

Liste de critères de divisibilité

Un article de Wikipédia, l'encyclopédie libre.

Ceci est une **liste de critères de divisibilité** des nombres écrits en base décimale, exposés sans démonstration.

Pour les démonstrations ou les méthodes ayant permis d'établir ces critères, voir l'article critère de divisibilité.

Dans tout cet article, un nombre de n chiffres est représenté par $\overline{a_{n-1} \dots a_1 a_0}$.

a_0 étant le chiffre des unités.

a_1 étant le chiffre des dizaines.

a_2 étant le chiffre des centaines.

Et ainsi de suite.

Sommaire

- 1 Critère de divisibilité par 1
- 2 Critère de divisibilité par 2
 - 2.1 Exemple
 - 2.2 Critère de divisibilité par $2n$
 - 2.2.1 Exemple
- 3 Critère de divisibilité par 3
 - 3.1 Exemple
 - 3.2 Critère de divisibilité par $3n$
 - 3.2.1 Exemple
- 4 Critère de divisibilité par 4
 - 4.1 Exemple
- 5 Critère de divisibilité par 5
 - 5.1 Exemple
 - 5.2 Critère de divisibilité par $5n$
 - 5.2.1 Exemple
- 6 Critère de divisibilité par 6
 - 6.1 Exemple
- 7 Critère de divisibilité par 7
 - 7.1 Lemme de divisibilité par 7
 - 7.1.1 Exemples
 - 7.2 Critère pour un grand nombre
 - 7.2.1 Exemple
 - 7.3 Autre méthode
 - 7.3.1 Exemple
- 8 Critère de divisibilité par 8
 - 8.1 Exemple
- 9 Critère de divisibilité par 9
 - 9.1 Exemple
- 10 Critère de divisibilité par 10
 - 10.1 Exemple
- 11 Critère de divisibilité par 11
 - 11.1 Première méthode

- 11.1.1 Exemple
- 11.2 Deuxième méthode
 - 11.2.1 Exemple
- 11.3 « Mini-critère »
 - 11.3.1 Exemples
- 12 Critère de divisibilité par 12
 - 12.1 Exemple
- 13 Critère de divisibilité par 13
 - 13.1 Lemme de divisibilité par 13
 - 13.1.1 Exemples
 - 13.2 Critère pour un grand nombre
 - 13.2.1 Exemple
- 14 Critère de divisibilité par 14
- 15 Critère de divisibilité par 15
- 16 Critère de divisibilité par 16
 - 16.1 Exemple
- 17 Critère de divisibilité par 17
 - 17.1 Lemme de divisibilité par 17
 - 17.1.1 Exemples
 - 17.2 Critère pour un grand nombre
 - 17.2.1 Exemple
- 18 Critère de divisibilité par 18
- 19 Critère de divisibilité par 19
 - 19.1 Lemme de divisibilité par 19
 - 19.1.1 Exemples
 - 19.2 Critère pour un grand nombre
 - 19.2.1 Exemples
- 20 Critère de divisibilité par 20
- 21 Critère de divisibilité par 21
 - 21.1 Critère immédiat
 - 21.2 Lemme de divisibilité par 21
 - 21.2.1 Exemples
- 22 Critère de divisibilité par 22
- 23 Critère de divisibilité par 23
 - 23.1 Lemme de divisibilité par 23
 - 23.1.1 Exemple
 - 23.2 Critère pour un grand nombre
 - 23.2.1 Exemple
- 24 Critère de divisibilité par 24
- 25 Critère de divisibilité par 25
 - 25.1 Exemple
- 26 Critère de divisibilité par 26
- 27 Critère de divisibilité par 27
 - 27.1 Exemple
- 28 Critère de divisibilité par 28
- 29 Critère de divisibilité par 29
 - 29.1 Lemme de divisibilité par 29
 - 29.1.1 Exemples
- 30 Critère de divisibilité par 30
 - 30.1 Exemple
- 31 Critère de divisibilité par 31
 - 31.1 Lemme de divisibilité par 31
 - 31.1.1 Exemples
- 32 Critère de divisibilité par 32
 - 32.1 Exemple

- 33 Critère de divisibilité par 33
- 34 Critère de divisibilité par 34
- 35 Critère de divisibilité par 35
- 36 Critère de divisibilité par 36
- 37 Critère de divisibilité par 37
 - 37.1 Exemple
- 38 Critère de divisibilité par 38
- 39 Critère de divisibilité par 39
 - 39.1 Critère immédiat
 - 39.2 Lemme de divisibilité par 39
 - 39.2.1 Exemples
- 40 Critère de divisibilité par 40
- 41 Critère de divisibilité par 41
 - 41.1 Lemme de divisibilité par 41
 - 41.1.1 Exemples
 - 41.2 Critère pour un grand nombre
 - 41.2.1 Exemple
- 42 Critère de divisibilité par 42
- 43 Critère de divisibilité par 44
- 44 Critère de divisibilité par 73
 - 44.1 Exemple
- 45 Critère de divisibilité par 101
 - 45.1 Exemple
- 46 Critère de divisibilité par 137
 - 46.1 Exemple

Critère de divisibilité par 1

Tout nombre est divisible par 1.

Critère de divisibilité par 2

Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair.

Exemple

15679205738 est divisible par 2 car il se termine par 8 qui est un nombre pair.

Critère de divisibilité par 2^n

Un nombre est divisible par 2^n si les n derniers chiffres de celui-ci forment un nombre divisible par 2^n .

Exemple

125895111680 est divisible par $2^5 = 32$ car 11680 est divisible par 32.

Critère de divisibilité par 3

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemple

35796825 est divisible par 3 car

$$3 + 5 + 7 + 9 + 6 + 8 + 2 + 5 = 45$$

et nous voyons que 45 est divisible par 3.

On a même $4 + 5 = 9$ (divisible par 3).

Critère de divisibilité par 3^n

On regroupe les chiffres d'un nombre en partant de la droite n par n.

Le nombre est alors divisible par 3^n si la somme de ces groupes est divisible par 3^n .

Exemple

2079108 est divisible par $3^3 = 27$ car :

$$2 + 079 + 108 = 189 = 7 \times 27$$

2079108 est aussi divisible par $3^4 = 81$ car :

$$207 + 9108 = 9315 = 115 \times 81$$

Critère de divisibilité par 4

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple

356812970332548 est divisible par 4 car il se termine par 48 et nous voyons que 48 est divisible par 4.

Critère de divisibilité par 5

Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Exemple

1296837402275 est divisible par 5 car il se termine par 5.

Critère de divisibilité par 5^n

Un nombre est divisible par 5^n si les n derniers chiffres de celui-ci forment un nombre divisible par 5^n .

Exemple

57962895185796257543625 est divisible par $5^3 = 125$ car 625 est divisible par 125.

Critère de divisibilité par 6

Un nombre est divisible par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.

Exemple

23256 est divisible par 6 car

- il est divisible par 2 puisqu'il se termine par 6 qui est pair
- il est divisible par 3 puisque $2 + 3 + 2 + 5 + 6 = 18$ qui est divisible par 3.

Critère de divisibilité par 7

Lemme de divisibilité par 7

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 7 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} - 2a_0$ est divisible par 7. Plus simplement un nombre est divisible par 7 si la différence entre le nombre de dizaines et le double du chiffre des unités est divisible par 7.

nombre de dizaines - 2 x chiffre des unités = nombre divisible par 7

Exemples

91 est divisible par 7 car

$$9 - 2 \times 1 = 7$$

et 7 est divisible par 7.

182 est divisible par 7 car

$$18 - 2 \times 2 = 14$$

et 14 est divisible par 7.

D'une manière plus générale il suffit de répéter l'opération ci-dessus et de vérifier que le résultat final est un multiple de 7 connu.

17381 est divisible par 7 car:

$$1738 - 2 \times 1 = 1736$$

$$173 - 2 \times 6 = 161$$

$$16 - 2 \times 1 = 14$$

On trouve un résultat final divisible par 7 donc 17381 est divisible par 7.

Critère pour un grand nombre

Supposons que l'on veuille savoir si un nombre contenant un grand nombre de chiffres est divisible par 7.

Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 3 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -.

On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 7, alors le nombre considéré est divisible par 7. Bien sûr pour voir si le résultat de l'opération précédente est divisible par 7, on peut utiliser le lemme de divisibilité par 7.

Exemple

Soit le nombre 5527579818992.

On le sépare par tranche de trois chiffres à partir des unités.

5 | 527 | 579 | 818 | 992.

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

5 - 527 + 579 - 818 + 992.

On effectue l'opération ainsi écrite.

5 - 527 + 579 - 818 + 992 = 231

On regarde si 231 est divisible à l'aide du lemme de divisibilité par 7.

23 - 2×1 = 21

On trouve un résultat divisible par 7 donc 5527579818992 est divisible par 7.

Autre méthode

Découper le nombre par tranche de 2 chiffres et chercher les restes de la division par 7 de chaque tranche de nombre. Cette méthode ne nécessite pas d'effectuer la division complète mais nécessite de connaître sa table de multiplication par 7 jusqu'à 14.

Exemple

Soit le nombre 5527579818992.

On le sépare par tranches de deux chiffres à partir des unités.

5|52|75|79|81|89|92.

Ce nombre a même reste que

5|3|5|2|4|5|1

Que l'on découpe en tranche de 2 chiffres

5|3|5|2|4|5|1

Qui a même reste que

5|0|3|2

Que l'on découpe en tranche de 2 chiffres

50|32

Qui a même reste que

14

qui est divisible par 7

Source : (en) divisibilité par 7 (<http://www.divisibilitybyseven.mat.br/>)

Critère de divisibilité par 8

Un nombre est divisible par 8 si le nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par 8.

Exemple

100636136 est divisible par 8 car 136 est divisible par 8.

Critère de divisibilité par 9

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple

423 est divisible par 9 car

$$4 + 2 + 3 = 9$$

et 9 est divisible par 9.

Critère de divisibilité par 10

Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemple

1275689573270 est divisible par 10 car il se termine par 0.

Critère de divisibilité par 11

Première méthode

Pour déterminer si un nombre N est divisible par 11 :

- on calcule la somme A des chiffres en position impaire ;

- on calcule la somme B des chiffres en position paire ;

N est divisible par 11 si et seulement si la différence $A - B$ (ou $B - A$) est divisible par 11.

Exemple

Considérons le nombre 19382.

$$\begin{aligned}A &= 1 + 3 + 2 = 6 \\B &= 9 + 8 = 17 \\B - A &= 17 - 6 = 11\end{aligned}$$

Nous trouvons un résultat divisible par 11, donc 19382 est divisible par 11.

Deuxième méthode

On sépare le nombre par tranche de deux chiffres à partir des unités en intercalant des + et on effectue l'opération obtenue. Si le résultat est divisible par 11 alors le nombre de départ est divisible par 11.

Exemple

Reprenons l'exemple précédent 19382, on obtient :

$$1 + 93 + 82 = 176$$

Comme le résultat a plus de deux chiffres, on recommence :

$$1 + 76 = 77$$

77 est divisible par 11 donc 19382 est divisible par 11.

« Mini-critère »

Si un nombre de trois chiffres a son chiffre du milieu égal à la somme des deux chiffres extrêmes et que cette somme est inférieure à 9 alors il est divisible par 11.

Exemples

374 est divisible par 11 car $3 + 4 = 7$ on obtient $374 = 11 \times 34$.

Attention : c'est un critère de divisibilité mais pas de non-divisibilité :

$$825 \text{ est divisible par } 11 ; (825 = 11 \times 75); \text{ alors que } 8 + 5 \neq 2.$$

Critère de divisibilité par 12

Un nombre est divisible par 12 s'il est divisible par 3 et par 4.

Exemple

Soit le nombre 3085755924.

Il satisfait au critère de divisibilité par 3 car $3 + 0 + 8 + 5 + 7 + 5 + 5 + 9 + 2 + 4 = 48$ qui est divisible par 3.

Il satisfait au critère de divisibilité par 4 car Il se termine par 24 qui est divisible par 4

Par conséquent 3085755924 est divisible par 12.

Critère de divisibilité par 13

Lemme de divisibilité par 13

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 13 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} + 4a_0$ est divisible par 13.

Exemples

637 est divisible par 13 car

$$63 + 4 \times 7 = 91$$

et 91 est divisible par 13.

D'une manière plus générale il suffit de répéter l'opération ci-dessus jusqu'à obtenir comme résultat final 13, 26 ou 39. Ce qui prouvera que le nombre considéré au départ est divisible par 13.

Soit le nombre 224185. On a :

$$\begin{aligned} 22418 + 4 \times 5 &= 22438 \\ 2243 + 4 \times 8 &= 2275 \\ 227 + 4 \times 5 &= 247 \\ 24 + 4 \times 7 &= 52 \\ 5 + 4 \times 2 &= 13 \end{aligned}$$

Nous obtenons 13 donc 224185 est divisible par 13.

Critère pour un grand nombre

Supposons que l'on veuille savoir si un nombre contenant un grand nombre de chiffres est divisible par 13.

Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 3 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -.

On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 13, alors le grand nombre considéré est divisible par 13.

Bien sûr pour voir si le résultat de l'opération précédente est divisible par 13, on peut utiliser le lemme de divisibilité par 13.

Exemple

Soit le nombre 1633123612311854.

On le sépare par tranche de trois à partir des unités.

1 | 633 | 123 | 612 | 311 | 854.

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

1 - 633 + 123 - 612 + 311 - 854.

On effectue l'opération ainsi écrite.

1 - 633 + 123 - 612 + 311 - 854 = -1664

Le résultat est négatif, mais on peut prendre sa valeur absolue 1664 et continuer.

On regarde si 1664 est divisible par 13 à l'aide du lemme de divisibilité par 13.

$166 + 4 \times 4 = 182$
 $18 + 4 \times 2 = 26$

26 est divisible par 13 donc 1633123612311854 est divisible par 13.

Critère de divisibilité par 14

Un nombre est divisible par 14 s'il est à la fois divisible par 7 et par 2.

Critère de divisibilité par 15

Un nombre est divisible par 15 s'il est à la fois divisible par 3 et par 5.

Critère de divisibilité par 16

Un nombre est divisible par 16 si le nombre formé par ses 4 derniers chiffres est divisible par 16.

Exemple

2007557744 est divisible par 16 car 7744 est divisible par 16.

Critère de divisibilité par 17

Lemme de divisibilité par 17

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 17 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} - 5a_0$ est divisible par 17.

Exemples

221 est divisible par 17 car

$$22 - 5 \times 1 = 17$$

et 17 est divisible par 17.

D'une manière plus générale il suffit de répéter l'opération ci-dessus et de vérifier que le résultat final est un multiple de 17.

Soit le nombre 3723. On a

$$372 - 5 \times 3 = 357$$

$$35 - 5 \times 7 = 0$$

Nous trouvons un résultat divisible par 17 donc 3723 est divisible par 17.

Critère pour un grand nombre

Supposons que l'on veuille savoir si un nombre contenant un très grand nombre de chiffres est divisible par 17.

Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 8 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -.

On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 17, alors le grand nombre considéré est divisible par 17.

Bien sûr pour voir si le résultat de l'opération précédente est divisible par 17, on peut utiliser le début de ce paragraphe.

Exemple

Soit le nombre 416521368699986479153682401.

On le sépare par tranche de 8 à partir des unités.

$$416 \mid 52136869 \mid 99864791 \mid 53682401.$$

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

$$416 - 52136869 + 99864791 - 53682401.$$

On effectue l'opération ainsi écrite.

$$416 - 52136869 + 99864791 - 53682401 = -5954063$$

Le résultat étant négatif, on prend la valeur absolue 5954063

On regarde si 5954063 est divisible par 17 à l'aide du lemme de divisibilité par 17.

$$595406 - 5 \times 3 = 595391$$

$$59539 - 5 \times 1 = 59534$$

$$5953 - 5 \times 4 = 5933$$

$$593 - 5 \times 3 = 578$$

$$57 - 5 \times 8 = 17$$

Nous obtenons un résultat divisible par 17 donc 416521368699986479153682401 est divisible par 17.

Critère de divisibilité par 18

Un nombre est divisible par 18 s'il est divisible à la fois par 9 et par 2.

Critère de divisibilité par 19

Lemme de divisibilité par 19

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 19 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} + 2a_0$ est divisible par 19.

Exemples

247 est divisible par 19 car

$$24 + 2 \times 7 = 38$$

et 38 est divisible par 19.

Critère pour un grand nombre

Pour savoir si un nombre est divisible par 19, Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 9 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -. On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 19, alors le nombre considéré est divisible par 19.

Exemples

Soit le nombre 48822138835949515214962479.

On le sépare par tranche de neuf chiffres à partir des unités.

$$48822138 \mid 835949515 \mid 214962479.$$

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

$$48822138 - 835949515 + 214962479$$

On effectue l'opération ainsi écrite.

$$48822138 - 835949515 + 214962479 = -572164898$$

Le résultat n'ayant que 9 chiffres, on vérifie aisément à l'aide d'une calculatrice que 572164898 est divisible par 19 (alors que ce n'était pas possible au départ avec le nombre de 26 chiffres sur la plupart des calculatrices) donc 48822138835949515214962479 est divisible par 19.

Critère de divisibilité par 20

Un nombre est divisible par 20 si le chiffre des unités est 0 et si le chiffre des dizaines est pair.

Critère de divisibilité par 21

Critère immédiat

Un nombre est divisible par 21 s'il est à la fois divisible par 7 et par 3

Lemme de divisibilité par 21

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 21 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} - 2a_0$ est divisible par 21.

Exemples

567 est divisible par 21 car
 $56 - 2 \times 7 = 42$
 et 42 est divisible par 21.

Plus généralement pour voir si un nombre est divisible par 21 il suffit de répéter l'opération jusqu'à obtenir 0, ce qui montrera que le nombre est divisible par 21.

Soit le nombre 5289417.

On a :

$528941 - 2 \times 7 = 528927$.
 $52892 - 2 \times 7 = 52878$.
 $5287 - 2 \times 8 = 5271$.
 $527 - 2 \times 1 = 525$.
 $52 - 2 \times 5 = 42$.
 $4 - 2 \times 1 = 0$.

Nous trouvons 0, donc 5289417 est divisible par 21.

Critère de divisibilité par 22

Un nombre est divisible par 22 s'il est à la fois divisible par 11 et par 2

Critère de divisibilité par 23

Lemme de divisibilité par 23

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 23 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} + 7a_0$ est divisible par 23.

Exemple

3151 est divisible par 23 si $315 + 7 \times 1 = 322$ est divisible par 23.

322 est divisible par 23 si $32 + 7 \times 2 = 46$, ce qui est le cas (2×23).

Donc, 3151 est un multiple de 23.

Critère pour un grand nombre

Pour savoir si un nombre est divisible par 23, il suffit de séparer ce nombre par tranche de 11 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -. On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 23, alors le nombre considéré est divisible par 23.

Exemple

Soit le nombre 5420689351066034652617594500202.

On le sépare par tranche de onze chiffres à partir des unités.

542068935 | 10660346526 | 17594500202.

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

542068935 - 10660346526 + 17594500202

On effectue l'opération ainsi écrite.

542068935 - 10660346526 + 17594500202 = 7476222611

Ensuite, 7476222611 se transforme en $747622261 + 7 (= 747622268)$ qui se transforme en $74762226 + 56 (= 74762282)$, qui se transforme en $7476228 + 14 (= 7476242)$, qui se transforme en $747624 + 14 (= 747638)$, qui se transforme en $74763 + 56 (= 74819)$, puis en $7481 + 63 (= 7544)$, puis en $754 + 28 (= 782)$, puis en $78 + 14 (= 92)$ multiple de 23

Critère de divisibilité par 24

Un nombre est divisible par 24 s'il est à la fois divisible par 8 et par 3.

Critère de divisibilité par 25

Un nombre est divisible par 25 si son écriture « se termine » par 00, 25, 50 ou 75, c'est-à-dire si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 25.

Exemple

1759568268975 est divisible par 25 car il se termine par 75.

Critère de divisibilité par 26

Un nombre est divisible par 26 s'il est à la fois divisible par 13 et par 2

Critère de divisibilité par 27

Pour savoir si un nombre est divisible par 27, on le sépare par groupe de 3 chiffres à partir des unités en intercalant des +. On effectue l'opération obtenue. Si le résultat est divisible par 27, alors le nombre est divisible par 27.

Exemple

Soit le nombre 68748098828632988661.

On effectue l'opération

$$68 + 748 + 098 + 828 + 632 + 988 + 661 = 4023.$$

Le résultat ayant plus de 3 chiffres, on peut recommencer une fois

$$4 + 023 = 27.$$

Nous trouvons un résultat divisible par 27, donc 68748098828632988661 est divisible par 27.

Critère de divisibilité par 28

Un nombre est divisible par 28 s'il est à la fois divisible par 7 et par 4.

Critère de divisibilité par 29

Lemme de divisibilité par 29

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 29 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} + 3a_0$ est divisible par 29.

Exemples

87 est divisible par 29 car

$$8 + 3 \times 7 = 29$$

et 29 est divisible par 29.

Pour voir si un nombre est divisible par 29 il suffit de répéter l'opération jusqu'à obtenir 29, ce qui montrera que le nombre est divisible par 29.

Soit le nombre 751593.

On a :

$$75159 + 3 \times 3 = 75168.$$

$$7516 + 3 \times 8 = 7540.$$

$$754 + 3 \times 0 = 754.$$

$$75 + 3 \times 4 = 87.$$

$$8 + 3 \times 7 = 29.$$

Nous trouvons 29, donc 751593 est divisible par 29.

Critère de divisibilité par 30

Un nombre est divisible par 30 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 et s'il se termine par 0.

Exemple

96442710 est divisible par 30 car il se termine par 0 et $9 + 6 + 4 + 4 + 2 + 7 + 1 + 0 = 33$ qui est divisible par 3.

Critère de divisibilité par 31

Lemme de divisibilité par 31

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 31 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} - 3a_0$ est divisible par 31.

Exemples

1054 est divisible par 31 car

$$105 - 3 \times 4 = 93$$

et 93 est divisible par 31.

Pour voir si un nombre est divisible par 31 il suffit de répéter l'opération jusqu'à obtenir 0, ce qui montrera que le nombre est divisible par 31.

Soit le nombre 16022567.

On a :

$$1602256 - 3 \times 7 = 1602235.$$

$$160223 - 3 \times 5 = 160208.$$

$$16020 - 3 \times 8 = 15996.$$

$$1599 - 3 \times 6 = 1581.$$

$$158 - 3 \times 1 = 155.$$

$$15 - 3 \times 5 = 0.$$

Nous trouvons 0, donc 16022567 est divisible par 31.

Critère de divisibilité par 32

Un nombre est divisible par 32 si le nombre formé par ses 5 derniers chiffres est divisible par 32.

Exemple

68002175356285458568922152187753216864 est divisible par 32 car 16864 est divisible par 32.

Critère de divisibilité par 33

Un nombre est divisible par 33 s'il est divisible à la fois par 11 et par 3.

Critère de divisibilité par 34

Un nombre est divisible par 34 s'il est divisible à la fois par 17 et par 2.

Critère de divisibilité par 35

Un nombre est divisible par 35 s'il est divisible à la fois par 7 et par 5.

Critère de divisibilité par 36

Un nombre est divisible par 36 s'il est divisible à la fois par 9 et par 4.

Critère de divisibilité par 37

Pour savoir si un nombre est divisible par 37, on le sépare par groupe de 3 chiffres à partir des unités en intercalant des +. On effectue l'opération obtenue. Si le résultat est divisible par 37, alors le nombre est divisible par 37.

Exemple

Soit le nombre 19375414619668141953881.

On effectue l'opération :

$$19 + 375 + 414 + 619 + 668 + 141 + 953 + 881 = 4070$$

Le résultat ayant plus de 3 chiffres, on peut recommencer une fois

$$4 + 070 = 74$$

74 est divisible par 37 donc 19375414619668141953881 est divisible par 37.

Critère de divisibilité par 38

Un nombre est divisible par 38 s'il est divisible à la fois par 19 et par 2.

Critère de divisibilité par 39

Critère immédiat

Un nombre est divisible par 39 s'il est divisible à la fois par 13 et par 3.

Lemme de divisibilité par 39

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 39 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} + 4a_0$ est divisible par 39.

Exemples

702 est divisible par 39 car

$$70 + 4 \times 2 = 78$$

et 78 est divisible par 39.

Plus généralement, pour voir si un nombre est divisible par 39 il suffit de répéter l'opération jusqu'à obtenir 39, ce qui montrera que le nombre est divisible par 39.

Soit le nombre 49803.

On a :

$$4980 + 4 \times 3 = 4992.$$

$$499 + 4 \times 2 = 507.$$

$$50 + 4 \times 7 = 78.$$

$$7 + 4 \times 8 = 39.$$

Nous trouvons 39, donc 49803 est divisible par 39.

Critère de divisibilité par 40

Un nombre est divisible par 40 s'il est divisible à la fois par 8 et par 5.

Critère de divisibilité par 41

Lemme de divisibilité par 41

Le nombre $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ est divisible par 41 si et seulement si $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} - 4a_0$ est divisible par 41.

Exemples

1066 est divisible par 41 car

$$106 - 4 \times 6 = 82$$

et 82 est divisible par 41.

Pour voir si un nombre est divisible par 41 il suffit de répéter l'opération jusqu'à obtenir 0, ce qui montrera que le

nombre est divisible par 41.

Considérons le nombre 89011.

On a :

$$8901 - 4 \times 1 = 8897$$

$$889 - 4 \times 7 = 861$$

$$86 - 4 \times 1 = 82$$

$$8 - 4 \times 2 = 0$$

Nous obtenons 0 donc 89011 est divisible par 41.

Critère pour un grand nombre

Pour savoir si un nombre est divisible par 41, on le sépare par groupe de 5 chiffres à partir des unités en intercalant des +. On effectue l'opération obtenue. Si le résultat est divisible par 41, alors le nombre est divisible par 41

Exemple

Soit le nombre 2136561442277796449261.

On effectue l'opération :

$$21 + 36561 + 44227 + 77964 + 49261 = 208034$$

Le résultat ayant plus de 5 chiffres, on peut recommencer une fois

$$2 + 08034 = 8036$$

On peut vérifier que 8036 est divisible par 41 en utilisant le lemme de divisibilité par 41.

On a

$$803 - 4 \times 6 = 779$$

$$77 - 4 \times 9 = 41$$

$$4 - 4 \times 1 = 0$$

Nous trouvons 0 donc 2136561442277796449261 est divisible par 41.

Critère de divisibilité par 42

Un nombre est divisible par 42 s'il est divisible à la fois par 7 et par 3 et par 2.

Critère de divisibilité par 44

Un nombre est divisible par 44 s'il est divisible à la fois par 11 et par 4.

Critère de divisibilité par 73

Pour savoir si un nombre est divisible par 73, Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 4 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -.

On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 73, alors le nombre considéré est divisible par 73.

Exemple

Soit le nombre 410690207551027101452.

On le sépare par tranche de quatre chiffres à partir des unités.

4 | 1069 | 0207 | 5510 | 2710 | 1452.

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

4 - 1069 + 0207 - 5510 + 2710 - 1452

On effectue l'opération ainsi écrite.

4 - 1069 + 0207 - 5510 + 2710 - 1452 = 5110

On vérifie aisément que 5110 est divisible par 73 donc 410690207551027101452 est divisible par 73.

Critère de divisibilité par 101

Pour savoir si un nombre est divisible par 101, Il suffit de séparer ce nombre par tranches de 2 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -. On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 101, alors le nombre considéré est divisible par 101.

Exemple

Soit le nombre 5517208188911037227.

On le sépare par tranches de 2 chiffres à partir des unités.

5 | 51 | 72 | 08 | 18 | 89 | 11 | 03 | 72 | 27.

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

5 - 51 + 72 - 08 + 18 - 89 + 11 - 03 + 72 - 27.

On effectue l'opération ainsi écrite.

$$5 - 51 + 72 - 08 + 18 - 89 + 11 - 03 + 72 - 27 = 0.$$

0 est divisible par 101 donc 5517208188911037227 est divisible par 101.

On trouvera souvent 0 comme résultat de ce calcul si le nombre de départ est divisible par 101 car on soustrait et on additionne alternativement des nombres de deux chiffres et on a, par conséquent, une probabilité assez faible de tomber sur un multiple de 101 autre que 0.

Critère de divisibilité par 137

Pour savoir si un nombre est divisible par 137, Il suffit de séparer ce nombre par tranche de 4 chiffres en partant des unités et d'insérer alternativement des - et des + entre les tranches à partir du début du nombre en commençant par un -. On effectue l'opération ainsi écrite et si le résultat est divisible par 137, alors le nombre considéré est divisible par 137.

Exemple

Soit le nombre 21690792736157732104.

On le sépare par tranche de quatre chiffres à partir des unités.

$$2169 \mid 0792 \mid 7361 \mid 5773 \mid 2104.$$

On intercale alternativement des + et des - à partir du début en commençant par un -.

$$2169 - 0792 + 7361 - 5773 + 2104$$

On effectue l'opération ainsi écrite.

$$2169 - 0792 + 7361 - 5773 + 2104 = 5069$$

On vérifie aisément que 5069 est divisible par 137 donc 21690792736157732104 est divisible par 137.

Récupérée de « http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_de_crit%C3%A8res_de_divisibilit%C3%A9 »

Catégories: Arithmétique modulaire | Liste

- Dernière modification de cette page le 19 mars 2006 à 13:44.
- Texte disponible sous GNU Free Documentation License.
- Politique de confidentialité
- À propos de Wikipédia
- Avertissements