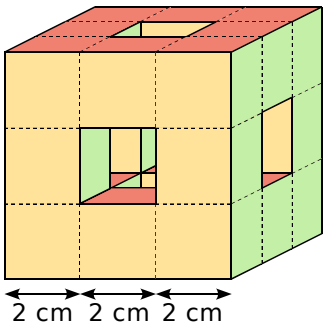
La capacité du poêle choisi est-elle suffisante ?

14 *Chasse d'eau*

Un réservoir de chasse d'eau a la forme d'un pavé droit de 30 cm de longueur, 24 cm de largeur et 18 cm de hauteur. Il est rempli aux trois quarts de sa hauteur. Combien de litres d'eau sont utilisés lorsqu'on tire cette chasse d'eau ?

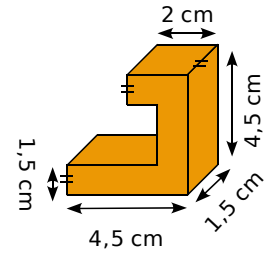
15 *Cube percé*

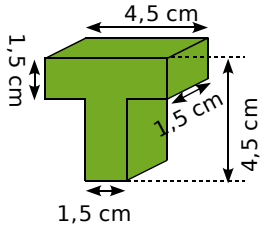
Calcule le volume de ce solide qui est un cube percé de part en part au centre de chaque face.



16 *Des pièces*

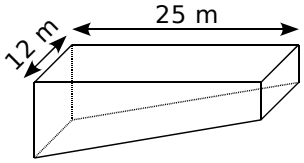
Les figures ci-dessous représentent deux pièces d'un jeu. Ces pièces sont des prismes droits. Compare leurs volumes respectifs.





17 *(≥**) Piscine*

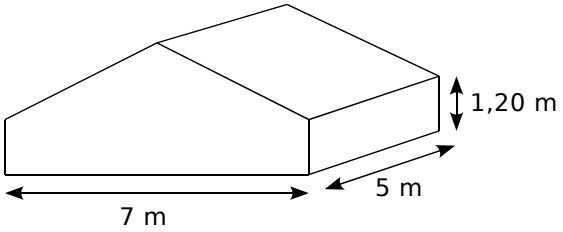
Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.



Quel volume d'eau contient-elle ?

18 *(≥**) Hauteur d'une pièce*

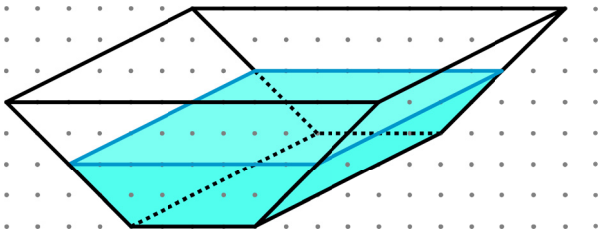
Le volume de la pièce mansardée ci-dessous est de 77 m^3.



Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?

19 *(≥**) Véhicule de transport en vrac*

Un tombereau a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle de petite base 40 cm et de grande base 80 cm. On l'a représenté en perspective cavalière sur papier pointé.



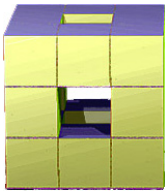
Sachant que ce tombereau est profond de 120 cm et haut de 40 cm, détermine le volume de la partie bleue correspondant au tombereau rempli à mi-hauteur.

Eponge de Menger

1re Partie : Réalisation

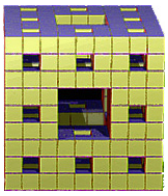
a. Réalisez 20 cubes identiques en papier d'arêtes 4 cm.

b. Placez ces 20 copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de 12 cm d'arêtes sans les parties centrales. Comme le dessin ci-dessous :



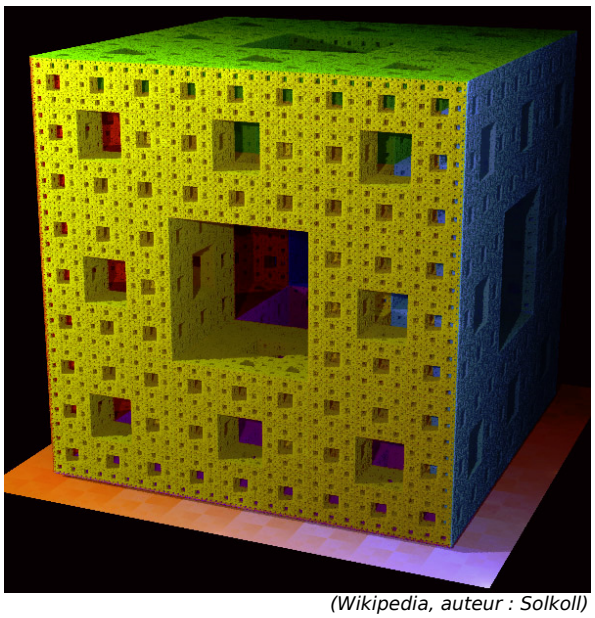
Étape 1

c. Regroupez toutes les copies des cubes réalisées et complétez leurs nombres pour en avoir 400. Placez ces 400 copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de 36 cm d'arêtes sans les parties centrales. Comme le dessin ci-dessous :



Étape 2

d. Combien de cubes seraient nécessaire pour construire la 3ème étape ? Quelle hauteur atteindrait l'éponge de Menger ?



(Wikipedia, auteur : Solkoll)

2ème Partie : Volumes

La construction d'une éponge de Menger peut être décrite de la manière suivante :

- débuter par un cube,
- réduire le cube au tiers et en faire 20 copies,
- placer ces copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de la même taille que l'original, sans les parties centrales,
- répéter le processus à partir de l'étape 2 pour chacun des 20 cubes ainsi créés.

Le solide obtenu à la limite, après un nombre infini d'itérations, est l'éponge de Menger.

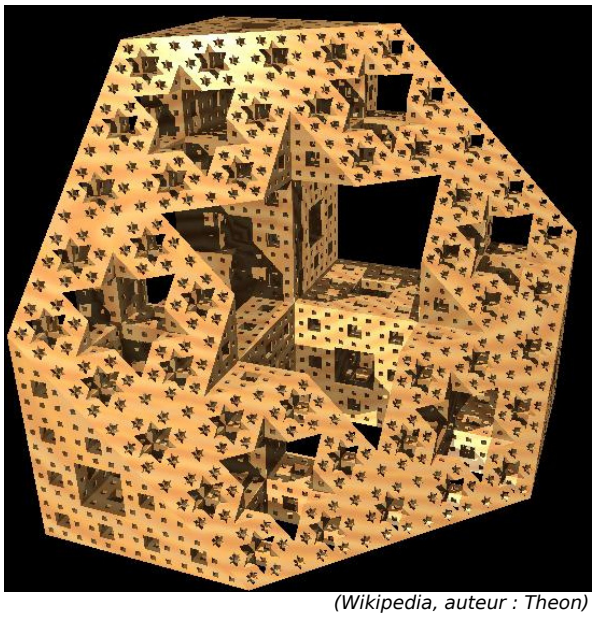
e. Que vaut le volume de l'étape 0, si on prend un cube d'arête 9 cm ?

f. Que vaut le volume de l'étape 1 ? l'étape 2 ? et l'étape 3 ?

g. Que dire du volume à l'étape 10 ? et 100 ?

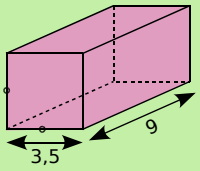
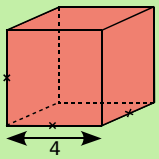
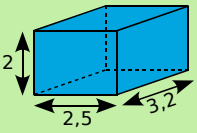
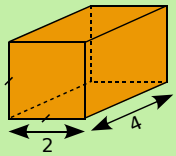
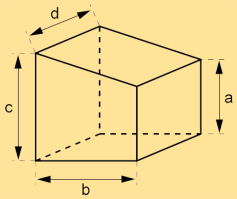
h. Que peut-on conclure ?

Ci-dessous, une éponge de Menger, coupée par un plan transversal passant par les milieux des six côtés du cube



(Wikipedia, auteur : Theon)

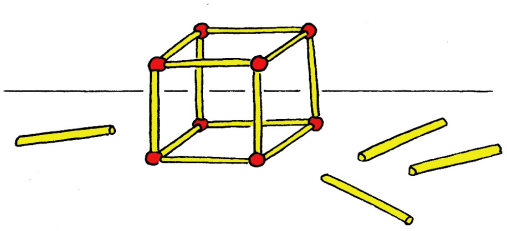
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Le volume d'un cube de 3 cm d'arête est...	3 cm^3	9 cm^3	27 cm^3	12 cm^3
2	Quelle phrase est vraie ?	Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume double aussi	Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 4	Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 8	Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 16
3	Mon volume est 16 m^3. Qui puis-je être ? (Les solides sont des pavés droits et les longueurs sont exprimées en mètres.)				
4	Mon volume est de 12 cm^3 et la longueur totale de mes arêtes est de 28 cm. Qui puis-je être ?	Je suis un pavé de dimensions 2 ; 2 et 3 en centimètres	Je suis un cube d'arête 3 cm	Je suis un pavé de dimensions 2 ; 7 et 2 en centimètres	Je suis un pavé de dimensions 6 ; 2 et 1 en centimètres
5	Quelle(s) phrase(s) te semble(nt) raisonnable(s) ?	Mesurer la contenance d'une bouteille en cL	Mesurer le volume d'une pièce en km^3	Mesurer le volume de la Terre en km^3	Mesurer le volume d'une piscine en mm^3
(≥**) 6	Sur ce prisme droit quel segment est sa hauteur ? 	a	b	c	d

Récréation mathématique

Un petit jeu de construction

Comme cadeau de Noël, Zohra a eu un jeu avec des petites tiges aimantées et des boules métalliques. Au bout de chaque tige, on peut aimanter une autre tige ou une boule.



Elle dispose de 48 tiges et de 8 boules. Elle cherche à construire, en utilisant tout ce matériel, le pavé droit le plus volumineux possible.

a. Quels pavés droits peut-elle construire ?

b. Quel est celui qui a le plus grand volume ? Le plus petit volume ?

À pleins poumons...

a. Recherche, sur Internet ou ailleurs, la quantité d'air moyenne expirée, à chaque respiration, par un adulte. Puis recherche la quantité moyenne d'air expirée par un adulte en une minute.

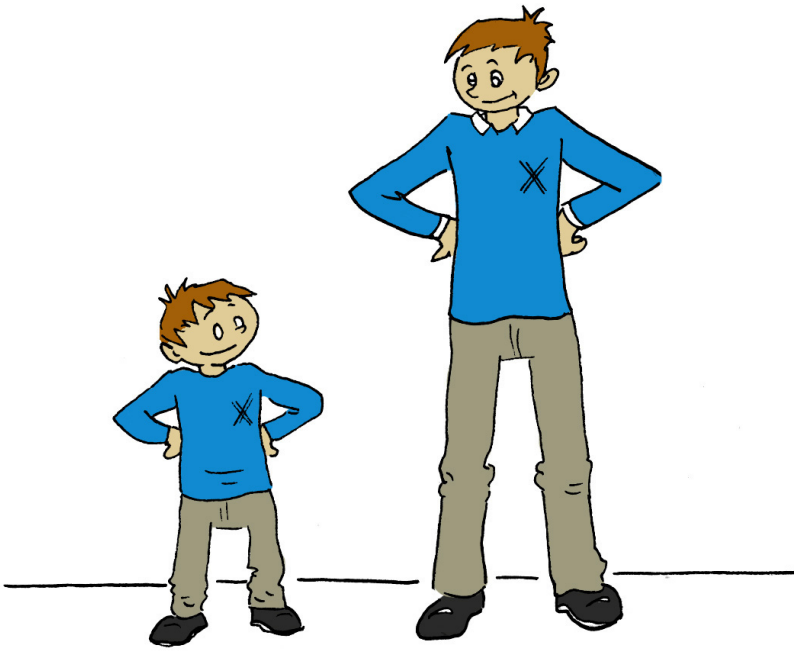
b. Calcule alors le volume moyen d'air expiré par un adulte en une journée (24 h).

c. Cherche une approximation de la population sur Terre.

d. Calcule alors une approximation de la quantité d'air expirée par les humains sur Terre en une journée. Compare avec le volume de la Lune !

Proportionnalité

17



Narration de recherche

Si six scies scient six cents troncs en six jours, en combien de jours neuf cents scies scient-elles mille deux cents vieux troncs ?



Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Proportionnalité ou pas ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Taille et poids d'un enfant entre 0 et 2 ans							Prix des pommes					
2	Taille en m	0,49	0,67	0,72	0,8	0,98		Masse en kg	2,5	4	5	6,4	7,5
3	Poids en kg	3,27	7,5	11	12,5	14,35		Prix en CHF	5,5	8,8	11	14,08	16,5
4													
5													
6													
7	Câble électrique							Des âges					
8	Longueur en m	7,8	12	15	24	45		Âge de Julie	4	6,5	9	10,5	13
9	Prix en CHF	12,87	19,8	24,75	39,6	74,25		Âge de sa maman	26	28,5	31	32,5	35
10													

1. Considère séparément chacun des tableaux. Les grandeurs comparées sont-elles **proportionnelles** ?

2. Note dans ton cahier le résultat de B3 : B2 (tu peux utiliser ta calculatrice), puis le résultat de C3 : C2, puis celui de D3 : D2. Que peux-tu en conclure ?

3. Fais les mêmes calculs pour les autres situations afin de vérifier tes réponses à la question **1.**.

4. Réponds si possible aux questions suivantes.

a. Quel sera le poids de l'enfant lorsqu'il mesurera 1 m ?

b. Quel est le prix de 8 kg de pommes ?

c. Quel est le prix de 35 m de câble électrique ?

d. Quel sera l'âge de la maman lorsque Julie aura 17 ans ?

Activité 2 : Et pour un ?

Pour composer un lunch, un traiteur propose des toasts et du punch. Il prépare :

- six toasts par personne ;
- des saladiers de punch de 5 l qui permettent de servir 40 verres chacun.

1. Combien de toasts devra-t-il préparer pour une réception de 30 personnes ? De 45 personnes ? De 60 personnes ? De 75 personnes ?

2. Un client lui dit : « 5 l pour 40 verres ? N'est-ce pas de trop petites rations ? » Comment faire pour le rassurer ?

3. Chaque personne ne se servant qu'une fois, quelle quantité de punch le traiteur devra-t-il préparer pour une réception de 30 personnes ? De 45 personnes ? De 60 personnes ? De 75 personnes ?

4. À la fin d'une réception, il reste 2 l de punch dans un saladier. Combien de verres le traiteur n'a-t-il pas servis ?

5. Aide-le à réaliser un tableau avec lequel il pourra calculer le volume de punch à préparer pour un nombre de convives précis.

Activité 3 : Cœfficient de proportionnalité

1. À la boulangerie

La boulangère veut préparer une feuille de calcul pour lui permettre de déterminer plus rapidement le prix lors de la vente des croissants.

Fais un tableau contenant tous les prix de 2 à 10 croissants

	A	B
1	Nombre de croissants	Prix à payer en francs
2	1	0,95
3	2	
4	3	

2. Comparaison de prix

a. À la station Seso, Rachid a acheté 43 l d'essence et a payé 41,71 CHF. Reproduis le tableau et détermine le prix que paiera Julia qui a mis 37 l d'essence dans son réservoir, sachant que le prix à payer est proportionnel au nombre de litres d'essence.

b. Bruno, lui, a fait le plein de 48 l d'essence à la station Motal et a payé 44,64 CHF. À l'aide d'un tableau, réponds à la question suivante : Bruno aurait-il dû aller à la même station que Rachid ?

	A	B
1	Station Seso	
2	Nombre de litres d'essences	Prix à payer en francs
3	43	41,71
4	1	

Activité 4 : Premiers calculs

Dans une jardinerie, la pancarte ci-dessous indique le nombre de sacs de graines à utiliser en fonction de la surface du terrain à ensemencer.

Terrain de 375 m²



Terrain de 500 m²



1. À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes :

Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?

Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?

Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?

Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?

Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?

2. Trouve un moyen simple de présentation pour synthétiser ces questions et ces réponses.

3. Propose plusieurs méthodes pour déterminer quelle surface de gazon on peut recouvrir avec un seul sac.

Activité 5 : Recette de cuisine

1. Pour faire un gâteau pour six personnes, il faut 150 g de sucre.

a. Manon souhaite faire un gâteau deux fois moins gros. Quelle quantité de sucre doit-elle utiliser ?

b. Marine doit faire ce gâteau pour 9 personnes. Propose plusieurs façons de trouver la masse de sucre qu'elle doit utiliser.

c. Sabrina dispose de 200 g de sucre. Détermine de plusieurs façons pour combien de personnes sera le gâteau.

2. Les masses de farine et de sucre sont proportionnelles. Reproduis le tableau de proportionnalité et complète-le le plus astucieusement possible.

Masse de sucre en g	50	130	100	180	230	115
Masse de farine en g	65	169				

Méthode 1 : Identifier une situation de proportionnalité

À connaître :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'une s'obtient en multipliant (ou en divisant) l'autre par un même nombre non nul.
Ce coefficient multiplicateur est un **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1 : Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super. Détermine le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile.

Données du problème

Doses d'huile	2	...
Doses de super	3	...

$\bullet\ k$

Le nombre k vérifie : $2 \bullet k = 3$

Donc : $k = \frac{3}{2}$

k est le quotient de 3 par 2

Ainsi : $k = 1{,}5$

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile est 1,5.

Remarque : Soit h le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose d'huile en fonction de la dose de super :

Données du problème

Doses d'huile	2	...
Doses de super	3	...

$\bullet\ h$

Le nombre h vérifie : $3 \bullet h = 2$

Donc : $h = \frac{2}{3}$

h est le quotient de 2 par 3

Donc Dose d'huile $= \frac{2}{3} \bullet$ Dose de super

À connaître :

Pour vérifier si deux **grandeurs** sont **proportionnelles**, on doit s'assurer qu'elles évoluent toutes les deux dans les mêmes proportions.

Exemple 2 : Les tarifs des remontées mécaniques d'une station de ski sont les suivants : 50 CHF la journée, 90 CHF les deux jours et 240 CHF les 6 jours. Le prix à payer est-il proportionnel à la durée ?

Si le prix à payer était proportionnel à la durée, en payant 50 CHF la journée, on devrait payer le double pour deux jours, soit 100 CHF et 6 fois plus pour six jours, soit 300 CHF.

Comme ce n'est pas le cas, le prix à payer n'est pas proportionnel à la durée.

Exercice « À toi de jouer »

1 Un magasin vend 2 kg de pommes pour 5 CHF. Par quel nombre faut-il multiplier le nombre de kg de pommes pour obtenir celui du prix ?

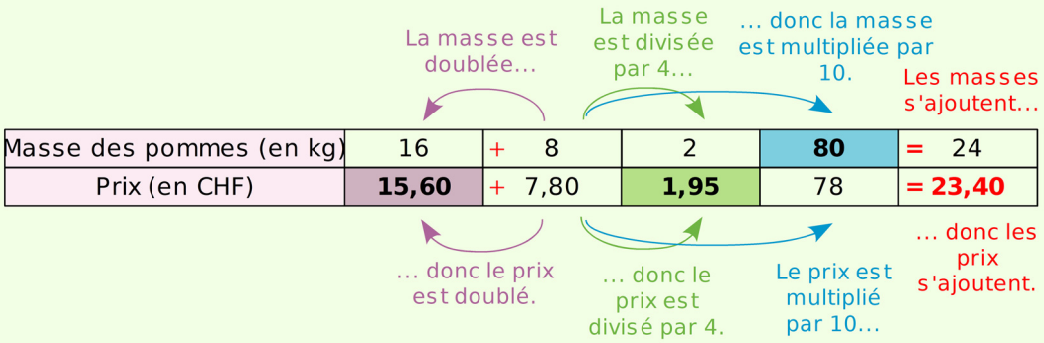
2 Un commerçant vend ses croissants à 0,65 CHF l'unité ou à 5,00 CHF le paquet de 10. Cette situation ne relève pas d'une situation de proportionnalité. Explique pourquoi.

Méthode 2 : Utiliser les propriétés de la proportionnalité

Exemple : Complète le tableau de proportionnalité suivant.

Masse de pommes (en kg)	16	8	2		24
Prix (en CHF)		7.8		78	

Le prix est proportionnel à la masse de pommes.



Exercice « À toi de jouer »

3 La voiture de Marie consomme 4,5 l d'essence sur 100 km.

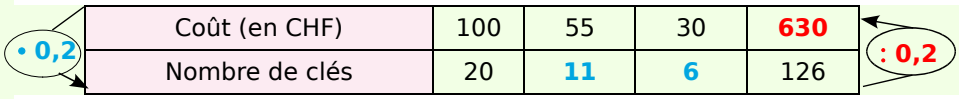
a. Quelle sera sa consommation si elle parcourt 150 km ? 250 km ? 1 250 km ?

b. La voiture de Marie a consommé 13,5 l d'essence. Quelle distance a-t-elle parcourue ? Quelle distance peut-elle parcourir avec 135 l d'essence ?

Méthode 3 : Calculer avec un cœfficient de proportionnalité

Exemple : Lucie paye 100 CHF pour acheter 20 clés. Quelle est le nombre de clés qu'elle peut acheter pour 55 CHF ? Et pour 30 CHF ? Si elle désire acheter 126 clés, Combien devra-t-elle payer ?

Le nombre de clés est proportionnel au prix.



- On calcule le **cœfficient de proportionnalité** : 20 : 100 = **0,2**.
- Pour trouver les nombres de la 2e ligne du tableau, on multiplie les nombres de la 1re ligne par le cœfficient de proportionnalité. Pour trouver les nombres de la 1re ligne du tableau, on divise les nombres de la 2e ligne par le cœfficient de proportionnalité.

Exercices « À toi de jouer »

4 Complète le tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de personnes	7	13	5		
Prix payé pour entrer au cinéma (en CHF)	45,50			65	71,50

5 Un skipper doit acheter plusieurs bouts de cordage. Il choisit un cordage à 17,50 CHF les cinq mètres. Combien coûte un bout de 15 m ? De 3,5 m ? De 23 m ? Quelle longueur obtient-il avec 87,50 CHF ?

Méthode 4 : Reconnaître un tableau de proportionnalité

À connaître :

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans **tout** le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Ces tableaux de nombre sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

$\frac{12}{5} = \mathbf{2,4}$ donc 2,4 est un coefficient de proportionnalité potentiel et on vérifie qu'il convient pour les autres valeurs :

$8 \cdot \mathbf{2,4} = 19,2$ $\quad 14 \cdot \mathbf{2,4} = 33,6$

$19 \cdot \mathbf{2,4} = 45,6$ $\quad 24 \cdot \mathbf{2,4} = 57,6$

On obtient bien les valeurs du tableau, c'est un tableau de proportionnalité.

On calcule les quotients :

$\frac{12}{8} = 1,5$ $\quad \frac{18}{12} = 1,5$ $\quad \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{20}} = 1,6$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est inutile de calculer les suivants. Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

Exercice « À toi de jouer »

6 Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

3,4	7,5	9	11,6
6,8	15	18,9	23,2

b.

7	11	18	24
9,1	12,1	19,8	26,4

Exercices d'entraînement

Proportionnalité ou pas ?

1 *Chez le primeur*

a. Pour les pommes, il est affiché « 2,85 CHF le kg ». Le prix des pommes est-il proportionnel à la quantité achetée ? Justifie.

b. Pour les pamplemousses, il est affiché « 1,20 CHF l'unité, 2 CHF les deux ». Le prix des pamplemousses est-il proportionnel à la quantité achetée ? Pourquoi ?

2 Pour chaque tableau, indique si les deux grandeurs considérées sont proportionnelles ou non. Justifie tes réponses.

a. *Prix des stylos*

Nombre de stylos	3	5	7
Prix payé (en CHF)	12	20	28

b. *Prix des photos de classe*

Nombre de photos	2	5	10
Prix payé (en CHF)	16	40	60

c. *Quantité de béton nécessaire à la fabrication de ciment*

Quantité de béton (en m^3)	1	4	6
Quantité de ciment (en kg)	350	1 400	2 100

d. *Distance parcourue en fonction de la durée du parcours*

Durée (en min)	7	6	4
Distance (en km)	12,25	10,5	7

3 Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a.

2	3	7
8	12	28

b.

2	3	4
15	21	28

c.

2	4	5
7	14	17.5

d.

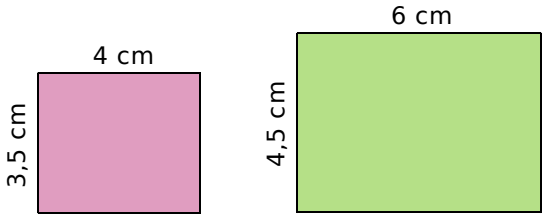
2	5	9
3.2	8	15

4 Sur une attraction d'une fête foraine, on peut lire : « 4 tickets pour 10 CHF, 10 tickets pour 18 CHF ». Les prix sont-ils proportionnels au nombre de tickets achetés ? Justifie ta réponse.

5 *La taille d'un enfant*

À 2 ans, un enfant mesurait 88 cm. À 3 ans, il mesurait 102 cm. La taille de cet enfant est-elle proportionnelle à son âge ? Justifie ta réponse.

6 *Des rectangles*



Les dimensions du premier rectangle sont-elles proportionnelles aux dimensions du second rectangle ? Justifie ta réponse.

7 *Carré*

a. Calcule le périmètre d'un carré de côté 3 cm.

b. Le périmètre d'un carré est-il proportionnel à la longueur du côté de ce carré ? Explique.

8 Un cinéma propose les tarifs suivants :

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en CHF)	12	48	135

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ?

Compléter un tableau de proportionnalité

9 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité.

a.

×6	3	4	7,5	
				54

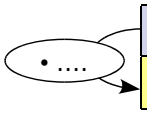
b.

×1,2	4	5,6		15
			12	

Exercices d'entraînement

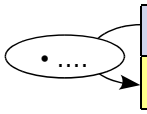
10 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité.

a.



	6	7	12,5
45		35	

b.



6	5		8,5
1,8		1,2	

11 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité suivants :

a.

0,2	0,4	0,6	0,8	6	14
6,5		19,5			

b.

4	2	1,8	5,8	0,4	6,2
9		4,05			

c.

3	6	1,5	4,5	18	22,5
4					

d.

0,4	4	0,2	4,2	1,2	14
17					

12 *Jus de pomme*

Pour fabriquer 6 l de jus de pomme, on utilise 10 kg de pommes. Recopie et complète le tableau.

Quantité de pommes (en kg)	10	7	
Quantité de jus de pomme (en l)			1

13 *Vitesse*

Un automobiliste, roulant à vitesse constante, parcourt 85 km en 1 h. Recopie et complète le tableau.

Distance parcourue (en km)		255	
Durée (en h)	1		2,5

14 *À la cantine*

Dans une cantine scolaire, la masse de viande utilisée chaque jour est proportionnelle au nombre de repas préparés. Pour la préparation de 20 repas, 4 kg de viande sont utilisés.

Recopie et complète le tableau.

Nombre de repas	20	150	
Quantité de viande (en kg)			10

15 Les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité. Recopie puis complète-les par la méthode de ton choix.

a.

2	5		20	
5		15		60

b.

4	6			48
3		12	36	

16 Un carton de 6 bouteilles de vin coûte 16,20 CHF. Recopie puis complète le tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de bouteilles	6	4	
Prix (en CHF)	16,2		24,3

17 Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus de fruits, on lit :

Valeurs nutritionnelles moyennes	
Protéines	0,4 g / 100 ml
Glucides	11,8 g / 100 ml
Lipides	0,1 g / 100 ml
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant :

Volume de jus d'orange	1 l	0,25 l	1,5 l	2 l
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

Exercices d'entraînement

18 Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel.

Recopie puis complète le tableau suivant :

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

Problèmes

19 *À la braderie*

Lors d'une braderie, un disquaire vend tous les CD au même prix. Pour deux CD, Nicolas a payé 13,50 CHF.

Trace un tableau de proportionnalité et réponds.

a. Quel prix Caroline va-t-elle payer si elle achète quatre CD ?

b. Quel prix Patrick va-t-il payer s'il achète trois CD ?

c. Anne a payé 47,25 CHF. Combien de CD a-t-elle achetés ?

20 *À la laiterie*

Dans une laiterie, on utilise 19,6 l de lait pour fabriquer 3,5 kg de fromage.

Trace un tableau de proportionnalité et réponds.

a. Quelle est la quantité de lait nécessaire à la fabrication de 5 kg de fromage ?

b. Quelle quantité de fromage peut-on fabriquer avec 70 l de lait ?

21 Une moto consomme 4 l de carburant pour faire 100 km.

a. Quelle est la consommation de cette moto pour faire 350 km ?

b. Avec 9 l de carburant, quelle distance peut-elle parcourir ?

22 *Recette*

Pour faire un gâteau pour six personnes, il faut 240 g de farine et 3 œufs. Quelle quantité de farine et combien d'œufs faut-il pour faire ce gâteau pour quatre personnes ?

23 Un robinet permet de remplir huit seaux de dix litres en trois minutes.

a. Quel est le temps nécessaire pour remplir un réservoir de 480 l ?

b. Quelle est la quantité d'eau écoulée en 15 min ?

c. Si on laisse, par mégarde, ce robinet ouvert pendant deux heures, quelle sera la quantité d'eau écoulée ?

24 *Cuisson*

Un livre de cuisine indique que, pour faire cuire le rôti, il faut compter « 15 min à four chaud pour 500 g de viande ».

a. Calcule le temps nécessaire à la cuisson d'un rôti pesant 750 g.

b. Même question avec un rôti pesant 600 g.

25 *Des baguettes*

Pour 4,25 CHF, j'ai acheté cinq baguettes de pain. Pour 5,95 CHF, j'aurais eu sept baguettes. Le prix payé est proportionnel au nombre de baguettes.

Sans calculer le prix d'une baguette, calcule :

a. le prix de douze baguettes ;

b. le prix de deux baguettes ;

c. le prix de trois baguettes ;

d. le prix de quinze baguettes.

26 Pour obtenir un verre de sirop, on a versé 8 cl de grenadine dans 30 cl d'eau.

Quelle quantité de grenadine faut-il mettre dans 45 cl d'eau pour obtenir exactement le même goût ?

27 Une chaîne d'embouteillage produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a. Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?

b. Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

28 Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enrouler 21 m de chaîne. Lors d'une autre escale, il a mis 4 min 30 s pour 31,50 m.

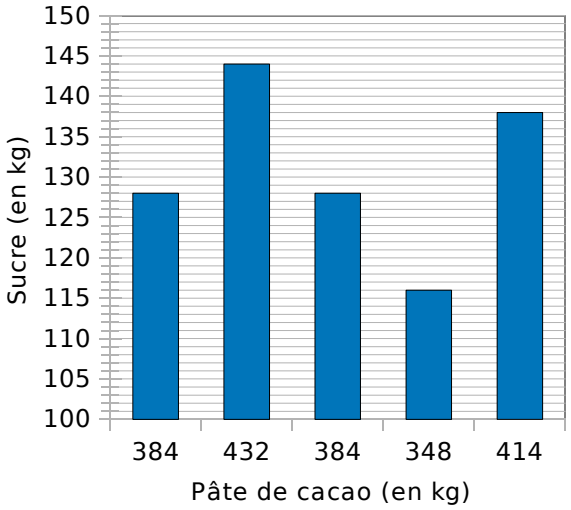
a. En supposant qu'il le fasse à vitesse constante, combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?

b. Quelle longueur de chaîne enroulera-t-il en 13 min 30 s ?

Exercices d'approfondissement

29 *Diagramme en bâtons*

Pour fabriquer du chocolat noir, il faut mélanger de la pâte de cacao et du sucre. Dans une pâtisserie, on a relevé les quantités de pâte de cacao et de sucre utilisées les cinq derniers mois dans le graphique ci-dessous.



a. Recopie et complète à l'aide des données du graphique, un tableau comme celui proposé ci-dessous.

Masse de sucre (en kg)				...
Masse de pâte de cacao (en kg)				...

b. D'après ce tableau, peut-on dire que la masse de sucre est proportionnelle à celle de la pâte de cacao ? Justifie ta réponse.

30 *Des mélanges*

Une entreprise propose plusieurs types de béton selon la quantité de gravier, de sable et de ciment qu'il comporte.

	Gravier	Sable	Ciment
Béton A	21 kg	10 kg	9 kg
Béton B	9 kg	3,5 kg	3 kg
Béton C	11 kg	8,5 kg	9,5 kg

Parmi ces mélanges, quel est celui qui comporte

a. la plus grande proportion de gravier ?

b. la plus grande proportion de sable ?

c. la plus grande proportion de ciment ?

Tu justifieras chacune de tes réponses.

31 *Diagramme circulaire*

Dans le collège Sésacol, la répartition des élèves en fonction du niveau est la suivante.

Niveau	5ème	6ème	7ème	8ème
Nombre d'élèves	126	112	120	122

On souhaite représenter ces données à l'aide d'un diagramme circulaire.

a. Combien y a-t-il d'élèves dans ce collège ? Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un secteur angulaire qui représenterait l'ensemble des élèves de ce collège dans un diagramme circulaire ?

b. Recopie et complète le tableau de proportionnalité suivant.

Niveau	6ème	5ème	4ème	3ème	Total
Nombre d'élèves	126	112	120	122	
Angle au centre					360 °

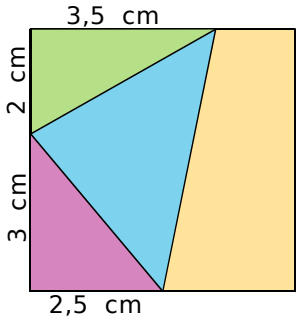
c. Trace un cercle de rayon 5 cm et représente la répartition des élèves sous forme de diagramme circulaire.

Travail de recherche

Le puzzle qui s'agrandit

1er Partie : Création d'un modèle

a. Tracez un carré de 5 cm de côté pour le groupe. Partagez-le en autant de pièces (triangles rectangles, carrés, rectangles, trapèzes...) que de membres du groupe. Vous obtenez un puzzle du carré.



b. Déterminez ensemble les dimensions de chaque pièce.

2e Partie : Agrandissement

c. On souhaite agrandir le puzzle.

Chaque élève du groupe choisit une pièce et la reproduit avec de nouvelles dimensions de façon à ce que le puzzle reconstitué soit un carré de 12 cm de côté.

3e Partie : Vérification

d. Vérifiez en essayant de reconstituer le puzzle.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	1 CD coûte 6,50 CHF. Combien coûtent 11 CD ?	65 CHF	71,5 CHF	715 CHF	11 CHF
2	1 kg de pommes coûte 1,60 CHF. Rémi paye 1,20 CHF. Il a donc acheté...	750 g de pommes	0,40 kg de pommes	1,333 kg de pommes	0,75 kg de pommes
3	Quelle(s) est (sont) la (les) situation(s) de proportionnalité ?	Les dimensions d'une maquette par rapport aux dimensions de l'objet réel.	La taille d'un être humain avec son âge.	La quantité de peinture en fonction de la surface à peindre.	Le prix à payer en fonction du nombre d'articles achetés.
4	Quel(s) est (sont) le (les) tableau(x) de proportionnalité ?	1 | 2 | 3 4,5 | 9 | 13,5	1 | 2 | 6 7 | 14 | 41	3 | 6 | 9 7,5 | 15 | 21,5	5 | 10 | 20 9 | 14 | 24
5	Si trois baguettes coûtent 2,40 CHF, alors...	cinq baguettes coûtent 4,40 CHF	dix baguettes coûtent 8 CHF	six baguettes coûtent 8,20 CHF	deux baguettes coûtent 1,60 CHF
6	8 fourmis de même taille, en file indienne, mesurent au total 7,2 cm, donc...	7 fourmis mesurent au total 6,3 cm	12 fourmis mesurent au total 10,2 cm	16 fourmis mesurent au total 144 mm	2 fourmis mesurent au total 1,6 cm
7	Un nénuphar double de surface tous les jours. En quarante jours, il recouvre un lac.	Le lac était recouvert à moitié le vingtième jour	Le quatre-vingtième jour le nénuphar couvrira deux lacs de même surface	Un quart du lac était recouvert le trente-huitième jour	La situation présentée est proportionnelle
8	Une voiture de course fait un tour de circuit de 14 km en 4 minutes à vitesse constante. Alors...	en une heure, elle parcourt 280 km	elle a parcouru 3,5 km par minute	elle parcourt en 12 minutes trois fois plus de distance	elle roule en moyenne à 210 km/h

Les œufs (d'après le GVJM)

Deux œufs d'autruche permettent de faire une omelette qu'on pourrait faire avec 45 œufs de poule. Avec 9 œufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faudrait-il d'œufs d'autruche pour faire une omelette pour 100 personnes ?

Des billes (source : www.educalire.net)

Paul a 20 ans ; il décide de donner ses 738 billes à ses 3 frères, âgés de 11, 14 et 16 ans. Il veut les partager proportionnellement à l'âge de chacun.

Combien chaque frère recevra-t-il de billes ?

Les pommes (d'après le GVJM)

Deux paniers, A et B, contiennent des pommes. Il y a 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B. Un voleur prend 18 pommes et pourtant il reste encore 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B.

Combien de pommes ont été volées dans le panier A ?

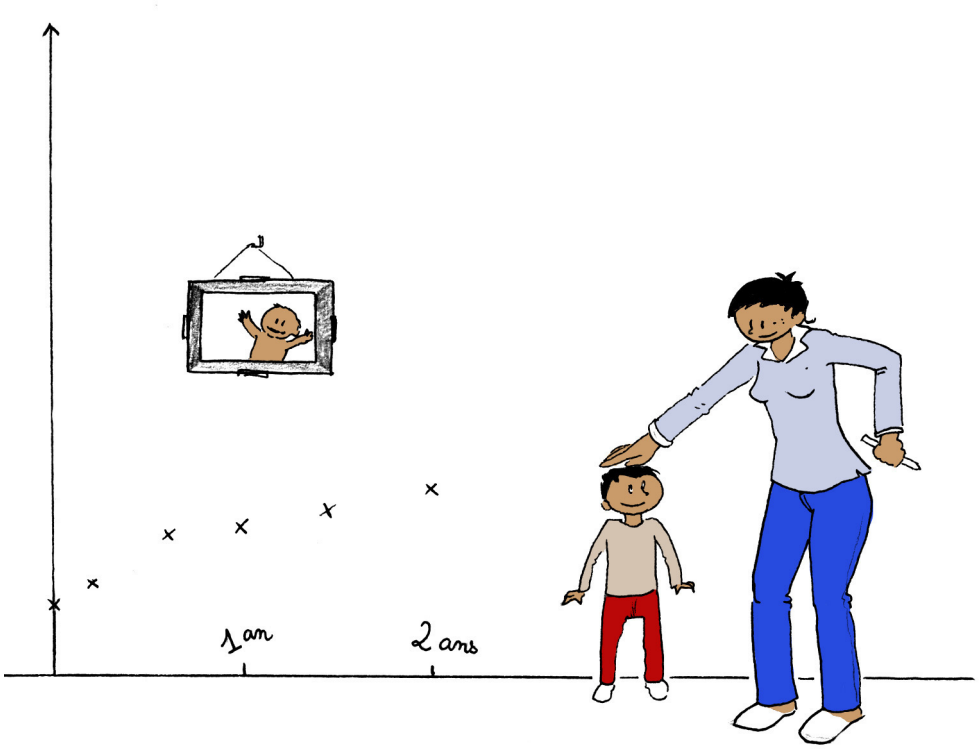
Les bougies (d'après le GVJM)

Fonfon Labricole s'est aperçu que les bougies ne se consument jamais complètement. Avec 7 restes de bougies, il fabrique une grande bougie.

Quel est le maximum de grandes bougies qu'il peut allumer avec 49 restes de bougies et un briquet ?

Tableaux et graphiques

18

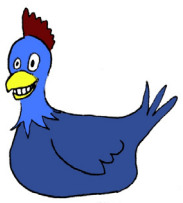


Narration de recherche

Les progrès de la génétique sont merveilleux.
Dès aujourd'hui,

- une poule sur deux a des plumes bleues ;
- deux poules sur cinq ont des dents ;
- et il y a autant de poules avec des dents et sans plume bleue que de poules sans dents ni plume bleue.

Quelle est donc la proportion de poules ayant des dents parmi celles qui ont des plumes bleues ?



Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Lire un tableau

Julie désire se rendre à Davos. Elle consulte les horaires des trains au départ d'Yverdon.

	Train n°6 123	Train n°7 258	Train n°8 766	Train n°8 989	Train n°56 789	Train n°78 995
Yverdon		15 h 32 min	16 h 05 min	17 h 09 min	17 h 20 min	18 h 24 min
Bienne	14 h 09 min	16 h 32 min		17 h 58 min	18 h 10 min	
Zürich	14 h 35 min			18 h 11 min	18 h 24 min	19 h 18 min
Landquart	14 h 58 min		17 h 32 min		18 h 47 min	
Davos		19 h 32 min	20 h 15 min	21 h 11 min	21 h 32 min	22 h 15 min

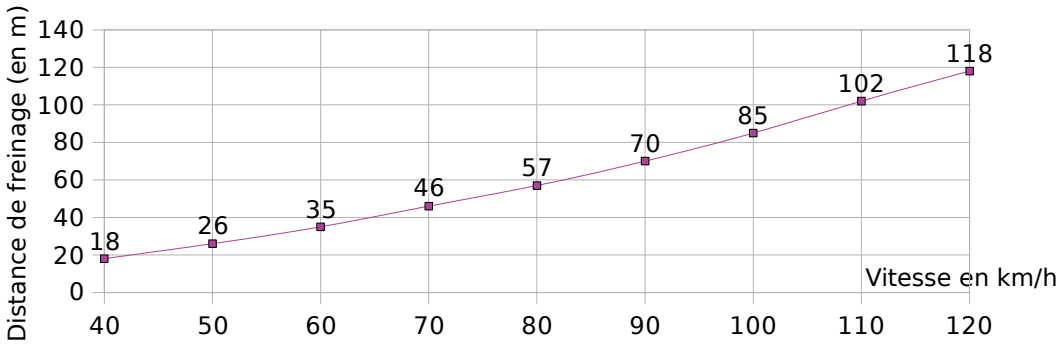
1. Pourquoi certaines cases sont-elles grisées ?

2. Quel train est le plus rapide pour relier Yverdon à Davos ?

3. En faisant une partie du trajet en voiture, Julie n'a passé que trois heures en train pour aller à Davos. De quelle(s) ville(s) a-t-elle bien pu partir ?

Activité 2 : Utiliser des graphiques et des tableaux

Pour déterminer quelques distances de freinage d'un véhicule sur route sèche, on a effectué des mesures à différentes vitesses, illustrées par le graphique ci-dessous.



1. Recopie et complète le tableau en utilisant le graphique.

Vitesse (en km/h)	50	70			110	120
Distance de freinage (en m)			70	85		

2. Sur route mouillée, cette distance de freinage est deux fois plus grande que sur route sèche à vitesse égale.
Recopie et complète le tableau à double entrée suivant.

Vitesse (en km/h)	70		
Distance de freinage sur route sèche (en m)		35	
Distance de freinage sur route mouillée (en m)			140

3. Aujourd'hui il pleut, et Joël part pour un petit tour de voiture en ville.
S'il doit s'arrêter pour éviter un obstacle, combien de mètres fera-t-il au maximum avant l'arrêt de son véhicule, s'il roule à la vitesse de 50 km/h.

Activité 3 : Regrouper des données dans un tableau

Dans un village, on a demandé aux familles le nombre d'enfants qu'elles avaient à charge. Le tableau ci-dessous donne les réponses de chaque foyer.

2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 0 ; 1 ; 4 ; 2 ; 2 ; 0 ; 1 ; 6 ; 2 ; 3 ; 0 ; 7 ; 1 ; 0 ; 3 ; 2 ; 1 ; 3 ; 1 ; 3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 7 ; 2

1. Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7	Total
Nombre de familles									

2. Combien de familles ont quatre enfants ? **Moins de** trois enfants ? Combien de familles ont **exactement** quatre enfants ?

3. Combien de familles ont **au moins** deux enfants ? **Plus de** quatre enfants ? **Au plus** quatre enfants ?

Activité 4 : Utiliser un tableur

1. À la cantine

L'intendante du collège *Rivegauche* a relevé le nombre de fois où chaque élève demi-pensionnaire de sixième mange à la cantine durant la semaine et elle a reporté les résultats dans un tableau.

a. Recopie son tableau dans une feuille de calcul en suivant ce modèle.

	A	B	C	D	E	F	G
1		1 jour	2 jours	3 jours	4 jours	5 jours	
2	Nombre d'élèves	20	33	21	47	37	

b. Comment pourrais-tu nommer la cellule orange ? La verte ? La rose ?

c. Combien de repas ont été servis à la cantine durant la semaine ?

d. Le tableur est capable de reproduire ce calcul si l'on saisit une formule dans la cellule G2. Une formule commence toujours par le signe « = ».

- Place le curseur dans la cellule G2 puis saisis la formule : « = B2 + C2 + D2 + E2 + F2 ». Appuie sur la touche « Entrée » du clavier.
- Obtiens-tu le même résultat qu'à la question **c.** ?

e. C'est le repas de Noël au collège ! Marc, Sonia et Sam, trois externes, désirent rejoindre leurs amis pour l'occasion. Modifie une cellule pour faire apparaître le changement d'effectif. Que remarques-tu pour la cellule G2 ?

2. Que de livres !

En novembre 2009, l'imprimerie Volléro produit 2 100 livres. Le directeur décide d'augmenter la production de 220 livres chaque mois dès le mois de décembre.

a. Recopie le tableau suivant dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1	Mois	Novembre 2009	Décembre 2009	Janvier 2010	Février 2010
2	Nombre de livres	2 100			

b. Saisis les formules permettant de compléter le tableau.

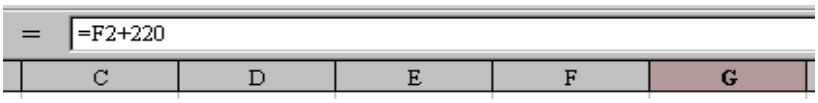
c. Comment ferais-tu pour calculer le nombre de livres produits en mars 2010 ?

Le tableur peut reproduire cette méthode en saisissant une formule dans la cellule F2.

d. Place le curseur dans la cellule F2 et saisis la formule : « = E2 + 220 ». Comment comprends-tu cette formule ?

e. Quelle serait la formule à saisir en G2 pour calculer le nombre de livres produits en avril 2010 ?

f. Copie le contenu de la cellule F2 et colle-le dans la cellule G2. Tu peux voir le résultat sur la ligne située au-dessus de ta feuille de calcul. Que s'est-il passé ?



g. Le directeur aimerait savoir quand (mois et année) son usine produira plus de 8 000 livres par mois. En répétant plusieurs fois la méthode du **e.**, réponds à la question du directeur.

Exercices d'entraînement

Lecture de tableaux

1 *Promenons-nous dans les bois*

Dans le bois, j'ai fait le relevé suivant : trois-cent-vingt arbres sont des chênes, cent-vingt arbres sont des hêtres et j'ai compté quarante sapins. Recopie et complète le tableau.

	Chênes	Hêtres	Sapins	Total
Nombre				

2 *Regrouper des notes*

Voici les points obtenu dans un test de mathématiques :

12 ; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 19 ; 10 ; 15 ; 20 ; 09 ; 18 ; 14 ; 12 ; 11 ; 12 ; 11 ; 11 ; 08 ; 10 ; 14.

a. Combien d'élèves ont obtenu 10 points ou moins ?

b. Combien d'élèves ont obtenus entre 11 et 15 points ?

c. Combien d'élèves ont obtenus 16 points ou plus ?

3 *Facture*

Voici un extrait d'une facture téléphonique.

	Prix HT en CHF	TVA en CHF	Prix TTC en CHF
Abonnement	29,26	5,73	A
Consommation	7,98	B	9,54

Le montant TTC (toutes taxes comprises) s'obtient en additionnant la TVA au montant HT (hors taxes).

a. Quelles sont les valeurs de A et B ? Justifie.

b. Donne un ordre de grandeur du montant total nécessaire pour régler cette facture.

4 *Horaires*

Voici un extrait d'horaires du RER.

	RER 1	RER 2	RER 3	RER 4	RER 5
Coppet	7.22	8.12	9.10	18.45	20.14
Mies	7.32	8.20	9.18		20.23
Versoix	7.40	8.27	9.25	18.59	20.30
Genève	7.57	8.41	9.45		20.44
Vernier	8.07	8.50	9.56		20.53
Russin	8.20	9.03	10.09		21.06
La Plaine		9.22			
Bellegarde	8.44	9.30	10.32	19.56	21.29

a. Que signifient les cases vides du tableau ?

b. Malika veut arriver à Bellegarde avant 10 h. Elle part de Vernier. Quel(s) train(s) peut-elle choisir ?

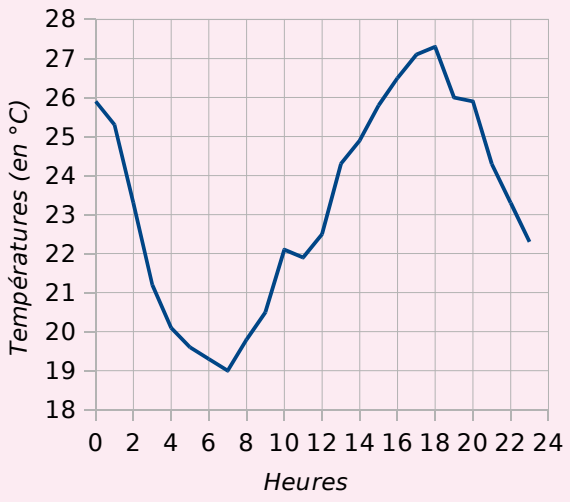
c. Finalement, elle prend le train de 8 h 50. Quelle est la durée du trajet ?

d. Sébastien part de Coppet après 18 h pour aller à Bellegarde. Il décide de prendre le train le plus rapide. Quel train va-t-il choisir ?

Lecture de graphiques

5 *Températures*

Températures relevées un jour de juillet 2008 à Sion.



a. Quelle température faisait-il à 4 h ?

b. Quand a-t-il fait 25°C ?

c. À quelle période de la journée la température est-elle la plus élevée ? La plus basse ?

Exercices d'entraînement

Interprétation

6 *Langue vivante*

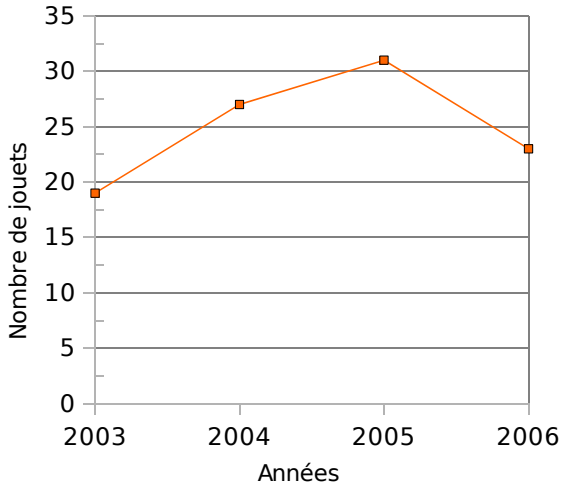
Un collège compte 240 élèves. Les élèves sont, soit demi-pensionnaires (D.P.), soit externes. Chacun de ces élèves étudie une 2ème langue au choix : anglais, allemand ou espagnol.

a. Quelles sont les valeurs de A, B, C, D, E, F, G ? Justifie.

	Anglais	Allemand	Espagnol	Total
D.P.	A	40	60	130
Externes	B	C	D	E
Total	66	72	F	G

7 *Une entreprise*

Le graphique suivant illustre les ventes (en milliers) d'une fabrique de jouets.



a. En quelle année cette entreprise a-t-elle réalisé ses meilleures ventes ?

b. Décris l'évolution du nombre de ventes de jouets de 2003 à 2006.

c. Recopie et complète le tableau.

Année	2003			
Nombre de jouets		27 000		

d. Combien de jouets ont été vendus de 2003 à 2006 ?

8 *Sécurité routière*

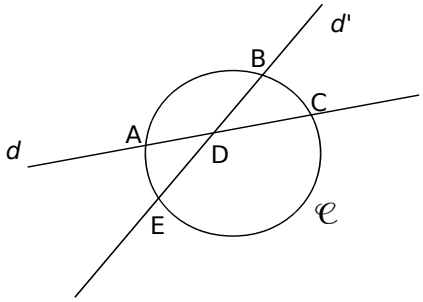
Le tableau ci-dessous donne la répartition, par tranche d'âge, du nombre des victimes dans des accidents dus à l'alcool, en 2007.

Tranches d'âge	Nombre de tués
0 - 17 ans	22
18 - 24 ans	228
25 - 44 ans	
45 - 64 ans	172
65 ans et plus	39
Âge inconnu	3

a. Le nombre total de tués dans des accidents dus à l'alcool en 2007 est de 966. Recopie et complète le tableau.

b. Quelle est la tranche d'âge la plus touchée ?

9 *En géométrie*



a. Recopie et complète le tableau par ∈ ou ∉.

	Droite d	Droite d'	Cercle $\mathscr{C}$
A			
B			
C			
D			
E			

b. Construis une figure correspondant au tableau ci-dessous.

	Cercle $\mathscr{C}_1$	Droite d	Cercle $\mathscr{C}_2$
A	∈	∉	∈
B	∉	∈	∉
C	∉	∉	∈
D	∈	∈	∈
E	∉	∈	∉

Exercices d'approfondissement

10 *Dépenses culturelles et de loisirs*

Voici un texte analysant l'évolution de certaines dépenses culturelles et de loisirs des Suisses au cours des vingt dernières années.

« Les Suisses ont plus de temps libre, ce qui explique que leurs dépenses pour les loisirs (cinéma, concerts) augmentent régulièrement. Les dépenses en multimédia ont explosé au début des années 90 et sont constantes depuis. Nombreux sont ceux qui consultent les informations sur Internet et se désintéressent de la lecture des journaux...
De même, les ventes de disques ou pellicules photo sont en diminution constante (cette catégorie est à présent la moins importante), ce qui s'explique par le « boum » de la photo numérique ou du téléchargement musical. Après avoir diminué, les ventes de téléviseurs ont tendance à redémarrer, grâce à la baisse des prix des écrans plats. »

Le tableau suivant correspond au commentaire ci-dessus. Les données sont données en pour cent.

Dépense	1990	2000	2007
1	14,7	10,8	11,5
2	1,9	7,7	7,8
3	5,9	5,5	3,5
4	14,1	16,4	18,2
5	20,2	15,8	13,4

a. Indique à quelle catégorie de dépense correspond chaque ligne du tableau, parmi les suivantes :

- Spectacles, cinéma et voyage ;
- Informatique ;
- Presse, livres et papeterie ;
- TV, Hi-fi, vidéo ;
- Disques, cassettes, pellicules photo.

b. Calcule le total de chaque colonne du tableau. Comment expliques-tu tes résultats ?

11 *Énergies renouvelables : prévisions*

Le tableau suivant indique le nombre d'emplois prévus dans différents secteurs des énergies renouvelables (en milliers d'emplois).
Source : Rapport MITRE (2003) commandité par la Commission Européenne.

	Biomasse	Biocarburants	Éolien	Biogaz	Solaire thermique	Photovoltaïque	Micro-hydraulique	Pompes à chaleur	**Total**
Emplois en 2004	25	4.2	2	0.1	1	1	2.4	3.2	
Emplois en 2010	45	20		2	10.5	3.5	2.4	10	115.4

a. Combien d'emplois prévoit ce rapport pour la filière éolienne en 2010 ?

b. Est-il vrai que le nombre d'emplois dans le secteur des pompes à chaleur aura quasiment triplé entre 2004 et 2010 ?

c. Combien d'emplois auront été créés entre 2004 et 2010 si ces prévisions se confirment ?

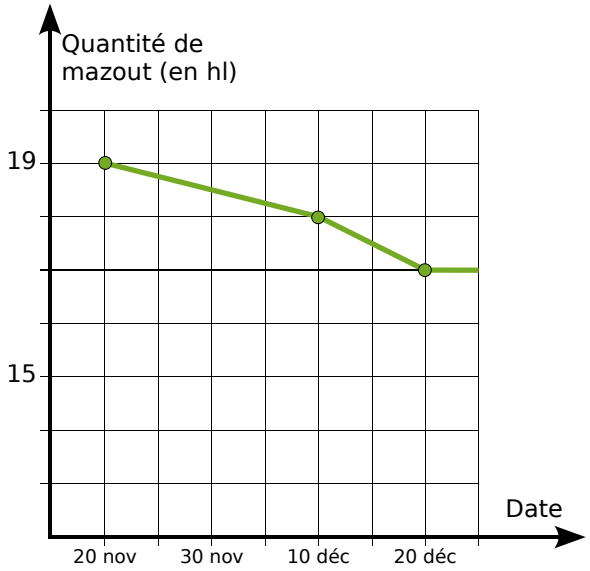
Exercices d'approfondissement

12 *Ça chauffe !*

Afin de surveiller ses dépenses de chauffage cet hiver, M. Frigo a décidé de contrôler sa consommation de mazout. Les graphiques suivants représentent la quantité de fuel restant dans sa cuve, en fonction du temps.

En fin d'année

M. Frigo a commencé ses relevés fin novembre.



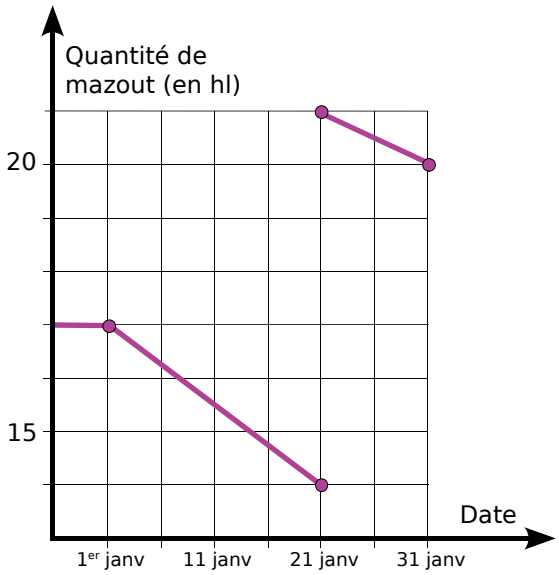
a. Quelle quantité de mazout contenait sa cuve au 20 novembre ?

b. Quelle quantité de mazout a-t-il consommée du 20 novembre au 20 décembre ?

c. Une vague de froid est survenue durant cette période... Au vu du graphique, peux-tu préciser quand ?

d. Selon toi, M. Frigo a-t-il passé le jour de Noël à la maison ? Explique ta réponse.

Au début de l'année

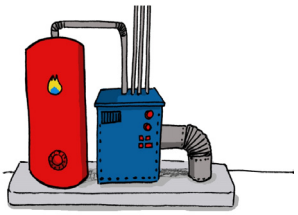


e. Quand M. Frigo a-t-il remis sa chaudière en route ?

f. Que s'est-il passé le 21 janvier ?

g. Quelle quantité de mazout a-t-il consommée entre le 20 novembre et le 31 janvier ?

h. Combien d'argent M. Frigo a-t-il dépensé durant cette période, sachant que le prix du litre de mazout était de 0,90 CHF ?



Travail de recherche

Enquête

1re Partie : En petits groupes

a. Rédigez un questionnaire commun à la classe pour mieux connaître les élèves (« garçon ou fille ? », «nombre de frères et sœurs ? », « activité favorite », « temps accordé aux devoirs ? », etc.) puis répondez-y.

b. Résumez vos réponses dans des tableaux et des graphiques.

c. Présentez ensuite les résultats du groupe au reste de la classe.

2e Partie : Voyons plus grand !

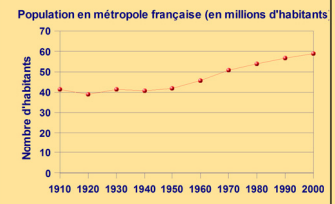
d. À l'aide des réponses des autres groupes, construis des tableaux et des graphiques illustrant le profil de la classe.

e. Y a-t-il un groupe dont les réponses sont proches de celles de l'ensemble de la classe ?

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
Le tableau ci-contre donne le nombre d'ordinateurs possédés par les familles des élèves de sixième du collège Fontbruant. Il ne concerne que les questions 1 à 3.					

Nombre d'ordinateurs	0	1	2	3	4 et plus
Nombre d'élèves	5	19	25	13	8

1	À quelle(s) question(s) est-il possible de répondre à l'aide du tableau ?	Combien d'élèves de sixième ont un (et un seul) ordinateur ?	Combien d'élèves ont plus de quatre ordinateurs ?	Combien de ces familles sont équipées d'ordinateurs ?	Combien y a-t-il d'élèves dans le collège ?
2	D'après le tableau, on peut dire que...	24 élèves ont au moins deux ordinateurs	À eux tous, ils ont 145 ordinateurs	21 élèves ont plus de deux ordinateurs	Il y a 70 élèves en sixième
3	Si les ordinateurs étaient répartis équitablement, les élèves auraient environ...	1 ordinateur chacun	2 ordinateurs chacun	3 ordinateurs chacun	4 ordinateurs chacun
4		La population augmente depuis 1940	La population a atteint 50 millions d'habitants en 1960	Le nombre d'habitants était quasiment le même en 1910 et 1930	Le nombre d'habitants en France métropolitaine est, durant cette période, resté inférieur à 60 millions
5	Origine des véhicules situés sur un parking	500 véhicules Suisses sont stationnés sur le parking	La moitié des véhicules sont de nationalité étrangère	Les voitures sont 5 fois plus nombreuses que les motos	600 personnes ont garé leur véhicule sur le parking

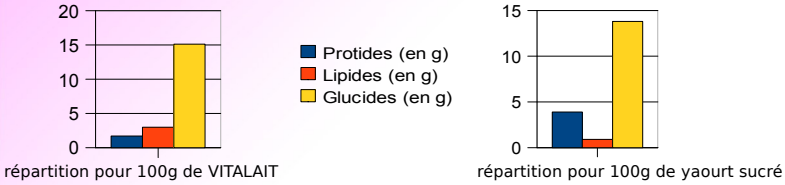
Origine \ Catégorie	Voitures	Motos
Suisse	300	25
Étrangère européenne	150	25
Autres	50	50

Pour aller plus loin

Bon pour la santé ?

Dans une publicité pour un yaourt à boire VITALAIT, on peut lire : « VITALAIT est la boisson qui vous aide à renforcer vos défenses naturelles. ».





répartition pour 100g de VITALAIT — répartition pour 100g de yaourt sucré

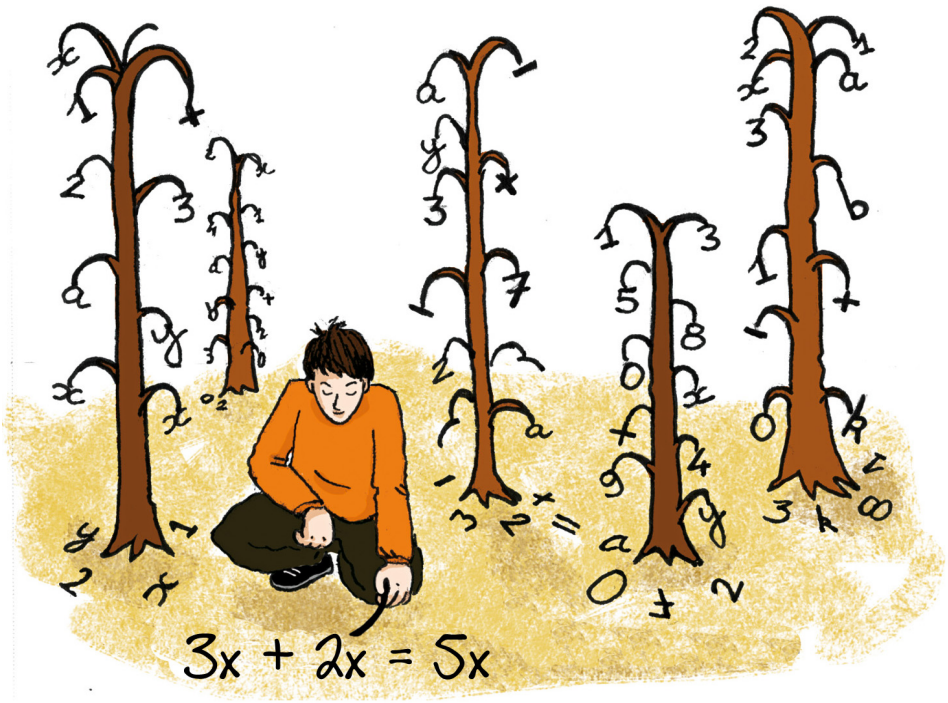
Information : il y a autant de bactéries (plus de 10 milliards) dans un VITALAIT que dans un yaourt ordinaire.

a. Cherche les définitions des glucides, lipides et protides.

b. Penses-tu que le slogan publicitaire du produit « VITALAIT » est pertinent ? Justifie.

Calcul littéral (≥**)

19



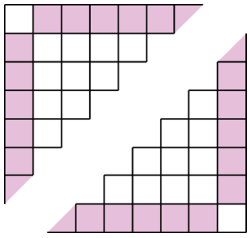
Narration de recherche

• Deux nombres ont pour somme 300. De combien augmente leur produit, si j'ajoute 7 à chacun d'eux ?

• Deux nombres ont pour somme le nombre a. De combien varie leur produit, si je soustrais b à chacun d'eux ?

Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins.

1. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.

2. Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?

3. Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis: $G = x \cdot 4 - 2$	Chloé: $G = 4 \cdot (x - 2)$	Enzo: $G = 4 \cdot x - 8$
Basile: $G = x - 2 \cdot 4$	Dalila: $G = (x - 2) \cdot 4$	Florian: $G = 4 \cdot x - 4$

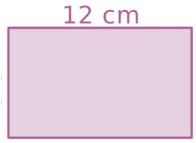
Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

4. Calcule le nombre de cases roses lorsque $x = 6$ puis $x = 24$ et enfin pour $x = 100$.

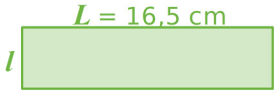
Activité 2 Rectangles cousins

1. Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?





Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.



2. Un 3e rectangle a pour longueur $L = 16{,}5$ cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

3. Donne les mesures d'un 4e rectangle de même périmètre.

4. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ? Justifie et donne les valeurs possibles pour la longueur.

5. Écris une expression qui permet de calculer la largeur l en fonction de la longueur L.

6. En voulant exprimer l'aire du rectangle en fonction de sa longueur L, des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $A = L \cdot 20 - L$	Hamid : $A = L \cdot (20 - L)$	Karen : $A = 20\,L - L^2$
Inès : $A = 2 \cdot L + 2 \cdot (20 - L)$	José : $A = L \cdot 20 - 2 \cdot L$	Liam: $A = L^2 - 20 \cdot L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

7. Calcule l'aire de ces rectangles pour toutes les valeurs entières de L possibles. Pour quelle valeur de L l'aire semble-t-elle la plus grande ?

Méthode 1 : Écrire une expression en respectant les conventions

À connaître

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe de multiplication • devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe • entre deux nombres.

Exemple : Supprime les signes •, lorsque c'est possible, dans l'expression suivante : $A = 5 \bullet x + 7 \bullet (3 \bullet x + 2 \bullet 4)$.

$A = 5 \bullet x + 7 \bullet (3 \bullet x + 2 \bullet 4)$ ⟶ On repère tous les signes • de l'expression.

$A = 5x + 7(3x + 2 \bullet 4)$ ⟶ On supprime les signes • devant une lettre ou une parenthèse.

À connaître

Pour tout nombre a, on peut écrire : $a \bullet a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)
$a \bullet a \bullet a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

Exercice « À toi de jouer »

1 Simplifie les expressions en supprimant le signe • lorsque c'est possible :

$B = b \bullet a$

$C = 5 \bullet x \bullet x \bullet x$

$D = (3{,}7 \bullet y - 1{,}5 \bullet z + 0{,}4 \bullet 3{,}5) \bullet 9$

2 Replace les signes • dans chacune des expressions suivantes :

$E = 12\,ac + 35\,ab - 40\,bc$

$F = 1{,}2\,abc$

$G = 5{,}6\,(x^2 - 2{,}5\,y + 32)$

Méthode 2 : Remplacer des lettres par des nombres

À connaître

Pour **calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

Exemple : Calcule l'expression $A = 5x(x + 2)$ pour $x = 3$.

$A = 5 \bullet x \bullet (x + 2)$ ⟶ On replace les signes • dans l'expression A.

$A = 5 \bullet 3 \bullet (3 + 2)$ ⟶ On remplace la lettre x par sa valeur 3.

$A = 15 \bullet 5$ ⟶ On effectue les calculs.

$A = 75$

Exercice « À toi de jouer »

3 Calcule les expressions suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 6$:

$E = 3x(x + 5)$

$F = 7x - x^2$

$G = x^3 + 3x^2 - x$

4 Calcule les expressions pour $a = 3$ et $b = 5$:

$B = 4a + 5b - 56$

$C = a^3 + b^2 + 7ab$

$D = 2(5a + 3b + 1)$

Exercices d'entraînement

Simplifier une expression littérale

1 Recopie les expressions suivantes en supprimant le signe • s'il est inutile :

A = $9 \cdot n$
B = $x \cdot 3$
C = $12 \cdot (7 - 3)$
D = $4 \cdot (3{,}2 + 6)$
E = $n \cdot x$
F = $2 \cdot 6$
G = $(3 + 6) \cdot (7 - 1)$
H = $16 \cdot 3{,}5 \cdot R$

2 Recopie les expressions suivantes en ajoutant le signe • lorsqu'il est sous-entendu :

A = $3x + 2$
B = $ab - 4$
C = $5(2x - 7)$
D = $2a(2 + 8)$
E = $3a - 5b$
F = $ab + 3 \cdot 7a$
G = $b - a + 7(3x + 7)$
H = $a + a - 7b + 1$

3 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible :

A = $3 \cdot a \cdot b$
B = $3 \cdot a - 4 \cdot b$
C = $8 \cdot a \cdot b \cdot 2$
D = $3 \cdot (2 \cdot a + b) \cdot 5$
E = $2 \cdot 3 + 7 - 1$
F = $2 + 5 + 3 \cdot b$
G = $(2{,}5 - 1) \cdot a \cdot b$
H = $2 \cdot 3 \cdot a \cdot (b \cdot c)$

4 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire :

A = $1 \cdot a + a \cdot a$
B = $a \cdot a \cdot a - 0 \cdot b$
C = $6 \cdot a \cdot a - a$
D = $2 \cdot a \cdot 3 \cdot a$
E = $a \cdot a \cdot b \cdot 3$
F = $1 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot 0$
G = $a \cdot 2 \cdot b \cdot a \cdot b$
H = $(a + b) \cdot (a + b)$

Aire d'un carré de côté c : $c \cdot c =$

5 Traduis par une expression littérale les phrases suivantes :

a. La somme de x et de 13.
b. Le double de x.
c. La différence de x et de 7.
d. Le tiers de x.
e. Le triple de la somme de 2 et de x.
f. Le tiers de la différence entre 16 et x.

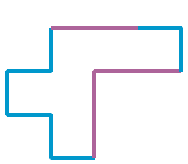
6 Calcule les expressions suivantes pour les valeurs de x et de y indiquées :

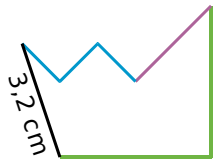
A = $4x + 3$
B = $3x^2$
C = $xy - x - y + 4$
D = $x^2 + 2xy + y^2$
E = $x^2 + y^2$
F = $x^2 y$

Pour $x = 2$ et $y = 3$ puis pour $x = 3$ et $y = x$.

Produire une expression littérale

7 Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait rose mesure $2a$ cm et un trait vert mesure b cm :



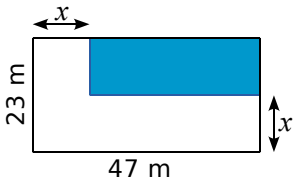


Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

8 *Aire en fonction de x*

a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?



9 Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 CHF d'abonnement, a CHF par SMS envoyé et 40 centimes par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communications.

b. Quelle est cette dépense si $a = 0{,}8$ et $m = 150$?

Exercices d'entraînement

10 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur d'un petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

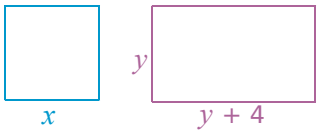
b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

11 Marc a rentré trois nombres en mémoire dans sa machine à calculer. Pour cela, il a utilisé les lettres a, b et c. Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :

- $S = 2a - 3b + 7c + 5$
- $T = 7ab + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour $a = 12$, $b = 5$ et $c = 7$. Vérifie les résultats obtenus à l'aide de ta calculatrice.

12 Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants :



Pour les valeurs de x et de y suivantes, le périmètre du carré est-il supérieur à celui du rectangle ?

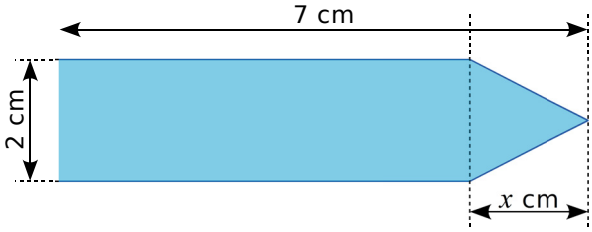
a. $x = 2$ et $y = 1$;

b. $x = 3$ et $y = 1$;

c. $x = 6$ et $y = 3$;

d. $x = 10$ et $y = 7$.

13 *La grande bleue*



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x.

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm.

14 Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.

a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.

b. En utilisant la variable n, écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.

c. Utilise la question **b.** pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

15 Vanessa a acheté un cahier à 2 CHF et trois classeurs à x CHF.

a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction de x.

b. Elle a payé 23 CHF en tout. Retrouve le prix d'un classeur.

16 Un carré qui grandit

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

a. Calcule le périmètre et l'aire de ABCD.

On augmente son côté de k cm. Exprime, en fonction de k :

b. la longueur L de ce nouveau côté ;

c. le nouveau périmètre P de ce carré ;

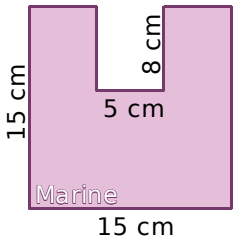
d. la nouvelle aire S de ce carré ;

e. l'augmentation A_p du périmètre ;

f. l'augmentation A_s de l'aire.

17 *Tracé d'un U dans une feuille*

En cours d'Arts Plastiques, le professeur distribue aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté. Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.



a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm). Calcule le périmètre du U de Marine.

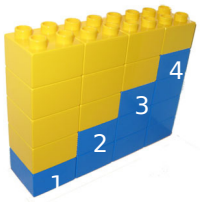
b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm. Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que si L désigne la longueur du rectangle en centimètres et P le périmètre du U en centimètres, alors $P = 60 + 2L$. Calcule P lorsque $L = 7{,}5$ cm et lorsque $L = 10$ cm.

d. Priscilla dit : « On peut encore simplifier : $60 + 2 = 62$ donc $P = 62\,L$ ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer P lorsque $L = 10$ cm. Que penses-tu de sa proposition ? Pourquoi ?

18 *Construction d'un escalier*

Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction. Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.



a. Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier. À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

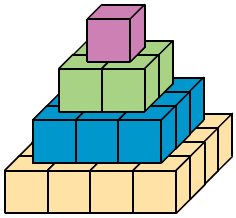
c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers. Quel serait alors le nombre de briques bleues ? Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

d. On appelle n le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui indique le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches.
- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors écrire ?

e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

19 *La pyramide de Gelo*



Maurice a construit une pyramide de briques Gelo comme ci-dessous. Il y a une brique au premier étage, 4 briques au deuxième étage, 9 briques au troisième étage...

a. Combien y a-t-il de briques au 4e étage ? Au 20e étage ? Au n^{e} étage ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un étage ? Deux étages ? Trois étages ? Quatre étages ?

Maurice veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt étages. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où n représente le nombre d'étages :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \qquad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Maurice veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules avec les valeurs trouvées à la question **b.**, quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

d. Maurice demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire cette pyramide à vingt étages ?

Boîte noire...

1re Partie : Pour bien démarrer ...

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Appliquez ce programme pour les nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression : $A = 3x + 4$. Calculez A pour $x = 5$ puis pour $x = 2{,}5$. Que remarquez-vous ? Expliquez pourquoi.

c. Quel programme de calcul correspond à l'expression $B = 7x - 3$?

d. Essayez de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ. Y a-t-il une seule solution selon vous ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Il avait noté sur une feuille à part le tableau suivant :

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, pouvez-vous retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopiez le tableau précédent puis complétez-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donnez l'expression avec la lettre x qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs :

Nombre de départ	2	10	1.5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression $C = 3x - 1$ pourrait parfaitement convenir à un tel tableau. Expliquez pourquoi elle se trompe.

i. Trouvez un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

2ème Partie : Boîte noire

Quand on rentre un nombre dans une boîte noire, elle exécute un programme de calcul pour fournir un résultat.

L'objectif de cette partie est de construire des boîtes noires puis d'essayer de démasquer les boîtes noires d'un autre groupe.

j. Vous allez construire deux boîtes noires : une facile et une difficile. La construction de ces boîtes doit rester secrète pour garder le mystère. Pour chacune de ces deux boîtes, il faut :

- Trouver un programme de calcul, comme à la question **a.** (les nombres utilisés doivent être des entiers plus petits que 10) ;
- Trouver l'expression qui correspond, comme à la question **b.** ;
- Faire un tableau comme à la question **e.**, avec trois valeurs et les résultats obtenus.

Pour la boîte facile, le programme ne peut comporter qu'une seule fois la lettre x.

Pour la boîte difficile, le programme ne peut comporter qu'un seul terme avec x^2.

k. Une fois que vous avez construit vos boîtes, écrivez les deux tableaux de valeurs sur une même feuille. Vérifiez bien que vos tableaux sont corrects ! Échangez cette feuille avec la feuille d'un autre groupe.

l. Quand un groupe pense avoir réussi à décoder une boîte noire, il peut s'en assurer en demandant au groupe qui l'a créée le résultat que donnerait la boîte noire pour la valeur de leur choix. Le défi est relevé quand un groupe est capable d'écrire sur une feuille le programme et l'expression correspondante pour chacune des boîtes noires.

Attention : Si un groupe s'est trompé dans ses calculs pour réaliser le tableau alors c'est ce groupe qui aura perdu le défi !

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	$5 \cdot x + 2 \cdot y =$	$10xy$	$5x + 2y$	$7xy$	$7x + y$
2	$3x^2y$ est le résultat de ...	$6x \cdot y$	$3x \cdot y$	$3x \cdot xy$	$y \cdot 3x^2$
3	Soit A = $5x$. Si on remplace x par 5, alors A = ...	55	25	10	$5 \cdot 2$
4	Quels sont les nombres qui vérifient l'inégalité $t - 5 < 2t + 3$?	0	2	– 9	10

Récréation mathématique

Les yeux dans l'œil !

Sur la planète Volcoudoeil, il y a deux populations : les Kachmoipalavu qui n'ont qu'un oeil et les Jeupeutouzieuter qui en ont trois.

Lors de ma dernière visite sur cette planète, une photo a été prise. J'y figurais avec mes meilleurs amis, issus de ces deux populations. Bref, une photo de 13 personnes et 24 yeux dont les deux miens.

Combien de Kachmoipalavu y avait-il sur cette photo ?



Correction des exercices "À toi de jouer"

Chapitre 1
Nombres entiers et décimaux

1 *Écriture décimale*

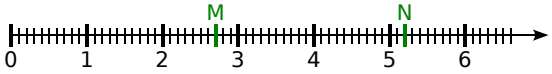
En utilisant le tableau on lit le nombre et on place les chiffres dans les colonnes correspondantes.

53 millions, 427 mille, 819 unités, virgule 0 0, 561.

millions			mille			unités								
centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	dixièmes	centièmes	millièmes	dix millièmes	cent millièmes	millionièmes
0	5	3	4	2	7	8	1	9	0	0	5	6	1	

Le nombre est **53 427 819,005 61**.

2 *Repérer sur une demi-droite graduée*



3 *Ranger dans l'ordre croissant*

25,243 < 25,324 < 25,342 < 235,42 < 253,42

4 *Encadrer un nombre au centième*

3,096 = 3+ 0,090 + 0,006 et 0,006 est plus petit que un centième. Donc 3,096 est compris entre 3+ 0,09 et 3+ 0,09 + 0,01, soit 3+ 0,10 = 3,1.

Donc un encadrement au centième de 3,096 est : **3,09 < 3,096 < 3,10**.

Chapitre 2
Opérer avec les décimaux

1 *Multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1 000*

a. 3,6 • 100 = **360** ;

b. 870 • 1 000 = **870 000** ;

c. 63 : 10 = **6,3** ;

d. 87654 : 100 = **876,54**.

2 *Convertir en cm*

a. 4 dm = **40 cm** ;

b. 8,1 dam = **8 100 cm** ;

c. 3,5 mm = **0,35 cm** ;

d. 0,035 m = **3,5 cm**.

3 *Déduire des produits*

On sait que 168 • 32 = 5 376.

a. 3,2 = 32 : 10 donc

168 • 3,2 = (168 • 32) : 10 = **537,6**.

b. 16,8 = 168 : 0 et 0,32 = 32 : 100 donc

16,8 • 0,32 = (168 • 32) : 1 000 = **5,376**.

c. 1 680 = 168 • 10 et 3,2 = 32 : 10 donc

1 680 • 3,2 = (168 • 32) • 10 : 10 = **5 376**.

d. 1,68 = 168 : 100 donc

1,68 • 32 = (168 • 32) : 100 = **53,76**.

4 *Calcul de produits*

68,7 • 39 6183 2061 . 2679,3	123 • 6,3 369 738 . 774,9	1,3 • 0,7 0,91	54,6 • 8,25 2730 1092 . 4368. . 450,450

68,7 • 39 = **2 679,3**

123 • 6,3 = **774,9**

1,3 • 0,7 = **0,91**

54,6 • 8,25 = **450,45**

5 *Calcul de quotients par un nombre entier*

a.

1 0	7
7	
3 0	1,428
2 8	
2 0	
1 4	
6 0	
5 6	
4	

b.

2 4, 9 6	8
2 4	
0	3,12
9	
8	
1 6	
1 6	
0	

10 : 7 ≈ **1,43** au centième près.

24,96 : 8 = **3,12**.

c.

5, 2	6
0	
5 2	0,866
4 8	
4 0	
3 6	
4 0	
3 6	
4	

d.

1 4 5, 2	3
1 2	
2	48,4
2 5	
2 4	
1 2	
1 2	
0	

5,2 : 6 ≈ **0,87** au centième près

145,2 : 3 = **48,4**.

6 *Calcul de quotients par un nombre décimal*

a. 4 : 6,37 = 400 : 637

4 0 0	637
4 0 0 0	
3 8 2	0,627
1 7 8 0	
1 2 7 4	
5 0 6 0	
4 4 5 9	
6 0 1	

b. 13,4 : 2,45 = 1 340 : 245

1 3 4 0	245
1 2 2 5	
1 1 5 0	5,469
9 8 0	
1 7 0 0	
1 4 7 0	
2 3 0 0	
2 2 0 5	
9 5	

4 : 6,37 ≈ **0,63** au centième près.

13,4 : 2,45 = **5,47**.

Correction des exercices "À toi de jouer"

c. 5,87 : 2,3 = 58,7 : 23 **d.** 0,84 : 0,12 = 84 : 12

84 : 12 = 7

```
5 8, 7 | 23
4 6    |
1 2 7  | 2,552
1 1 5
  1 2 0
  1 1 5
    5 0
    4 6
      4
```

5,87 : 2,3 ≈ **2,55** au centième près.

0,84 : 0,12 = **7**.

7 *Ordre de grandeur*

a. 96,4 • 3,01 ≈ 100 • 3.

L'ordre de grandeur de 96,4 • 3,01 est 300.

b. 802 + 41,6 ≈ 800 + 40.

L'ordre de grandeur de 802 + 41,6 est 840.

c. 1 011 • 5,56 ≈ 1 000 • 5,6.

L'ordre de grandeur de 1 011 • 5,56 est 5 600.

8 *Durées*

```
   3 h 05 min 13 s
+    56 min 48 s
   3 h 61 min 61 s
```

61 s = 1 min 01 s,

donc 61 min 61 s = 62 min 01 s.

On en déduit que : 3 h 61 min 61 s = 3 h 62 min 01 s.

Or, 62 min 01 s = 1 h 02 min 01 s,

donc 3 h 62 min 01 s = **4 h 02 min 01 s**.

```
   1 h 35 min 29 s
−     46 min 37 s
```

On ne peut pas soustraire 46 min à 35 min.

On transforme donc 1 h 35 min en 60 min + 35 min soit 95 min.

La soustraction devient donc :

```
     95 min 29 s
−    46 min 37 s
```

On ne peut pas soustraire 37 s à 29 s.

On transforme 95 min 29 s en 94 min + 60 s et 29 s soit 94 min 89 s.

La soustraction devient donc :

```
     94 min 89 s
−    46 min 37 s
     48 min 52 s
```

Chapitre 3
Priorité des opérations

1 *Signe de l'opération prioritaire*

a. 7 + 25 ⊙ 2 – 9

b. 17 – 2 ⊙ 3 + 5

c. 28 – (5 + 6 ⊙ 3)

d. 7 • [4 + (1 ⊕ 2) • 5]

2 *Ordre opératoire*

a. 18 – 3 + 5 =

15 + 5 =

20

b. 45 – 3 • 7 =

45 – 21 =

24

c. (4 + 3 • 2) : 2 – 3 =

(4 + 6) : 2 – 3 =

10 : 2 – 3 =

5 – 3 =

2

d. 120 – (4 + 5 • 7) =

120 – (4 + 35) =

120 – 39 =

81

3 *Ordre opératoire bis*

a. $\frac{15+9}{5-2} = \frac{24}{3} = \mathbf{8}$

b. $\frac{6\cdot4+2}{5\cdot2} = \frac{24+2}{10} =$

$\frac{26}{10} = \mathbf{2,6}$

c. $\frac{12-(9-5)}{(7-5)\cdot4} =$

$\frac{12-4}{2\cdot4} = \frac{8}{8} = \mathbf{1}$

d. $\frac{(6-4)\cdot(7-2)}{8\cdot5:4} =$

$\frac{2\cdot5}{40:4} = \frac{10}{10} = \mathbf{1}$

Chapitre 4
Nombres entiers, multiples, diviseurs

1 *Chiffre manquant*

2 divise bien le nombre 2 0#4 car le dernier chiffre 4, est divisible par 2.

Si 3 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3, ou encore : 2 + 0 + # + 4 soit 6 + # est divisible par 3.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 6 + 0 = 6),
- 3 (car 6 + 3 = 9),
- 6 (car 6 + 6 = 12) et
- 9 (car 6 + 9 = 15).

2 Établir la liste des diviseurs

60 = 1 • 60 ; 60 = 2 • 30 ; 60 = 3 • 20 ;
60 = 4 • 15 ; 60 = 5 • 12 ; 60 = 6 • 10.
Donc **les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

Les diviseurs de 43 sont 1 et 43.

36 = 1 • 36 ; 36 = 2 • 18 ; 36 = 3 • 12 ;
36 = 4 • 9 ; 36 = 6 • 6.
Donc **les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.**

3 *Multiple de 7*

847 : 7 = 121, donc 847 = 7 • 121. **Oui, 847 est un multiple de 7.**

4 *Recherche de diviseur commun et de PGDC.*

24 : 4 = 6 et 32 : 4 = 8 donc **4 est un diviseur commun à 24 et 32.**

Pour que 4 soit le PGDC de 24 et 32, il ne doit pas exister de diviseur commun plus grand.

Les seuls diviseurs de 24 plus grands que 4 sont 6, 8 et 12. Or 32= 8 • 4 donc 8 est aussi un diviseur de 32. Donc **4 n'est pas le PGCD de 24 et 32.**

5 *PGDC de deux entiers*

Les diviseurs de 35 sont : 1, 5, (7) et 35.

Les diviseurs de 42 sont : 1, 2, 3, 6, (7), 14, , 21 et 42.

Donc **le plus grand nombre entier divisant à la fois 35 et 42 est 7.**

6 *Recherche de multiple commun et de PPMC*

54 : 9 = 6 et 54 : 3 = 18 donc **54 est un multiple commun à 9 et 3.**

Pour que 54 soit le PPMC de 9 et 3, il ne doit pas exister de multiple commun plus petit.

Or 9 est un multiple de 3 et de 9 et est plus petit que 54. Donc **54 n'est pas le PPMC de 9 et 3.**

7 *PPMC de deux entiers*

Les multiples de 10 sont : 10, 20, (30), 40, 50, 60, ...

Les multiples de 15 sont : 15, (30), 45, 60, ...

Donc **le plus petit nombre entier multiple à la fois de 10 et de 15 est 30.**

8 *Puissance*

A = 3^4 = 3 • 3 • 3 • = **81**

B = $3^2 \cdot 5^2$ = 3 • 3 • 5 • 5 = 9 • 25 = **225**

C = $(5 \cdot 3)^2$ = (5 • 3) • (5 • 3) = 15 • 15 = **225**

9 *Premier ou non*

Comme 114 est un nombre pair, il est divisible par 2. Comme 2 est un diviseur de 114 différent de 1 et de 114, le nombre 114, **n'est pas un nombre premier.**

141 est divisible par 3 (car 1 + 4 + 1 = 6 et 6 est un multiple de 3). Comme 3 est un diviseur de 141 différent de 1 et de 141, le nombre 141, **n'est pas un nombre premier.**

10 *Décomposition en produit de facteurs premiers*

390 = 10 • 39
10 = 2 • 5
39 = 3 • 13

390 = 2 • 3 • 5 • 13

594 = 2 • 297
297 = 3 • 99
99 = 9 • 11
9=3 • 3
594 = 2 • 3 • 3 • 3 • 11
594 = 2 • 3^3 • 11

Chapitre 5
Nombres relatifs

1 *Positif, négatif*

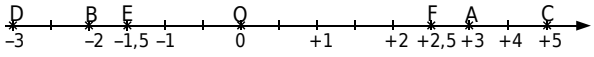
Les nombres relatifs **+1 235** ; **0** et **3,5** sont positifs, ils s'écrivent avec le signe + et les nombres relatifs **– 587**; **0** et **– 0,001** sont négatifs, ils s'écrivent avec le signe **–** .

2 *Opposé*

Les opposés des nombres relatifs – 2 531 ; 0 ; 1 245 ; – 0,03 ; + 0,003 sont respectivement :

+ 2 531 ; 0 ; – 1 245 ; + 0,03 ; – 0, 003.

3 *Sur une droite*



4 *Valeur absolue*

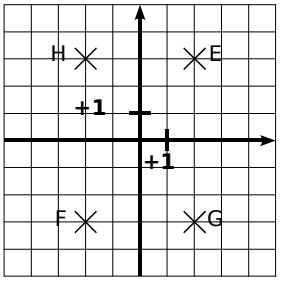
Les valeurs absolues des nombres + 5 ; – 7 ; + 64,78 et – 123,4 sont respectivement :

5 ; 7 ; 64,78 et 123,4.

5 *Lecture de coordonnées*

K(**– 3 ; 2**) | M(**2 ; – 3**) | P(**4 ; – 1**)
L(**– 5 ; 0**) | N(**0 ; 1**) | R(**– 4 ; – 3**)

6 *Sur un repère*



7 *Comparaison de nombres relatifs*

a. **+ 5 < + 9** | **c.** **– 6 > – 12** | **e.** **+ 5,1 > – 5,3**
b. **– 3 < + 8** | **d.** **– 5 > – 9** | **f.** **– 6,2 > – 6,4**

8 *Ordre croissant*

a. **– 7 < – 5 < 0 < + 5 < + 12**
b. **– 21 < – 14 < – 8 < – 1 < + 3 < + 10**
c. **– 24 < – 4,2 < – 4 < – 2,4 < 0 < + 2,4**
d. **– 3,23 < – 2,42 < – 2,4 < + 2,3 < + 2,33**

Correction des exercices "À toi de jouer"

Chapitre 6
Opérer avec les relatifs

1 Somme de relatifs

a. (+ 7) + (+ 4) = **(+ 11)**
b. (+ 12) + (– 15) = **(– 3)**
c. (– 7) + (+ 19) = **(+ 12)**
d. (– 11) + (– 9) = **(– 20)**
e. (+ 1) + (+ 3) + (– 2) = (+ 4) + (– 2) = **(+ 2)**
f. (– 2) + (– 6) + (+ 7) = (– 8) + (+ 7) = **(– 1)**
g. (– 10,8) + (+ 2,5) = **(– 8,3)**
h. (+ 25,2) + (– 15,3) = **(+ 9,9)**
i. (– 21,15) + (+ 21,15) = **0**

2 De la soustraction à l'addition

a. (+ 5) – (– 6) = (+ 5) + (+ 6)
b. (– 3) – (+ 2) = (– 3) + (– 2)
c. (+ 4) – (+ 8) = (+ 4) + (– 8)
d. (– 7) – (– 3,8) = (– 7) + (+ 3,8)
e. (– 2,3) – (+ 7) = (– 2,3) + (– 7)
f. (+ 6,1) – (– 2) = (+ 6,1) + (+ 2)

3 Différences de relatifs

a. (+ 3) – (– 6)
= (+ 3) + (+ 6)
= **(+ 9)**
b. (– 3) – (– 3)
= (– 3) + (+ 3)
= **0**
c. (+ 7) – (+ 3)
= (+ 7) + (– 3)
= **(+ 4)**
d. (– 5) – (+ 12)
= (– 5) + (– 12)
= **(– 17)**
e. (+ 2,1) – (+ 4)
= (+ 2,1) + (– 4)
= **(– 1,9)**
f. (– 7) – (+ 8,25)
= (– 7) + (– 8,25)
= **(– 15,25)**

4 Simplification d'écriture

a. (– 5) – (– 135) + (+ 3,41) + (– 2,65) = **– 5 + 135 + 3,41 – 2,65**
b. (+ 18) – (+ 15) + (+ 6) – (– 17) = **18 – 15 + 6 + 17**

5 Effectue les multiplications suivantes :

a. (– 7) • (– 8) = **+ 56**
b. – 5 • (– 11) = **+ 55**
c. (– 9) • 6 = **– 54**
d. – 8 • 0,5 = **– 4**
e. 10 • (– 0,8) = **– 8**
f. (– 7) • 0 = **0**

6 Quel est le signe du produit ?

C = 9 • (– 9) • (– 9) • 9 • (– 9) • (– 9) • (– 9)
Le produit comporte cinq facteurs négatifs. Or cinq est impair donc C est **négatif**.

7 Produit

a. – 25 • (– 9) • (– 4) = – 25 • 4 • 9 = – 100 • 9 = **– 900**
b. 0,5 • 6 • (– 20) • 8 = – 0,5 • 20 • 6 • 8 = – 10 • 48 = **– 480**

8 Signe de quotients

a. 56 : (– 74) : **négatif**
b. (– 6) : (– 5) : **positif**
c. 9 : (– 13) : **négatif**
d. – 7 : (– 45) : **positif**

9 De tête

a. 45 : (– 5) = **– 9**
b. (– 56) : (– 8) = **+ 7**
c. – 59 : (– 10) = **+ 5,9**
d. – 14 : 4 = **– 3,5**

Chapitre 7
Nombres rationnels

1 Écriture décimale

a. $\frac{12}{5}$ = 12 : 5 = **2,4**
b. $\frac{2,5}{2}$ = 2,5 : 2 = **1,25**
c. $\frac{4}{2,5}$ = 4 : 2,5 = **1,6**

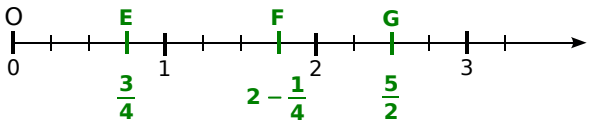
2 Fraction décimale

a. 0,8 = **$\frac{8}{10}$**
b. 0,12 = **$\frac{12}{100}$**
c. 1,541 = **$\frac{1\,541}{1\,000}$**

3 Partage

a. **$\frac{1}{4}$**
b. **$\frac{2}{4}$** ou **$\frac{1}{2}$**
c. **$\frac{3}{6}$** ou **$\frac{1}{2}$**

4 Placer des points sur une droite graduée



Chapitre 8
Écriture fractionnaire

1 Égalité de fractions

45:5=27:3=9
0,05:5=0,03:3=0,01
54:5≠33:3
90:5=54:3=18
40:5≠25:3

Les nombres égaux à $\frac{5}{3}$ sont

$\frac{45}{27}$; **$\frac{0,05}{0,03}$** et **$\frac{90}{54}$**

Correction des exercices "À toi de jouer"

2 *Égalité de fraction (bis)*

Il existe ici beaucoup de possibilités. Soit en amplifiant les fractions par 2, 3, 4, ... ou bien en les simplifiants. Nous avons choisi d'amplifier les fractions par 2.

$\frac{27}{36}=\frac{27\cdot2}{36\cdot2}=\mathbf{\frac{54}{72}}$ $\quad$ $\frac{16}{24}=\frac{16\cdot2}{24\cdot2}=\mathbf{\frac{32}{48}}$

$\frac{18}{72}=\frac{18\cdot2}{72\cdot2}=\mathbf{\frac{36}{144}}$ $\quad$ $\frac{125}{75}=\frac{125\cdot2}{75\cdot2}=\mathbf{\frac{250}{150}}$

3 *Irréductible*

$\frac{27}{36}=\frac{9\cdot3}{9\cdot4}=\mathbf{\frac{3}{4}}$ $\quad$ $\frac{45}{39}=\frac{3\cdot15}{3\cdot13}=\mathbf{\frac{15}{13}}$

$\frac{75}{30}=\frac{5\cdot3\cdot5}{5\cdot3\cdot2}=\mathbf{\frac{5}{2}}$

4 *Quotient égal de dénominateur 21*

$\frac{20}{12}=\frac{4\cdot5}{4\cdot3}=\frac{5}{3}$ et $\frac{5}{3}=\frac{5\cdot7}{3\cdot7}=\mathbf{\frac{35}{21}}$

5 *Irréductible (bis)*

a. $0,5=\frac{5}{10}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

b. $1,5=\frac{15}{10}=\mathbf{\frac{3}{2}}$

c. $0,8=\frac{8}{10}=\mathbf{\frac{4}{5}}$

6 *Ordre croissant*

On écrit les fractions avec le même dénominateur 18.

$\frac{5}{3}=\frac{5\cdot6}{3\cdot6}=\frac{30}{18}$ $\quad$ $\frac{10}{9}=\frac{10\cdot2}{9\cdot2}=\frac{20}{18}$

On a donc : $\frac{20}{18}<\frac{21}{18}<\frac{30}{18}$

d'où $\mathbf{\frac{10}{9}<\frac{21}{18}<\frac{5}{3}}$.

7 *Ordre décroissant*

On distingue les fractions :

- inférieures à 1 : $\frac{6}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$;
- supérieures à 1 : $\frac{9}{7}$; $\frac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$$\mathbf{\frac{17}{7}>\frac{9}{7}>\frac{11}{13}>\frac{6}{13}>\frac{2}{13}}.$$

8 *Effectuer le produit d'une fraction par un nombre*

a. $5,6\cdot\frac{10}{7}=(5,6\cdot10):7=56:7=\mathbf{8}$

b. $45\cdot\frac{9}{5}=\frac{45}{5}\cdot9=(45:5)\cdot9=9\cdot9=\mathbf{81}$

c. $4,6\cdot\frac{18}{9}=4,6\cdot(18:9)=4,6\cdot2=\mathbf{9,2}$

9 *Prendre une fraction d'une quantité*

L'entreprise compte 60 salariés.

- Les ouvriers représentent les deux tiers :

$\frac{2}{3}\cdot60=\frac{120}{3}=\mathbf{40}$

- Les techniciens représentent le quart :

$\frac{1}{4}\cdot60=\frac{60}{4}=\mathbf{15}$

- Les cadres représentent le reste :

$60-(40+15)=60-55=\mathbf{5}$

Dans cette entreprise, il y a 40 ouvriers, 15 techniciens et 5 cadres.

10 *Prendre une fraction d'une quantité (bis)*

Le vigneron a jeté 12 % de 23 kg de raisin :

$\frac{12}{100}\cdot23\text{ kg}=\frac{276}{100}\text{ kg}=2,76\text{ kg}.$

Le vigneron a jeté 2,76 kg de raisin.

11 *Sommes et différences de fractions*

a. $\frac{7}{3}+\frac{6}{12}=\frac{7\cdot4}{3\cdot4}+\frac{6}{12}$

$\frac{28}{12}+\frac{6}{12}=\mathbf{\frac{34}{12}}$

b. $\frac{3}{5}+\frac{7}{20}=\frac{3\cdot4}{5\cdot4}+\frac{7}{20}$

$\frac{12}{20}+\frac{7}{20}=\mathbf{\frac{19}{20}}$

c. $\frac{3}{5}-\frac{1}{4}=\frac{3\cdot4}{5\cdot4}-\frac{1\cdot5}{4\cdot5}$

$\frac{12}{20}-\frac{5}{20}=\mathbf{\frac{7}{20}}$

d. $\frac{67}{11}-5=\frac{67}{11}-\frac{5}{1}$

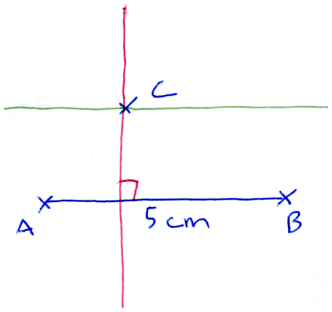
$\frac{67}{11}-\frac{5\cdot11}{1\cdot11}=\frac{67}{11}-\frac{55}{11}$

$\mathbf{\frac{12}{11}}$

Chapitre 9
Points, segments, droites, angles

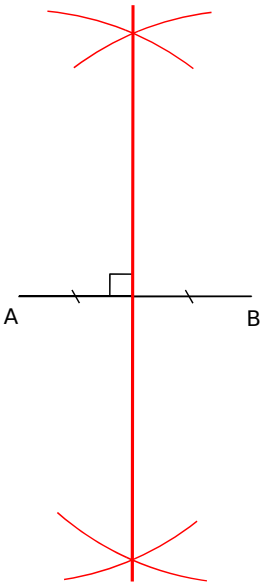
1 *Construire la parallèle ou la perpendiculaire à une droite passant par un point*

Un résultat possible est donné par ce croquis :



Correction des exercices "À toi de jouer"

2 *Médiatrice*



3 *Nommer des angles*

L'angle marqué en orange peut se nommer $\widehat{yBS}$ ou $\widehat{SBy}$.

L'angle marqué en vert peut se nommer $\widehat{BOx}$ ou $\widehat{xOB}$ ou $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.

L'angle marqué en violet peut se nommer $\widehat{SOL}$ ou $\widehat{LOS}$ ou $\widehat{tOL}$ ou $\widehat{LOt}$.

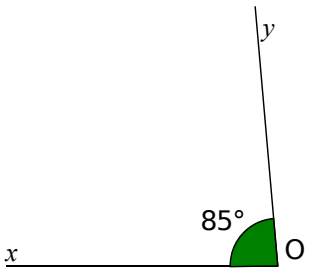
4 *Mesurer de l'angle*

L'angle $\widehat{xOy}$ mesure **131°**.

5 *Construire un angle connaissant sa mesure*

- On trace une demi droite [Ox).
- On place le centre du rapporteur sur le point O et le zéro sur le côté [Ox).
- On marque la graduation 85°.

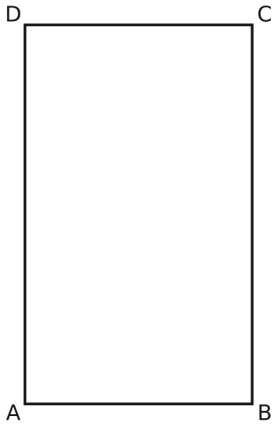
On trace la demi-droite d'origine O passant par cette marque. On appelle [Oy) cette demi-droite.



Chapitre 10
Cercles, quadrilatères

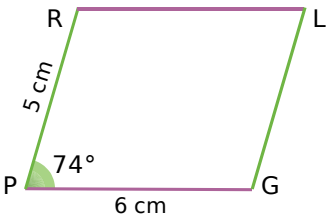
1 *Construire un rectangle*

- On trace le segment [AB] de longueur 3 cm.
- Puis avec l'équerre on trace une droite perpendiculaire à [AB] passant par A et une droite perpendiculaire à [AB] passant par B.
- On place les points C et D sur les droites perpendiculaires tels que AD = BC = 5 cm.
- On fini en traçant le segment [CD].



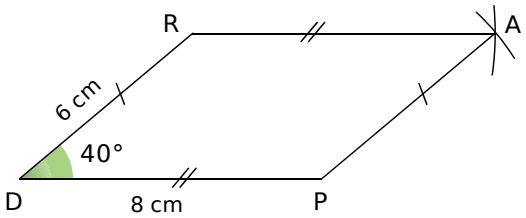
2 *Construire un parallélogramme par le parallélisme des côtés opposés.*

Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.



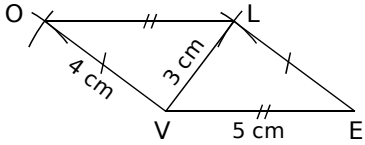
3 *Construire un parallélogramme par l'égalité des longueurs*

Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée



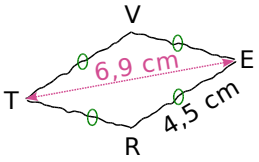
4 *Construire un parallélogramme (ter)*

Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



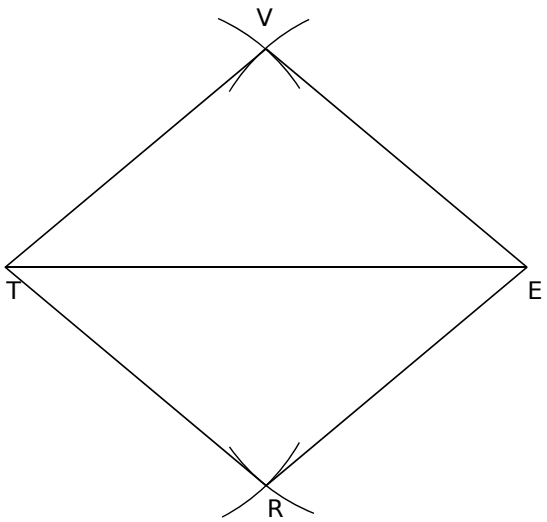
5 *Construire un losange*

On commence par faire un croquis.



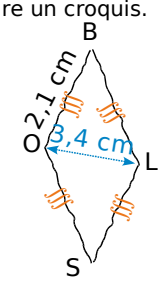
Un losange a quatre côtés de même longueur.
Dans le losange VERT, le segment [ET] représente l'une des diagonales. Les côtés mesurent tous 4,5 cm.

- On trace un segment [ET] de longueur 6,9 cm.
- On trace un arc de cercle de centre T et de rayon 4,5 cm.
- On trace un arc de cercle de centre E et de rayon 4,5 cm.
- Aux intersections de ces arcs de cercle, se trouvent les points V et R.
- On trace le losange VERT.



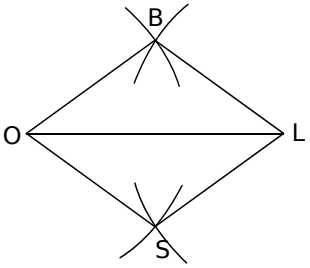
6 *Construire un losange (bis)*

On commence par faire un croquis.



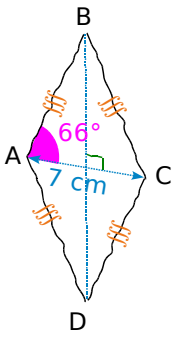
Le losange BOSL a quatre côtés de même longueur et le segment [OL] représente l'une de ses diagonales.

- On trace un segment [OL] de longueur 3,4 cm.
- On trace un arc de cercle de centre O et de rayon 2,1 cm.
- On trace un arc de cercle de centre L et de rayon 2,1 cm.
- À l'une des intersections de ces deux cercles, se trouve le point B. On a ainsi tracé le triangle isocèle BOL.
- À l'autre intersection de ces deux cercles, se trouve le point S.
- On trace le losange BOSL.

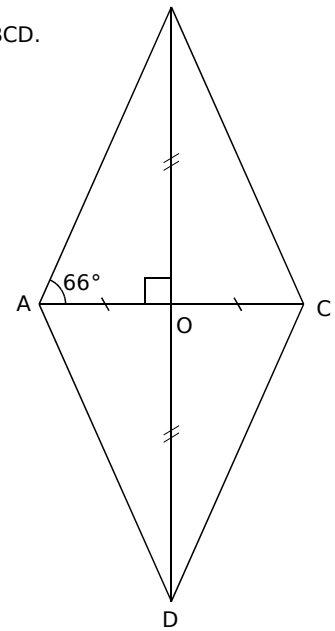


7 *Utiliser les axes de symétrie des losanges*

On commence par faire un croquis.



- On trace un segment [AC] de longueur 7 cm.
- On place le point O milieu de [AC] (les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu).
- On trace la perpendiculaire à la droite (AC) passant par O (les diagonales d'un losange sont perpendiculaires).
- On trace un angle $\widehat{AOB}$ mesurant 66°.
- On place le point B, intersection d'un côté de l'angle et de la perpendiculaire.
- On place le point D sur cette perpendiculaire tel que O soit le milieu de [BD].
- On trace le losange ABCD.

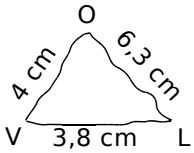


Correction des exercices "À toi de jouer"

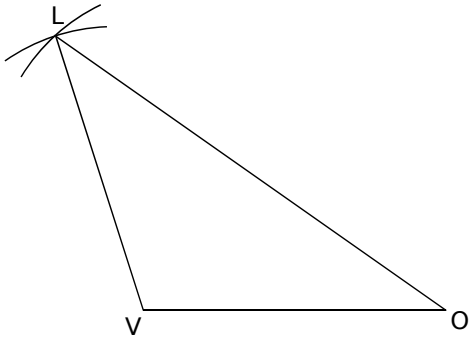
Chapitre 11
Triangles

1 Construire un triangle

On commence par faire un croquis.



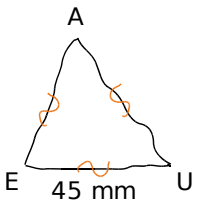
- On trace un segment [VO] de longueur 4 cm.
- On trace un arc de cercle de centre O et de rayon 6,3 cm.
- On trace un arc de cercle de centre V et de rayon 3,8 cm.
- Le point L se trouve à l'intersection de ces deux arcs de cercle.
- On trace le triangle VOL.



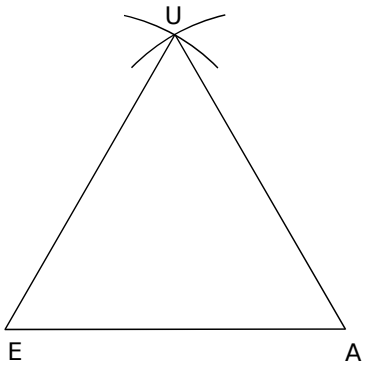
2 Construire un triangle équilatéral

On commence par faire un croquis.

Le triangle équilatéral a trois côtés de même longueur.

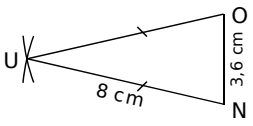


- On trace un segment [EA] de longueur 45 mm.
- On trace un arc de cercle de centre E et de rayon 45 mm.
- On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 45 mm.
- Le point U se trouve à l'intersection de ces deux arcs de cercle.
- On trace le triangle EAU.



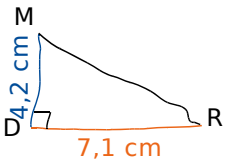
3 Construire un triangle isocèle

- On trace un segment [NO] de longueur 3,6 cm.
- On trace un arc de cercle de centre O et de rayon 8 cm.
- On trace un arc de cercle de centre N et de rayon 8 cm.
- Le point U se trouve à l'intersection de ces deux arcs de cercle.
- On trace le triangle UNO.

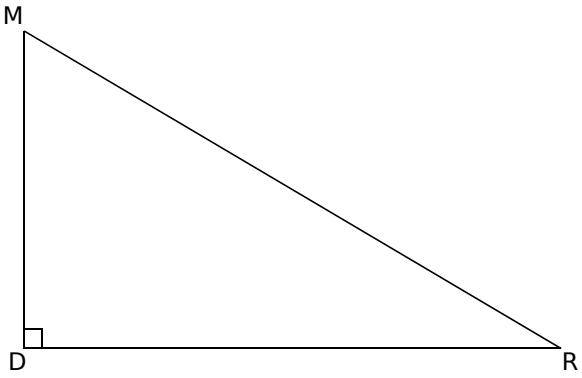


4 Construire un triangle rectangle

On commence par faire un croquis.

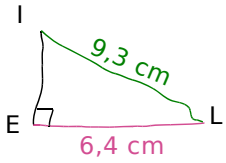


- On trace deux droites perpendiculaires en D.
- Sur l'une d'elles, on place un point R tel que DR = 7,1 cm.
- Sur l'autre, on place un point M tel que MD = 4,2 cm.
- On finalise le triangle en traçant le segment [MR] et on n'oublie pas de coder l'angle droit.

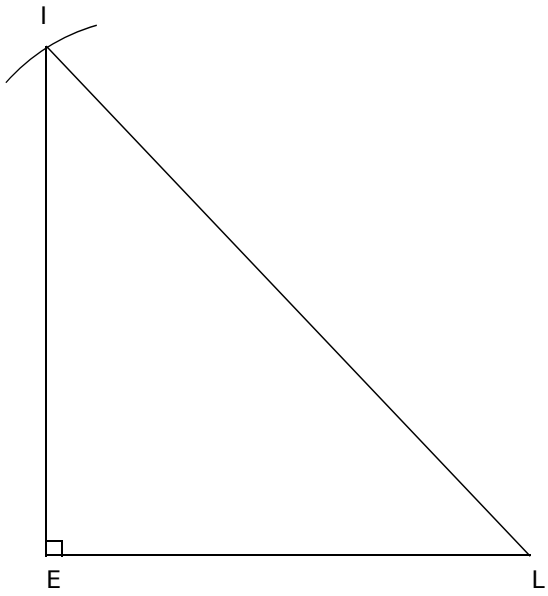


5 *Construire un triangle rectangle (bis)*

On commence par faire un croquis.

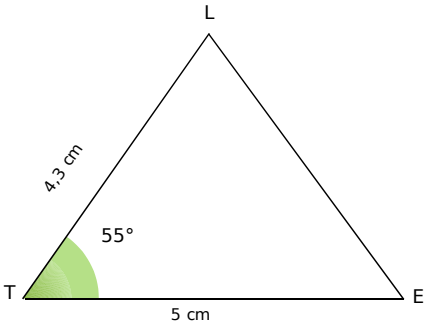


- On trace un segment [EL] de longueur 6,4 cm.
- On trace la perpendiculaire à (EL) passant par E.
- On trace un arc de cercle de centre L et de rayon 9,3 cm.
- L'arc et la perpendiculaire se coupent en I.
- On trace le triangle ILE en n'oubliant pas de coder la figure.



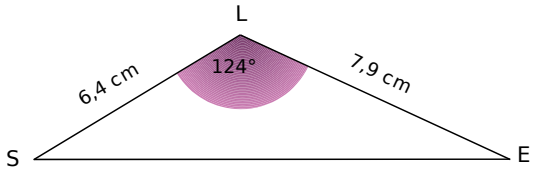
6 *Construire un triangle en connaissant un angle et deux longueurs*

- On trace un segment [ET] de longueur 5 cm.
- On construit l'angle $\widehat{ETL} = 55°$.
- On construit le segment [TL] de longueur 4,3 cm.
- On trace le triangle LET.



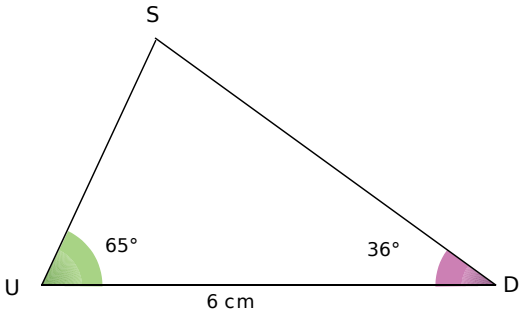
7 *Construire un triangle en connaissant un angle et deux longueurs (bis)*

Identique à la construction de l'exercice 6.



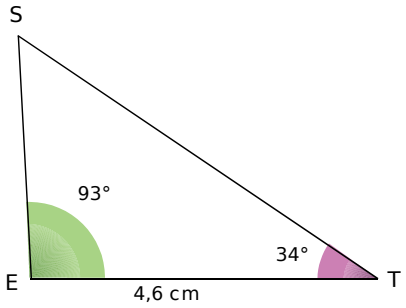
8 *Construire un triangle en connaissant deux angles et une longueur*

- On trace le segment [UD] de longueur 6 cm.
- On construit les angles $\widehat{SUD} = 65°$ et $\widehat{SDU} = 36°$.
- Le sommet S est à l'intersection des deux demi-droites précédemment construites.
- On trace le triangle SUD.



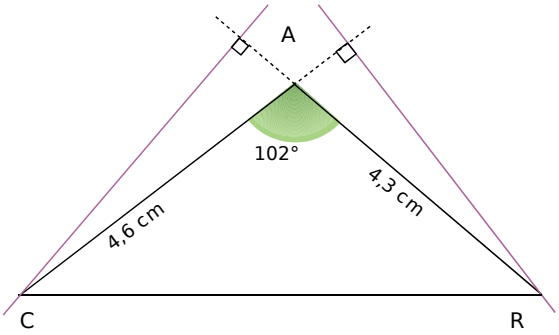
9 *Construire un triangle en connaissant deux angles et une longueur (bis)*

Identique à la construction de l'exercice 8.

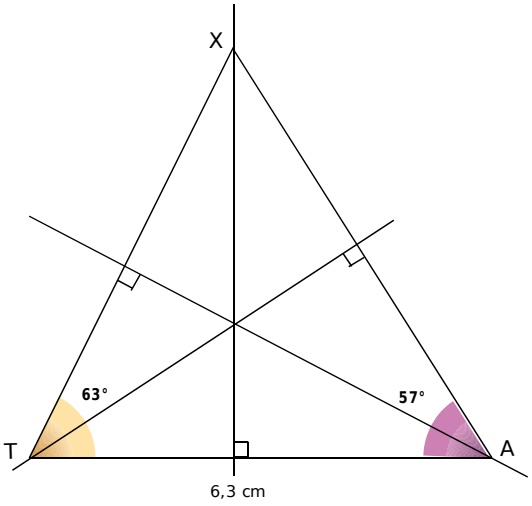


Correction des exercices "À toi de jouer"

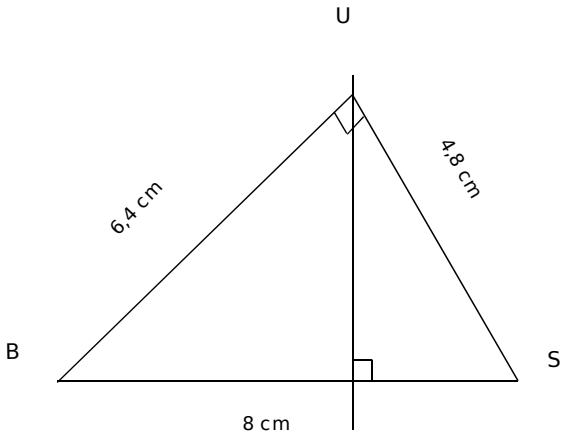
10 *Construire les hauteurs*



11 *Construire les hauteurs (bis)*

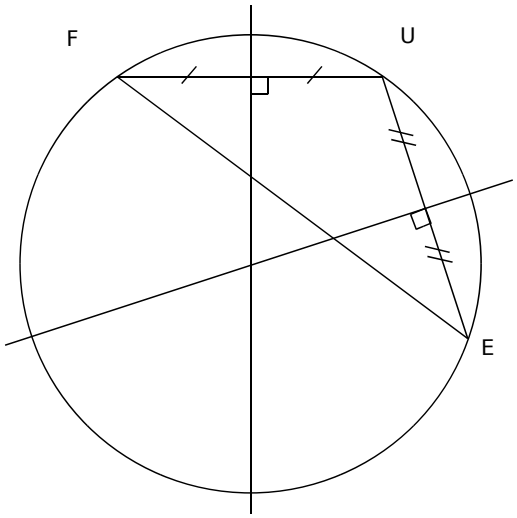


12 *Construire les hauteurs (ter)*

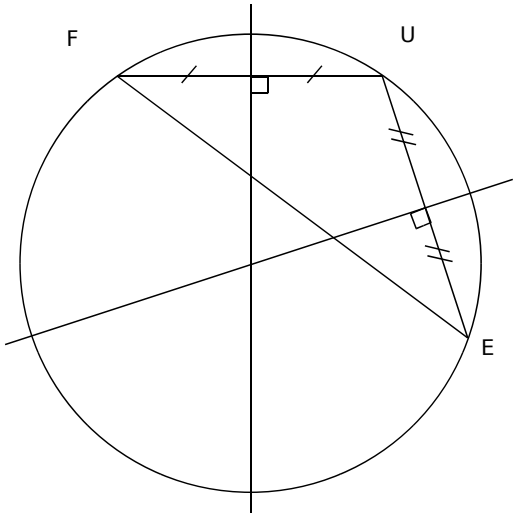


On remarque que BUS est un triangle rectangle en U.

13 *Cercle circonscrit*

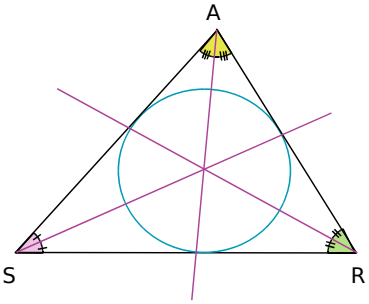


14 *Cercle circonscrit (bis)*



15 *Cercle inscrit*

La construction est donnée à l'échelle 1 : 2.



Correction des exercices "À toi de jouer"

Chapitre 12
Périmètres et aires

1 Aire d'une figure

L'aire de la figure bleue vaut **5**.

L'aire de la figure orange vaut **6** (4 carreaux entiers et 4 demi-carreaux).

2 Conversion d'unités de longueurs

a. 50 cm = 0,5 m
b. 100 mm = 0,1 m
c. 2,3 hm = 230 m
d. 0,03 dm = 0,003 m
e. 23 dam = 23 000 cm
f. 4 cm = 0,000 4 hm

3 Conversion d'unités d'aires

a. 7 dm^2 = 0,07 m^2
b. 200 cm^2 = 0,02 m^2
c. 3,2 hm^2 = 32 000 m^2
d. 0,8 dm^2 = 0,008 m^2
e. 45 hm^2 = 45 000 000 dm^2
f. 400 cm^2 = 0,000 4 dam^2

4 Aire d'un carré

L'aire du carré s'obtient en calculant le produit du côté par lui même. A = 6 • 6 = **36 cm²**

5 Aire d'un rectangle

L'aire du rectangle s'obtient en calculant le produit de sa longueur par sa largeur. Attention toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

- 22 mm = 2,2 cm
- A = 3 • 2,2 = **6,6 cm², soit 660 mm²**

6 Aire d'un triangle rectangle

Le triangle SON est rectangle en S donc son aire est donnée par : $A = \frac{SO \cdot SN}{2}$

Or, SN = 0,93 m = 9,3 dm donc l'aire de SON vaut :

$A = \frac{8,04 \cdot 9,3}{2}$ = **37,386 dm²**

soit 0,37386 m².

7 Aires de parallélogrammes

a. A_{MNOP} = 15 • 8 = 120.
Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm²**.

b. A_{ABCD} = 9 • 3 = 27.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm²**.

8 Aires de triangles

a. $A = \frac{8 \cdot 13}{2} = \frac{104}{2} = 52$.
Donc l'aire du triangle est **52 cm²**.

b. $A = \frac{7 \cdot 12}{2} = \frac{84}{2} = 42$.
Donc l'aire du triangle est **42 cm²**.

9 Aire de losanges

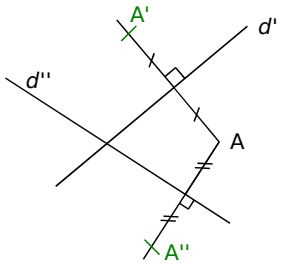
a. $A = \frac{12 \cdot 10}{2} = \frac{120}{2} = 60$.
Donc l'aire du losange est **60 cm²**.

b. $A = \frac{10 \cdot 10}{2} = \frac{100}{2} = 50$.
Donc l'aire du losange est **50 cm²**.

Chapitre 13
Symétrie axiale et centrale

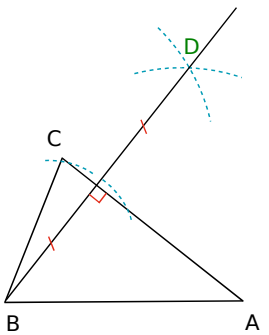
1 Construire le symétrique d'une figure à l'équerre

- On trace deux droites *d*' et *d*'' sécantes.
- On place un point A.
- On trace la perpendiculaire à la droite *d*' passant par A.
- On reporte la distance de A à *d*' de l'autre côté de *d*' sur cette perpendiculaire.
- On appelle A' le point obtenu.
- On trace la perpendiculaire à la droite *d*'' passant par A.
- On reporte la distance de A à *d*'' de l'autre côté de *d*'' sur cette perpendiculaire.
- On appelle A'' le point obtenu.



2 Construire le symétrique d'un point au compas

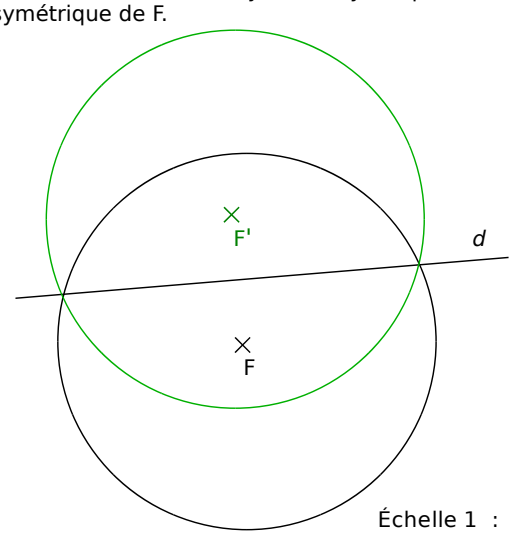
- On trace un triangle ABC.
- On trace un arc de cercle de centre B qui coupe l'axe (AC) en deux points.
- De l'autre côté de l'axe, on trace deux arcs de cercle de centre les deux points précédents et de même rayon.
- Ces deux arcs se coupent en D.



Correction des exercices "À toi de jouer"

3 *Utiliser les propriétés des symétries*

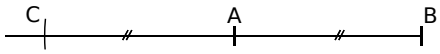
La symétrie conserve les distances, donc le symétrique du cercle de centre F et de rayon 5 cm est le cercle de même rayon et ayant pour centre le symétrique de F.



Échelle 1 : 2

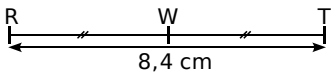
4 *Symétrique d'un point*

Trace un segment [AB] de 5 cm. Sur la demi-droite [BA) place le point C, distinct de B, tel que AC = AB. échelle 1 : 2



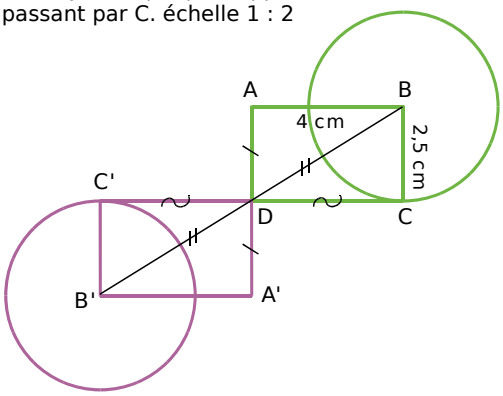
5 *Symétrique d'un segment*

W est le milieu du segment [RT]. Échelle 1 : 2



6 *Symétrique d'une figure*

On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D. Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C. échelle 1 : 2



7 *Propriété de la symétrie centrale*

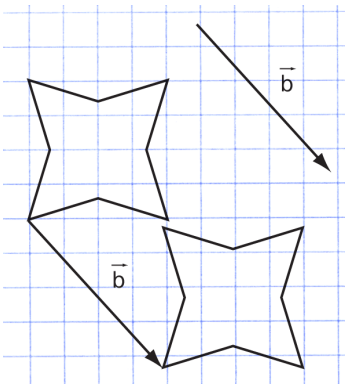
Si les angles étaient symétriques, ils auraient la même mesure. Or $\widehat{xOy} = 54°$ et $\widehat{x'Oy'} = 55°$ donc $\widehat{xOy}$ **et** $\widehat{x'Oy'}$ **ne sont pas symétriques**.

8 *Propriété de la symétrie centrale (bis)*

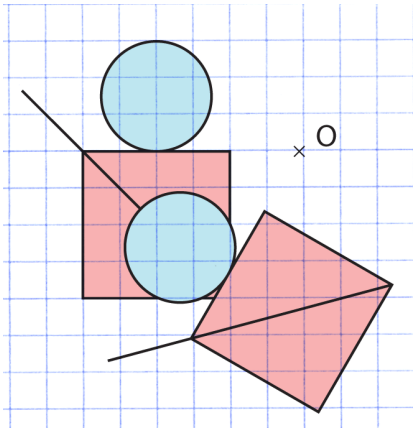
Nous savons que les triangles EST et E'S'T' sont symétriques par rapport à un point et que le triangle EST est rectangle en E. Or la symétrie centrale conserve la nature des figures donc **le triangle E'S'T' est rectangle en E'**.

Chapitre 14
Translations, rotations

1 *Translation*



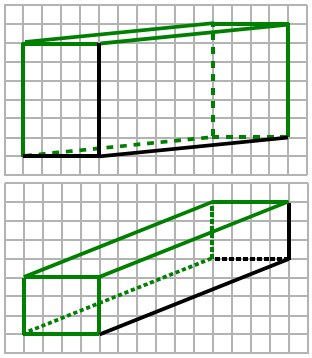
2 *Rotation*



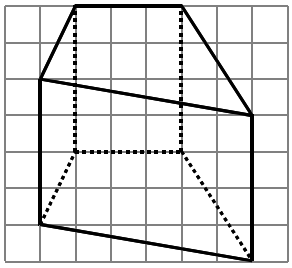
Correction des exercices "À toi de jouer"

Chapitre 15
Solides

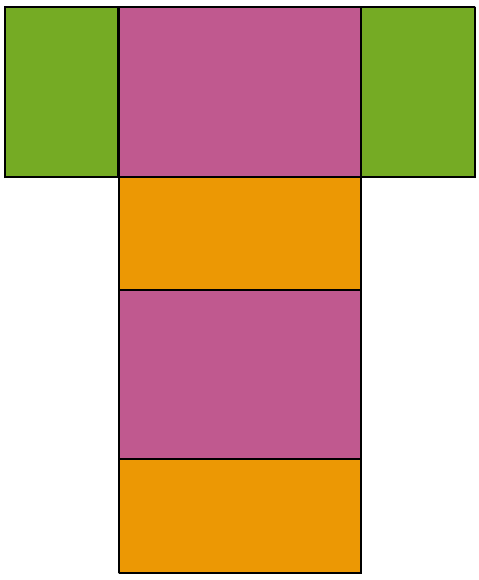
1 *Compléter la représentation en perspective d'un pavé droit*



2 *Prisme droit en perspective cavalière*

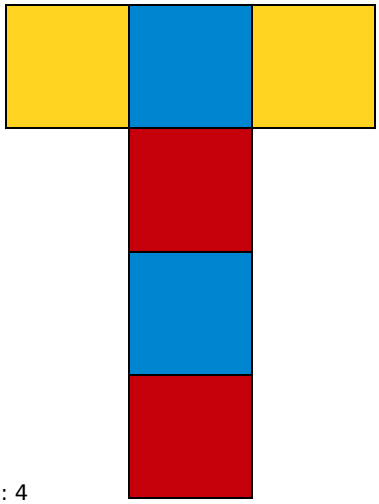


3 *Construire le patron d'un pavé droit*



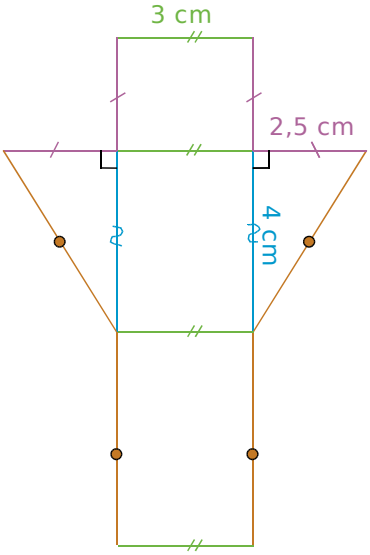
échelle 1 : 2

4 *Construire le patron d'un cube*



échelle 1 : 4

5 *Patron d'un prisme droit*



échelle 3 : 5

Chapitre 16
Volumes

1 *Volume d'un cube*

V = 6,1 dm • 6,1 dm • 6,1 dm = **226,981 dm³**

2 *Volume d'un solide*

Le volume de ce solide est la somme du volume du cube violet et du volume du pavé droit vert.

V_{cube} = côté • côté • côté

Ici, V_{cube} = 3 cm • 3 cm • 3 cm = 27 cm³.

$V_{pavé}$ = Longueur • largeur • hauteur

Calculons les dimensions du pavé droit :

- sa longueur s'obtient par le calcul : 3,2 cm + 3 cm = 6,2 cm ;
- sa largeur est celle du cube, soit 3 cm ;

Correction des exercices "À toi de jouer"

• sa hauteur s'obtient par le calcul :
4,5 cm − 3 cm = 1,5 cm.

Donc $\mathcal{V}_{\text{pavé}}$ = 6,2 cm • 3 cm • 1,5 cm

$\mathcal{V}_{\text{pavé}}$ = 27,9 cm³

Donc $\mathcal{V}_{\text{solide}}$ = 27 cm³ + 27,9 cm³ = 54,9 cm³

3 *Aire latérale d'un prisme droit*

Pour calculer l'aire latérale d'un prisme droit, on multiplie le périmètre d'une base par sa hauteur. Un carré possède quatre côtés égaux.

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \cdot h = 4 \cdot 3 \cdot 9 = 108.$$

L'aire latérale de ce prisme droit vaut **108 cm²**.

4 *Volume d'un prisme droit*

Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur :

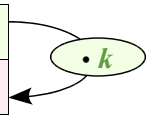
$$V = A_{\text{base}} \cdot h = 5 \cdot 3 \cdot 8 = 120.$$

Le volume de ce prisme droit vaut **120 cm³**.

Chapitre 17
Proportionnalité

1 *Coefficient de proportionnalité*

Quantité de pommes (en kg	2
Prix (en CHF)	5



k vérifie 2 • k = 5 donc k = 5 : 2 = 2,5

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir le prix des pommes en fonction de la quantité est **2,5**.

2 Proportionnalité ou non ?

Si le prix était proportionnel à la quantité, en payant 1 croissant 0,65 CHF, on devrait payer 10 fois plus pour 10 croissants, soit 6,50 CHF.

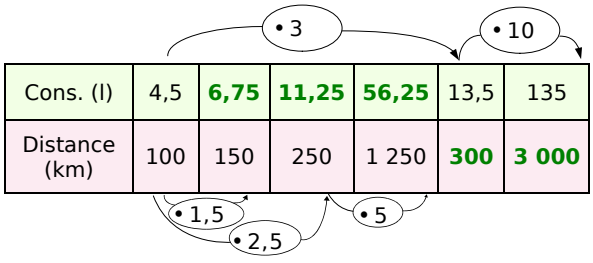
Or ce n'est pas le cas puisque l'on paye 5,00 CHF.

Cette situation ne relève donc pas d'une situation de proportionnalité.

3 *Distance et consommation*

La consommation d'essence de la voiture de Marie est proportionnelle à la distance parcourue.

On peut donc placer les données dans un tableau de proportionnalité.



a. Si la voiture parcourt 150 km, elle consommera **6,75 l** d'essence.

Si la voiture parcourt 250 km, elle consommera **11,25 l** d'essence.

Si la voiture parcourt 1 250 km, elle consommera **56,25 l** d'essence.

b. Avec 13,5 l d'essence, la voiture de Marie pourra parcourir **300 km**.

Avec 135 l d'essence, la voiture pourra parcourir **3 000 km**.

4 *Compléter un tableau de proportionnalité*

Nombres de personnes	7	13	5	**10**	**11**
Prix payé (en CHF)	45,5	**84,5**	**32,5**	65	71,5

Le prix à payer est proportionnel au nombre de places achetées.

Le prix d'une place s'obtient en calculant $\frac{45,5}{7}$ soit 6,5 CHF.

Pour obtenir le prix à payer à partir du nombre de personnes, il suffit de multiplier par 6,5.

Pour obtenir le nombre de personnes à partir du prix payé, il suffit de diviser par 6,5.

5 *Compléter un tableau de proportionnalité (bis)*

Pour obtenir le prix d'un morceau de corde, on multiplie la longueur de la corde achetée par 3,50.

Long. du cordage (en m)	**1**	5	15	3.5	23	**25**
Prix (en CHF)	**3,50**	**17.50**	**52,50**	**12.25**	**80,50**	87,50

6 *Tableaux de proportionnalité ?*

a. 3,4 • 2 = 6,8 et 11,6 • 2 = 23,3.

Or 23,2 ≠ 22,2 donc **ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité**.

b. 9,1 : 7 = 1,3 et 12,1 : 11 = 1,1.

Or 1,3 ≠ 1,1 donc **ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité**.

Chapitre 19
Calcul littéral

1 *Simplification d'écriture*

B = $b \cdot a$

B = ba

C = $5 \cdot x \cdot x \cdot x$

C = $5x^3$

D = $(3,7 \cdot y - 1,5 \cdot z + 0,4 \cdot 3,5) \cdot 9$

D = $9(3,7y - 1,5z + 0,4 \cdot 3,5)$

Correction des exercices "À toi de jouer"

2 *Replace les signes •*

$E = 12ac + 35ab - 40bc$
$E = 12 \bullet a \bullet c + 35 \bullet a \bullet b - 40 \bullet b \bullet c$

$F = 1{,}2abc$
$F = 1{,}2 \bullet a \bullet b \bullet c$

$G = 5{,}6(x^2 - 2{,}5y + 32)$
$G = 5{,}6 \bullet (x \bullet x - 2{,}5 \bullet y + 32)$

3 *Substitution*

a. Pour $x = 2$:

$E = 3x(x + 5)$	$F = 7x - x^2$
$E = 3 \bullet 2 \bullet (2 + 5)$	$F = 7 \bullet 2 - 2 \bullet 2$
$E = 6 \bullet 7$	$F = 14 - 4$
$E = \mathbf{42}$	$F = \mathbf{10}$

$G = x^3 + 3x^2 - x$
$G = 2 \bullet 2 \bullet 2 + 3 \bullet 2 \bullet 2 - 2$
$G = 8 + 12 - 2$
$G = \mathbf{18}$

b. Pour $x = 6$:

$E = 3x(x + 5)$	$F = 7x - x^2$
$E = 3 \bullet 6 \bullet (6 + 5)$	$F = 7 \bullet 6 - 6 \bullet 6$
$E = 18 \bullet 11$	$F = 42 - 36$
$E = \mathbf{198}$	$F = \mathbf{6}$

$G = x^3 + 3x^2 - x$
$G = 6 \bullet 6 \bullet 6 + 3 \bullet 6 \bullet 6 - 6$
$G = 216 + 108 - 6$
$G = \mathbf{318}$

4 *Substitution (bis)*

Pour $a = 3$ et $b = 5$:
$B = 4a + 5b - 56$
$B = 4 \bullet 3 + 5 \bullet 5 - 56$
$B = 12 + 25 - 56$
$B = \mathbf{-19}$

$D = 2(5a + 3b + 1)$
$D = 2 \bullet (5 \bullet 3 + 3 \bullet 5 + 1)$
$D = 2 \bullet (15 + 15 + 1)$
$D = 2 \bullet 31$
$D = \mathbf{62}$

$C = a^3 + b^2 + 7ab$
$C = 3 \bullet 3 \bullet 3 + 5 \bullet 5 + 7 \bullet 3 \bullet 5$
$C = 27 + 25 + 105$
$C = \mathbf{157}$